



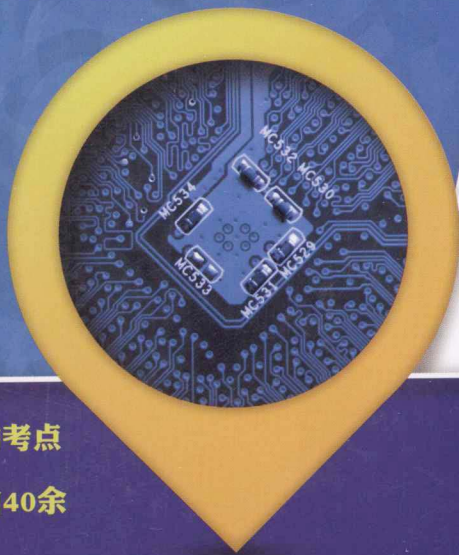
电气与电子信息类研究生入学考试丛书

电磁场与电磁波

知识精要与

考研真题详解

网学天地 主编



重点、难点解析，简明扼要，归纳了各章的考点

- 题量较大，来源广泛，选题典型，主要选自40余所高校的历年考研真题、期末考试真题
- 解答详细，对所有考试真题均进行了详细解答
- 网学天地（www.e-studysky.com）是本丛书的支持网站，支持“书本+在线”的学习方式



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

013061087

0441.4-44
12

电气与电子信息类研究生入学考试丛书

电磁场与电磁波 知识精要与考研真题详解

网学天地 主 编



电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry



北航

C1668020

0441.4-44
12

780130810

内 容 简 介

全书分为 7 章, 每章包括三部分内容: 第一部分是重点与难点解析, 第二部分是考研真题详解, 第三部分是期末考试真题详解。本书精选了清华大学、北京大学、西安交通大学、浙江大学、天津大学、大连理工大学、河海大学、江苏大学、南京理工大学等 40 多所院校近年的电磁场与电磁波考研真题和期末真题(含电磁场理论、通信综合等考试科目中的相关试题), 并进行了详解。通过这些真题及其详解, 读者可以了解和掌握相关院校考研、期末考试的出题特点和解题方法, 力求达到讲练结合、灵活掌握、举一反三的功效。

本书可作为考生参加电气与电子信息类相关专业研究生入学考试的备考复习用书, 也可作为相关专业期末考试、同等学力考试、自学考试、资格考试的考生的辅导用书。

未经许可, 不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有, 侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

电磁场与电磁波知识精要与考研真题详解 / 网学天地主编. —北京: 电子工业出版社, 2013.7

(电气与电子信息类研究生入学考试丛书)

ISBN 978-7-121-20753-2

I. ①电… II. ①网… III. ①电磁场—研究生—入学考试—题解②电磁波—研究生—入学考试—题解
IV. ①O441.4-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 135005 号

责任编辑: 凌毅 文字编辑: 王晓庆

印 刷: 三河市鑫金马印装有限公司

装 订: 三河市鑫金马印装有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×1 092 1/16 印张: 16 字数: 430 千字

印 次: 2013 年 7 月第 1 次印刷

印 数: 3 000 册 定价: 39.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。

前 言

高校考研专业课的历年试题一般没有提供答案，虽然各校所用参考教材各异，但万变不离其宗，很多考题也是大同小异。我们参考相关教材和资料，收集和整理了众多高校历年考研真题和期末考试试题，并进行了详细的解答，以减轻考生寻找试题及整理答案的痛苦，让考生用最少的的时间获得最多的重点题和难点题（包括参考答案），这是本书编写的目的所在。

本书精选电子科技大学、西安电子科技大学、北京航空航天大学、北京邮电大学、清华大学、东南大学、哈尔滨工业大学、南京理工大学、北京交通大学、国防科技大学、北京大学、北京理工大学、东北电力大学、华中科技大学、南京航空航天大学、西北工业大学、中国科学院、西安交通大学、四川大学、武汉大学、重庆大学、哈尔滨工程大学、西南科技大学、华北电力大学、成都理工大学和湖南科技大学等 40 多所院校近年的电磁场与电磁波（电磁场理论、工程电磁场、电磁场和波等科目）的考研和期末考试真题，并进行了详细解答。通过这些真题及其详解，读者可以了解和掌握相关院校考研、期末考试的出题特点和解题方法。

全书共 7 章，每章包括四部分内容：第一部分主要根据各高校的教学大纲、考试大纲等，对本章的重点和难点进行归纳，并进行简要解析；第二部分主要精选知名院校近年的考研真题，并进行详细解答；第三部分主要精选知名院校近年的本科期末考试真题，并进行详细解答；第四部分是精选典型题目，并进行详细解答。本书具有如下主要特点：

