Oxbridge
津桥教育

总主编◎徐丰

2014

高考牛皮书®

高考权威专家和一线名师联手打造

高考深度复习

有深度，才有高分！

数学（理科）

新世界出版社
NEW WORLD PRESS

2014 高考牛皮书®

高考权威专家和一线名师联手打造

高考

深度复习

数学（理科）

新世界出版社
NEW WORLD PRESS

图书在版编目(CIP)数据

高考深度复习. 数学. 理/徐丰主编. —北京:
新世界出版社,2013. 2
ISBN 978 - 7 - 5104 - 3851 - 6

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①徐… Ⅲ. ①中学数学课—高中—升
学参考资料 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 010029 号

高考深度复习 · 数学 · 理

主　　编:徐　丰
责任编辑:易怀琴
责任印制:李一鸣
出版发行:新世界出版社
社　　址:北京西城区百万庄大街 24 号(100037)
发 行 部:(010)6899 5968　(010)6899 8733(传真)
总 编 室:(010)6899 5424　(010)6832 6679(传真)
印　　刷:南京新洲印刷有限公司
经　　销:新华书店
开　　本:787mm×1092mm　1/16
字　　数:580 千字
印　　张:22. 25
版　　次:2013 年 3 月第 1 版　2013 年 3 月第 1 次印刷
书　　号:ISBN 978 - 7 - 5104 - 3851 - 6
定　　价:57. 00 元

版权所有,侵权必究
凡购本社图书,如有缺页、倒页、脱页等印装错误,可随时退换。
客服电话:(010)6899 8638

目录

CONTENTS

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

专题一　集合、常用逻辑用语

考纲要求

1. 集合

(1) 集合的含义与表示

① 了解集合的含义、元素与集合的属于关系.

② 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.

(2) 集合间的基本关系

① 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.

② 在具体情境中,了解全集与空集的含义.

(3) 集合的基本运算

① 理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.

② 理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.

③ 能使用韦恩(Venn)图表达集合的关系及运算.

2. 常用逻辑用语

(1) 命题及其关系

① 理解命题的概念.

② 了解"若 p,则 q"形式的命题及其逆命题、否命题与逆否命题,会分析四种命题的相互关系.

③ 理解必要条件、充分条件与充要条件的意义.

(2) 简单的逻辑联结词

了解逻辑联结词"或""且""非"的含义.

(3) 全称量词与存在量词

① 理解全称量词与存在量词的意义.

② 能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

考情分析

集合和常用逻辑用语既是高中数学的基础知识,也是高中数学的基本工具,近几年新课标高考中都有所涉及,一般作为基础题出现,难度不大,以选择题或填空题形式出现.主要考查集合的概念与运算、命题及其关系、充要条件、逻辑联结词以及含有一个量词的命题的否定等知识点.以集合知识为依托,考查其他知识是高考中的常见题型,我们在复习中要予以重视.

备考策略

根据近两年高考命题的特点和规律,复习本专题时,要注意以下几个方面:

1. 深刻理解集合、集合间的关系、四种命题及其关系,全称量词、存在量词、充要条件等重要概念.

2. 熟练掌握解决以下问题的思想方法:

(1) 集合的运算问题;

(2) 命题真假的判断与否定问题;

(3) 充要条件的确定问题.

第一课时　集合及其运算

考纲主干知识梳理

一、集合的含义与表示

1. 集合的含义

(1) 集合中元素的性质

集合中的元素具有确定性、互异性、无序性三个特征.

(2) 元素与集合的关系

元素与集合的关系有________和________两种.

2. 集合的表示法：________、________、________.

二、子集、全集、补集

(1) 如果集合 A 的____________元素都是集合 B 的元素(若 $a\in A$ 则 $a\in B$)，则称集合 A 为集合 B 的子集，记为______________.

(2) 如果 $A\subseteq B$，并且________，这时集合 A 称为集合 B 的真子集，记为________.

(3) 根据子集的定义，我们知道 $A\subseteq A$. 对于空集 $\varnothing$，我们规定 $\varnothing\subseteq A$，即空集是任何集合的________，是任何非空集合的________.

(4) 设 $A\subseteq S$，由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合称为 S 的子集 A 的补集，记作 $\complement_S A$，即 $\complement_S A=$________.

三、交集、并集

1. 交集：$A\cap B=$________

2. 并集：$A\cup B=$________

真题再现

一、选择题

1. (2012·全国理1)已知集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{(x,y)|x\in A,y\in A,x-y\in A\}$，则 B 中所含元素的个数为 (　　)

A. 3　　B. 6　　C. 8　　D. 10

2. (2012·全国理2)已知集合 $A=\{1,3,\sqrt{m}\}$，$B=\{1,m\}$，$A\cup B=A$，则 $m=$ (　　)

A. 0或$\sqrt{3}$　　B. 0或3

C. 1或$\sqrt{3}$　　D. 1或3

3. (2012·浙江文1)设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，设集合 $P=\{1,2,3,4\}$，$Q=\{3,4,5\}$，则 $P\cap(\complement_U Q)=$ (　　)

A. $\{1,2,3,4,6\}$　　B. $\{1,2,3,4,5\}$

C. $\{1,2,5\}$　　D. $\{1,2\}$

4. (2012·陕西理1)集合 $M=\{x|\lg x>0\}$，$N=\{x|x^2\leqslant 4\}$，则 $M\cap N=$ (　　)

A. $(1,2)$　　B. $[1,2)$

C. $(1,2]$　　D. $[1,2]$

5. (2012·重庆理10)设平面点集 $A=\left\{(x,y)\,\middle|\,(y-x)\left(y-\frac{1}{x}\right)\geqslant 0\right\}$，$B=\{(x,y)|(x-1)^2+(y-1)^2\leqslant 1\}$，则 $A\cap B$ 所表示的平面图形的面积为 (　　)

A. $\frac{3}{4}\pi$　　B. $\frac{3}{5}\pi$

C. $\frac{4}{7}\pi$　　D. $\frac{\pi}{2}$

6. (2011·广东文、理2)已知集合 $A=\{(x,y)|x,y$ 为实数，且 $x^2+y^2=1\}$，$B=\{(x,y)|x,y$ 为实数，且 $y=x\}$，则 $A\cap B$ 的元素个数为 (　　)

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

7. (2011·湖北理2)已知 $U=\{y|y=\log_2 x,x>1\}$，$P=\left\{y\,\middle|\,y=\frac{1}{x},x>2\right\}$，则 $\complement_U P=$ (　　)

A. $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$

B. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$

C. $(0,+\infty)$

D. $(-\infty,0)\cup\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$

8. (2011·辽宁理2)已知 M,N 为集合 I 的非空真子集，且 M,N 不相等，若 $N\cap(\complement_I M)=\varnothing$，则 $M\cup N=$ (　　)

A. M　　B. N

C. I　　D. $\varnothing$

9. (2011·陕西理7)设集合 $M=\{y|y=|\cos^2 x-\sin^2 x|,x\in\mathbf{R}\}$，$N=\{x||x-\frac{1}{\mathrm{i}}|<\sqrt{2}$，i为虚数单位，$x\in\mathbf{R}\}$，则 $M\cap N$ 为