(1) 重点、难点归纳，简明扼要。每章前面均对本章的重点和难点进行了整理。综合众多参考教材，归纳了本章几乎所有的考点，便于读者复习。

(2) 所选题目均为知名院校近年的考研或期末考试真题，这些题目具有很强的代表性。通过这些真题及其详解，读者可以把握相关院校考研和期末考试的出题特点和解题要求。

(3) 对所有考试真题均进行了详细解答。了解历年真题不是目的，关键是要通过真题解答掌握和理解相关知识点。本书不但精选了真题，同时还对所有的真题进行了详细解答。

(4) 题量较大，来源广泛。主要选自 40 多所高校的历年考研真题、名校题库以及众多教材和相关资料，可以说本书的试题都经过了精心挑选，博选众书，取长补短。

本书由网学天地（www.e-studysky.com）主编，相晓辉为副主编。此外，陈胜权、宋云娥、陈敬龙、王晓晨、许明波、李荣彪、柯嫣、李兴存、刘凯、杨倩倩、段浩、吴义东、潘丽繁、段辛雷、孔利娜等也参与了本书编写和部分试题解答工作。

网学天地（www.e-studysky.com）是本书的支持网站，该网站主要提供电子、电气、化学、物理、生物、力学和农学等各类学科的基础提高班、考点强化班、考前冲刺班、真题详解班等系列视频教程，同时免费提供课件下载、学习答疑和在线辅导等。本书和配套网络课程特别适合备战考研和大学期末考试的读者，对于参加相关专业同等学力考试、自学考试和资格考试的考生也具有很高的参考价值。

目 录

第 1 章 矢量分析及电磁场基本定律	1
1.1 重点与难点解析	1
1.2 考研真题详解	4
1.3 期末考试真题详解	17
1.4 典型题详解	20
第 2 章 静态电磁场及其边值问题的解	24
2.1 重点与难点解析	24
2.2 考研真题详解	26
2.3 期末考试真题详解	68
2.4 典型题详解	90
第 3 章 时变电磁场	99
3.1 重点与难点解析	99
3.2 考研真题详解	103
3.3 期末考试真题详解	111
3.4 典型题详解	116
第 4 章 均匀平面波在无界空间中的传播	119
4.1 重点与难点解析	119
4.2 考研真题详解	123
4.3 期末考试真题详解	143
4.4 典型题详解	151
第 5 章 均匀平面波的反射与透射	157
5.1 重点与难点解析	157
5.2 考研真题详解	159
5.3 期末考试真题详解	179
5.4 典型题详解	185
第 6 章 导行电磁波	189
6.1 重点与难点解析	189
6.2 考研真题详解	193
6.3 期末考试真题详解	204

6.4 典型题详解	209
第7章 电磁辐射	211
7.1 重点与难点解析	211
7.2 考研真题详解	212
7.3 期末考试真题详解	219
7.4 典型题详解	222
附录	223
附录 1 西安电子科技大学 2011 年《电磁场与微波技术》 考研真题、答案与解析	223
附录 2 北京航空航天大学 2011 年《通信类专业综合》 考研真题、答案与解析	228
附录 3 电子科技大学 2011 年《电磁场与电磁波》 考研真题、答案与解析	230
附录 4 南京理工大学 2010 年《电磁场与电磁波》 考研真题、答案与解析	235
附录 5 东北电力大学 2009 年《电路与电磁场》 考研真题、答案与解析	240
附录 6 北京邮电大学 2012 年《电磁场理论》 考研真题	241
附录 7 北京邮电大学 2010 年《电磁场理论》 考研真题	243
附录 8 四川大学 2012 年《电磁场与微波技术》 考研真题	244
附录 9 武汉大学 2010 年《电磁场理论》 考研真题	247
附录 10 西南交通大学 2008 年《电磁场与波》 考研真题	247
附录 11 北京交通大学 2012 年《电磁场与电磁波》 考研真题	249

第 1 章 矢量分析及电磁场基本定律

1.1 重点与难点解析

一、矢量分析

1. 标量、矢量与标量场、矢量场

标量指仅由数量确定的物理量,或由一个具有实数值的、空间一点的函数所确定的物理量,若标量与坐标系的选择无关,则称为绝对标量。矢量指用数值和方向表示的物理量。若标量函数的值域是一个无穷集合,这个无穷集合即表示这个标量的场,称为标量场。如果标量场与时间无关,则称为静态场或稳态场;如果标量场与时间有关,则称为动态场或时变场。若矢量函数的值域是一个无穷集合,这个无穷集合即表示这个矢量的场,称为矢量场。

2. 矢量的运算

(1) 加法: 平行四边形法则, 分量法。

(2) 数乘: 实数 λ 与矢量 \mathbf{a} 的乘积定义为实数 λ 与矢量 \mathbf{a} 的数乘, 结果为矢量, 写成 $\lambda\mathbf{a}$ 。

(3) 标量积: 标量积定义为 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos\theta$, 结果为标量。

(4) 矢量积: 矢量积定义为 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{c}$, 结果为矢量, 其大小等于这两个矢量的模与其夹角的正弦的乘积, 即 $|\mathbf{c}| = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin\theta$ 。

(5) 矢量的三重积: 矢量三重积 $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$, 结果为一标量, 其大小等于平行六边形的体积。

3. 矢量的通量、散度

(1) 矢量的通量: 矢量 \mathbf{a} 通过一有向曲面 S 的通量为

$$\psi = \int_S \mathbf{a} \cdot d\mathbf{S} = \int_S \mathbf{a} \cdot \mathbf{n} dS = \int_S a \cos\theta dS$$

(2) 矢量的散度: 矢量 \mathbf{a} 的散度定义为 $\operatorname{div} \mathbf{a} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{a} \cdot d\mathbf{S}}{\Delta V}$ 。两个矢量场之和的散度等于两个矢量场的散度之和, 即 $\nabla \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \nabla \cdot \mathbf{a} + \nabla \cdot \mathbf{b}$ 。

(3) 高斯定律: 通过闭合曲面 S 的矢量 \mathbf{a} 的通量, 等于矢量 \mathbf{a} 的散度 $\nabla \cdot \mathbf{a}$ 对 S 所包体积 V 的积分, 即 $\oint_S \mathbf{a} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{a} dV$ 。其中在 S 内部, 矢量是连续的, 并具有连续的一阶偏导数。

4. 矢量的环流、旋度

(1) 矢量的环流: 矢量 \mathbf{a} 沿闭合曲线 C 的线积分 $\oint_C \mathbf{a} \cdot d\mathbf{l} = \oint_C a \cos\theta dl$ 。

(2) 矢量的旋度: 矢量 \mathbf{a} 的旋度定义为 $\operatorname{rota} = \left[\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{a} \cdot d\mathbf{l}}{\Delta S} \right]_{\max}$, 其方向规定为与闭合路径遵循

右手螺旋法则。 rota 描述空间某一点单位面积的最大环流量。

常用的旋度性质: 旋度的散度恒等于零, $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{a}) = 0$ 。

5. 斯托克斯定理

矢量 \mathbf{a} 沿闭合曲线 C 的环路积分, 等于矢量 \mathbf{a} 的旋度通过张在 C 上的任意曲面的通量, 即

$$\oint_C \mathbf{a} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \nabla \times \mathbf{a} \cdot d\mathbf{S}$$

6. 标量场的梯度

标量场 $\varphi(x, y, z)$ 中的一点 A 处存在矢量 \mathbf{b} , 其方向为函数 $\varphi(x, y, z)$ 在 A 点处变化率最大的方向, 其模是这个最大变化率的值, 则称矢量 \mathbf{b} 为函数在 A 点处的梯度, 记为 $\text{grad } \varphi$, 即

$$\text{grad } \varphi = \mathbf{b} = \mathbf{e}_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathbf{e}_z \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \nabla \varphi$$

7. 亥姆霍兹定理

矢量场的散度 $\rho(x, y, z)$ 和旋度 $\mathbf{J}(x, y, z)$ 的空间分布及边界条件确定后, 矢量场本身也唯一确定。

二、电磁场基本定律

1. 库仑定律

(1) 平方反比;

(2) 介电系数。

2. 电场强度

电荷为 q 的载流子受到的电场力为: $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$

3. 电场的计算

(1) 点电荷: 条件是线性介质;

(2) 多个点电荷: 叠加原理成立, 意味着求和;

(3) 场点 $P(x, y, z)$ 、 \mathbf{r} 与源点 $P(x', y', z')$ 、 \mathbf{r}' 带撇与不带撇。

4. 电力线

(1) 静电场: 始于正电荷或无穷远, 终于负电荷或无穷远。

(2) 时变场: 电力线环套着磁力线环, 磁力线环套着电力线环。

5. 高斯定律

(1) 通量: 面积分与矢量点乘 $d\psi = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$ 。 $d\mathbf{S}$ 方向的定义: 闭合曲面与非闭合曲面。

(2) 电通量密度: $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$, 仅适用于线性、各向异性介质。

(3) 用高斯定律计算电场: 对称性的要求, 高斯面。

6. 静电场的环路积分

静电场的环路积分的计算式为: $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$

7. 磁感应强度

(1) 速度为 \mathbf{v} 的运动电荷在磁感应强度为 \mathbf{B} 的磁场中受到的磁场力 $d\mathbf{F} = dq\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 。

(2) 载流导体: $dq\mathbf{v} = dq \frac{d\mathbf{l}}{dt} = \frac{dq}{dt} d\mathbf{l} = Id\mathbf{l}$

8. 毕奥-萨伐尔定律

毕奥-萨伐尔定律表达式为: $d\mathbf{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{Id\mathbf{l} \times \mathbf{a}_r}{r^2}$

其中, r 为 $d\mathbf{l}$ (源点) 到场点的距离, \mathbf{a}_r 为 $d\mathbf{l}$ (源点) 到场点的单位矢量。电流 I 与电流密度 \mathbf{J} 之间的关系为:

$$Id\mathbf{l} = (\mathbf{J} \cdot d\mathbf{S})d\mathbf{l} = \mathbf{J}dSd\mathbf{l} = \mathbf{J}dV$$

则有:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{a}_r}{r^2} dV$$

9. 磁通连续性原理 (关于磁场的面积分)

(1) 磁力线: 在任何情况下都是闭合环形

(2) 磁通量 (磁通): $d\Phi = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$

(3) 磁通连续性原理: $\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$

该原理可以由毕奥-萨伐尔定律证明。

10. 安培环路定律 (关于磁场的线积分)

(1) $\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu \sum_k I_k = \mu \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$, 电流与闭合曲线方向的规定: 右手螺旋法则。

(2) 磁场强度: $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, 适用于线性、各向异性的介质, $\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_k I_k = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$ 。

(3) 安培环路定律求解磁场: 利用对称性。

11. 电磁感应定律

(1) 法拉第电磁感应定律: 一个闭合导电回路的感应电动势 $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ 。

磁通的变化可以仅由磁场的变化引起, 也可以仅由导电回路的变化引起, 也可以是两者皆有。

对于由电荷产生的电场-静电场的环路积分为零 $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$, 若环路积分不为零说明一定有其他类型的源产生了电场, 并且这种电场的性质不同于静电场。也就是说, 电场的源除了电荷外, 还有变化的磁通, 即磁能生电。

(2) 麦克斯韦对法拉第电磁感应定律的推广: 不但适用于闭合导电回路, 也适用于任意空间的任何回路 (不需要导电)

12. 麦克斯韦方程的积分形式:
$$\begin{cases} \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} \\ \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \\ \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho dV \\ \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \end{cases}$$

13. 麦克斯韦方程的微分形式:
$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases}$$

14. 电荷守恒定律

单位时间内由任意闭合曲面内流出的电荷量 $\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$ 应等于曲面内的电荷减少量, 即

$$-\frac{dq}{dt} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

积分形式: $\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{dq}{dt} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$

微分形式: $\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

15. 介质的电磁特性方程

对于线性 and 各向同性介质有: $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, $\mathbf{J}_C = \sigma \mathbf{E}$

16. 电磁场的边界条件

边界条件的一般形式为： $\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s$ ， $\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0, \quad \mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s$$

式中， \mathbf{n} 为媒介分界面法线方向的单位矢量，选定为离开分界面指向介质 1。

1.2 考研真题详解

【1-1】(电子科技大学 2009 年考研试题) 填空题。

(1) 已知磁导率为 μ 的均匀介质中存在恒定(稳恒)的磁场分布 \mathbf{B} ，则介质中的电流体密度 \mathbf{J} 可以表示成_____，磁化电流体密度 \mathbf{J}_M 可以表示成_____。

(2) 在理想导体的表面上，_____ 矢量总是平行于导体表面，_____ 矢量总是垂直于导体表面。

答案：(1) $\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{B}$ $\frac{\mu - \mu_0}{\mu \mu_0} \nabla \times \mathbf{B}$ (2) 磁感应强度(或 \mathbf{B}) 电场强度(或 \mathbf{E})

【1-2】(电子科技大学 2009 年考研试题) 判断题。

(1) 在电介质中，电场强度 \mathbf{E} 的散度为零处，也可能存在自由电荷。

(2) 电位高的地方，电场强度一定大。

(3) 只要闭合线圈在磁场中做切割磁力线的运动，线圈中就一定会形成感生电流。

答案：(1) 对 答案：错 (3) 错

【1-3】(电子科技大学 2008 年考研试题) 电荷的定向运动形成电流，当电荷密度 ρ 满足

$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ 时，电流密度 \mathbf{J} 应满足_____，此时电流线的形状应为_____。

答案： $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ 闭合曲线

【1-4】(清华大学 2003 年考研试题) 在交变场中，在理想导体和理想介质的交界面上，电场强度 \mathbf{E} 和磁场强度 \mathbf{H} 满足什么条件？

解：设交界面法线方向， \mathbf{e}_n 由导体指向介质。在介质一侧内边界面上，电场强度 \mathbf{E} 和磁场强度 \mathbf{H} 满足如下条件： $\rho_s = \mathbf{e}_n \cdot (\epsilon \mathbf{E})$ ， $\mathbf{e}_n \times \mathbf{E} = 0$ ， $\mathbf{e}_n \cdot \mathbf{H} = 0$ ， $\mathbf{e}_n \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_s$ ，且导体一侧内部电场、磁场均为零。

【1-5】(清华大学 2001 年考研试题) 证明：静电场中，如果均匀、线性、各向同性的介质中某点的自由电荷的体密度 ρ_{fv} 等于零，则该点的束缚电荷体密度 ρ_{bv} 必定等于零。

证明：根据束缚电荷体密度与极化强度 \mathbf{P} 的关系式，得：

$$\rho_{bv} = -\nabla \cdot \mathbf{P} = -\nabla \cdot (\mathbf{D} - \epsilon_0 \mathbf{E}) = -\nabla \cdot \left(\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \mathbf{D} \right) = -\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \nabla \cdot (\mathbf{D}) = \rho_{fv}$$

因为 $\rho_{fv} = 0$ ，所以 $\rho_{bv} = 0$ 。得证。

【1-6】(清华大学 2001 年考研试题) 写出电荷守恒定律的积分和微分形式。

解：电荷守恒定律是物理学的基本定律之一。该定律指出，对于一个孤立系统，不论发生什么变化，其中所有电荷的代数和永远保持不变。

电荷守恒定律表明，如果某一区域中的电荷增加或减少了，那么必定有等量的电荷进入或离开该区域；如果在一个物理过程中产生或消失了某种符号的电荷，那么必定有等量的异号电荷同时产生或消失。

电荷守恒定律的积分形式为：
$$\int_V \mathbf{J} dV = -\frac{\partial q}{\partial t}$$

微分形式为:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho_{IV}}{\partial t}$$

【1-7】(清华大学 2001 年考研试题) 电场强度为 \mathbf{E} , 磁场强度为 \mathbf{H} , 角频率为 ω 的均匀平面波在真空中沿单位矢量方向 \mathbf{e}_n 传播, 令传播矢量 $\mathbf{k} = e_n k$, 证明: (1) $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$; (2) $\mathbf{k} \cdot \mathbf{H} = 0$; (3) $\mathbf{k} \times \mathbf{E} - \omega \mu_0 \mathbf{H} = 0$; (4) $\mathbf{k} \times \mathbf{H} + \omega \varepsilon_0 \mathbf{E} = 0$ 。

证明: 根据均匀平面波的定义(等相面和等幅面重合)可知, 其任意横向场分量 (\mathbf{E}_x 、 \mathbf{H}_y 等) 都可以表示为 $X = X_m e^{-jk_r}$ 的形式, 其中波矢量为: $\mathbf{k} = k_x \mathbf{e}_x + k_y \mathbf{e}_y + k_z \mathbf{e}_z$ 。

根据梯度公式 $\nabla X = \frac{\partial X}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial X}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial X}{\partial z} \mathbf{e}_z$, 将 $X = X_m e^{-jk_r}$ 代入上式, 整理得:

$$\nabla X = X_m e^{-jk_r} (-jk_x) \mathbf{e}_x + X_m e^{-jk_r} (-jk_y) \mathbf{e}_y + X_m e^{-jk_r} (-jk_z) \mathbf{e}_z = -jX_m e^{-jk_r} \mathbf{k}$$

由此可知, 对于时谐场的均匀平面波, 当写成复矢量形式的时候, ∇ 算子等价于 $-jk$ 。同理可知, $\nabla \times$ 算子等价于 $-jk \times$, $\nabla \cdot$ 算子等价于 $-jk \cdot$ 。

根据麦克斯韦方程:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{cases}$$

由题意可知, 在时谐场条件下, 对于复矢量形式, 上述麦克斯韦方程可化简为:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mu_0 \mathbf{H} \\ \nabla \times \mathbf{H} = j\omega \varepsilon_0 \mathbf{E} \end{cases}$$

根据上面得到的等价关系, 可得:

$$\begin{cases} -jk \cdot \mathbf{E} = 0 \\ -jk \cdot \mathbf{H} = 0 \\ -jk \times \mathbf{E} = -j\omega \mu_0 \mathbf{H} \\ -jk \times \mathbf{H} = j\omega \varepsilon_0 \mathbf{E} \end{cases}$$

整理得:

$$\begin{cases} \mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0 \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{H} = 0 \\ \mathbf{k} \times \mathbf{E} - \omega \mu_0 \mathbf{H} = 0 \\ \mathbf{k} \times \mathbf{H} + \omega \varepsilon_0 \mathbf{E} = 0 \end{cases}$$

【1-8】(东南大学 2003 年考研试题) 在图 1-1 所示的结构中, 玻璃管壳内有金属部件。为了加热金属部件, 同时避免玻璃管壳温度上升过高, 往往在玻璃管壳外套一线圈, 在线圈中通以高频电流。试解释其工作原理。

解: 如图 1-1 所示, 高频电流在导线圈中激发出高频电磁场, 变化的磁场在周围空间产生电场, 当导体处在此电场中时, 导体中的自由电子在电场力的作用下作定向移动而产生电流, 即感应电流, 从而形成涡流, 引起导体发热, 这样就加热了玻璃管壳中的气体。但由于玻璃可看做理想介质, 不具有导体的性质, 则在高频电磁场中不会产生传导电流引起发热。

【1-9】(东南大学 2003 年考研试题) 变压器中铁芯和线圈的结构如图 1-2 所示, 试解释为什么采用薄铁板组成叠片式铁芯结构。

解: 当大块的导体在磁场中运动或处在变化的磁场中时, 都要产生感应电动势, 形成涡流, 引起较大的涡流损耗。为减小涡流损耗, 变压器中广泛采用薄钢片叠压制成的铁芯, 利用铁的高磁导率, 产生强的磁场分布, 该磁场的方向是沿着环形铁片构成回路, 这样涡流就

被限制在狭窄的薄片之内，磁通穿过薄片的狭窄截面时，这些回路中的净电动势较小，回路的长度较大，无法形成很强的涡流，因此降低了铁芯的发热。

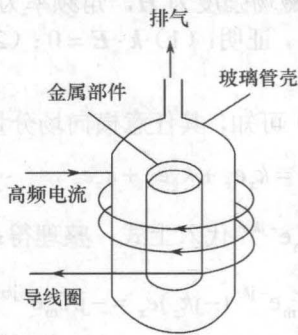


图 1-1

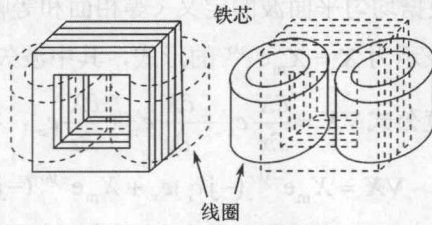


图 1-2

【1-10】(东南大学 2003 年考研试题) 如图 1-3 所示，设半径为 a 的圆形平板电容器，板间距离为 d ，并填充电导率为 σ 的均匀导电介质 (ϵ, μ)，两极板间外加直流电压 U ，忽略边缘效应。(1) 计算两极板间的电场、磁场以及能流密度矢量 (坡印亭矢量)；(2) 计算电容器内储存的能量；(3) 试证明：其中消耗的功率刚好是由电容器外侧进入的功率。

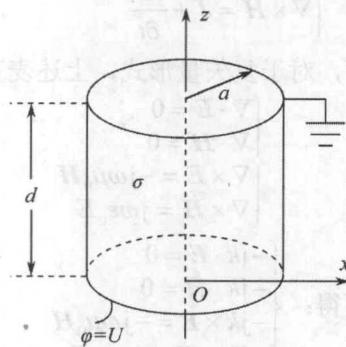


图 1-3

解：(1) 利用公式可求得两极板间的电场、磁场及能流密度矢量分别为：

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_z \frac{U}{d}; \quad \mathbf{H} = \mathbf{e}_\phi \frac{r\sigma U}{2d}, r \leq a; \quad \mathbf{S} = -\mathbf{e}_r \frac{r\sigma U^2}{2d^2}$$

(2) 存储的能量包括电场能量与磁场能量两部分，因此有：

$$W = W_e + W_m = \frac{\pi a^2 \epsilon U^2}{2d} + \frac{\pi a^4 \mu \sigma^2 U^2}{16d}$$

(3) 热损耗功率为：

$$W_L = \frac{U^2}{R} = \frac{\pi a^2 \sigma U^2}{d}$$

由电容器外侧进入的功率为：
$$W = \oint_{S_A} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{S}_A = \frac{r\sigma U^2}{2d^2} \cdot 2\pi r = \frac{\pi a^2 \sigma U^2}{d}$$

则两者相等，得证。

【1-11】(东南大学 2003 年考研试题) 填空题。

(1) 在静电场中，电场强度 \mathbf{E} 和标量电位 φ 之间的相互关系为_____。电场强度沿任一闭合曲线的积分等于_____，因此静电场是_____场。

(2) 在计算静态磁场的磁通量密度时，毕奥-萨伐尔定律的数学表示式为_____，式中各

参量的含义是_____。

(3) 麦克斯韦方程组的微分形式为_____，麦克斯韦方程组的积分形式为_____。电荷量为 q 的带电粒子，在电场强度为 E 及磁通密度为 B 的电磁复合场中，所受到的作用力为_____。由电荷守恒原理得到的连续性方程为_____。

(4) 如果所研究的区域存在两种不同的介质，介质分界面上电磁场边界条件为_____。

答案：(1) $E = -\nabla\varphi$ 0 保守

(2) $d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\mathbf{l} \times \mathbf{e}_R}{R^2}$ $Id\mathbf{l}$ 为电流元矢量，它在矢量 \mathbf{e}_R 对应的 R 的位置上产生的

感应强度为 $d\mathbf{B}$ ， \mathbf{e}_R 为源点到场点的单位矢量， R 为源点到场点的距离， μ_0 为真空磁导率。

$$(3) \begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} \\ \oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \\ \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho dV = q \\ \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \end{cases}$$

$$q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \qquad \qquad \qquad \nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

(4) 法向边界条件： $\begin{cases} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s \\ \mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 \end{cases}$ ；切向边界条件： $\begin{cases} \mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 \\ \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = 0 \end{cases}$ 。

【1-12】(哈尔滨工业大学 2001 考研试题) 试用麦克斯韦方程组导出电流连续性方程 $\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ 。

解：由麦克斯韦方程 $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ ，两边取散度有： $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = \nabla \cdot \mathbf{J} + \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$

又由矢量恒等式知 $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = 0$ ，故： $\nabla \cdot \mathbf{J} + \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0$

又由 $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$ ，得： $\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

【1-13】(南京理工大学 2009 年考研试题) 空气中半径为 a 的球形区域内均匀充满着体密度为 ρ_0 的电荷。求球内和球外的电场强度矢量和电位移矢量，并求电位移矢量的散度和电场强度矢量的旋度。

解：电场明显具有球对称性， \mathbf{D} 沿半径方向，且大小只是 r 的函数。

对于球外的点 ($r \geq a$)，以球心到场点的距离为半径作一球面 (高斯面)，应用高斯定律的积分形势，求得：

$$\oint_S \mathbf{D}_2 \cdot d\mathbf{S} = 4\pi r^2 D_2 = Q = \rho_0 \cdot \frac{4}{3} \pi a^3$$

可得 $D_2 = \frac{a^3}{3r^2} \rho_0$ ，写成矢量形式： $\mathbf{D}_2 = \mathbf{e}_r \frac{a^3}{3r^2} \rho_0$

对于球内的点 ($r \leq a$)，用同样的方法求得： $\oint_S \mathbf{D}_1 \cdot d\mathbf{S} = \rho_0 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$

可得 $4\pi r^2 D_1 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0$ ，即 $D_1 = \frac{1}{3} r \rho_0$ ，写成矢量形式： $\mathbf{D}_1 = \mathbf{e}_r \frac{1}{3} r \rho_0$

由高斯定律的微分形式 $\nabla \cdot \rho = \rho$ 可知，电位移矢量的散度大小为该点的电荷体密度 ρ_0 ，可得当 $r \leq a$ 时，电位移矢量的散度 ρ_0 ；当 $r > a$ 时，为 0。

易知该电场为静电场，静电场是无旋场，即 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ ，则电场强度矢量的旋度为 0。

【1-14】(南京理工大学 2009 年考研试题) 写出麦克斯韦方程组的积分形式和微分形式，由麦克斯韦方程组的微分形式导出电荷守恒定律 $\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ 。

解：(1) 麦克斯韦方程组的积分形式用来描述一个大范围内场与场源相互之间的关系，具体如下：

$$\begin{cases} \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} \\ \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \\ \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \\ \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho dV \end{cases}$$

其中， $\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}$ 表明磁场强度沿任何闭合曲线的环量，等于穿过以该闭合曲线为周界的任意曲面的传导电流与位移电流之和。

$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$ 表明电场强度沿任何闭合曲线的环量，等于穿过以该闭合曲线为周界的任意曲面的磁通量变化率的负值。

$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$ 表明穿过任意闭合曲面的磁感应强度的通量恒等于 0。

$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho dV$ 表明穿过任意闭合曲面的电位移的通量等于该闭合曲面所包围的自由电荷的代数和。

(2) 麦克斯韦方程组的微分形式用来描述空间任意一点场的变化规律，具体如下：

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \end{cases}$$

其中， $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ 表明时变磁场不仅由传导电流产生，也由位移电流产生，揭示时变电场产生时变磁场。

$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ 表明时变磁场产生时变电场。

$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ 表明磁通永远是连续的，磁场是无散度场。

$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$ 表明空间任意点若有电荷存在，电位移线在该点发出或汇聚。

(3) 将麦克斯韦方程组的微分形式的第一个方程两边取散度，得：

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = \nabla \cdot \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right)$$

由于旋度的散度恒等于 0，即得： $\nabla \cdot \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) = 0$

将 $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$ 代入上式, 得: $\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

【1-15】(南京理工大学 2008 年考研试题) 在自由空间中, 一个孤立的点电荷, 其产生的等电位面是 ()。

- A. 平面 B. 球面 C. 柱面

答案: B

【1-16】(南京理工大学 2008 年考研试题) 证明在不同介质的分界面上, 矢量磁位 \mathbf{A} 的切向分量连续。

证明: 由 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ 可得: $\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_S \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$

在磁介质的分界面上任取一点 P , 围绕该点作一个跨越分界面的狭长矩形回路 C , 其长为 Δl , 宽为 Δh , 且令 $\Delta h \rightarrow 0$, 则有: $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = A_1 \cdot \Delta l - A_2 \cdot \Delta l = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$

由于 \mathbf{B} 为有限值, 故上式右端为 0, 则: $A_1 \cdot \Delta l - A_2 \cdot \Delta l = 0$

又由于 Δl 平行于分界面, 因此有: $A_{1t} = A_{2t}$

【1-17】(南京理工大学 2008 年考研试题) 简述亥姆霍兹定理。

解: 矢量场的散度和旋度分别代表着形成矢量场的两种资源, 场的散度和旋度不能同时为 0, 当场的散度和旋度在空间的分布已确定时, 矢量场本身也就唯一地确定了。

假如一矢量场 (矢量点函数) 的散度和旋度处处都已给定, 则这个矢量场 (矢量点函数) 就确定了, 最多只差一个附加常矢量。

空间区域 V 上的任意矢量场, 如果它的散度、旋度和边界条件为已知, 则该矢量场唯一确定, 并且可以表示为一个无旋矢量场和一个无散矢量场的叠加。

【1-18】(南京理工大学 2008 年考研试题) 写出时变电磁场的积分形式的麦克斯韦方程, 并推导出其微分形式。

解: (1) 积分形式:

$$\begin{cases} \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} \\ \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \\ \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \\ \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho dV = Q \end{cases}$$

(2) 微分形式:

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \end{cases}$$

下面推导麦克斯韦方程的微分形式。首先推导高斯定理的微分形式。假定自由电荷是体分布的, 电荷的体密度为 ρ_{e0} , 则高斯定理可写成:

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \rho_{e0} dV$$

式中, V 为高斯面 S 所包围的体积。

利用矢量分析中的高斯定理可把上式中左端的面积分化为体积分:

$$\iiint_V \nabla \cdot \mathbf{D} dV = \iiint_V \rho_{e0} dV$$

上式对任何体积都成立，被积函数本身应处处相等，故有：

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{e0}$$

这就是高斯定理的微分形式。同样可得磁场中的高斯定理的微分形式为

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

对于安培环路定理，也假定电流是体分布的，其密度为 \mathbf{j}_0 ，则有：

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \left(\mathbf{j}_0 + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}$$

利用斯托克斯定理 (Stokes theorem)，把上式左端的线积分为面积分：

$$\oint_l \nabla \times \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S} = \iint_S \left(\mathbf{j}_0 + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}$$

因为上式中的积分范围可以任意选定，被积函数必须相等，故得：

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}_0 + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

对于麦克斯韦方程组的积分形式的第二个方程，也可以进行类似的处理，最后可得到麦克斯韦方程的微分形式。

【1-19】(南京理工大学 2008 年考研试题) 在无源自由空间中，如果已知时变电磁场的矢量磁位 $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ ，证明其电场强度为： $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{k^2 \mathbf{A} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A})}{j\omega\mu_0\epsilon_0}$ ，其中 $k = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ 。

证明：在无源空间中，把麦克斯韦方程写成复数形式，有 $\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\mathbf{D}$ ，即：

$$\nabla \times \mathbf{B} = j\omega\mu_0\epsilon_0 \mathbf{E}$$

代入 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ ，得：

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = j\omega\mu_0\epsilon_0 \mathbf{E}$$

由矢量等式 $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ ，得：

$$\mathbf{E} = \frac{\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}}{j\omega\mu_0\epsilon_0}$$

写成复数形式，可得：

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \mathbf{A} = -k^2 \mathbf{A}$$

代入，得：

$$\mathbf{E} = \frac{k^2 \mathbf{A} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A})}{j\omega\mu_0\epsilon_0}$$

【1-20】两个一匝矩形线圈相互平行，并置于同一平面上，且两线圈最靠近边的距离为 d ，若它们的长度各为 $100d$ 和 d ，宽度均为 d ，忽略端部效应，试求它们间的互感。

解：求解长度为 $100d$ 的回路在长度为 d 的回路中的磁场强度时，可直接应用无限长直导线的磁场强度表达式 $\mathbf{B} = \frac{\mu I}{2\pi r}$ 。

可求得它们之间的互感为：

$$M = \frac{\mu_0 d}{2\pi} \ln \frac{4}{3}$$

【1-21】(国防科技大学 2004 年考研试题) 写出麦克斯韦方程组的微分表达形式和积分表达形式。

解：微分表达形式为：

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$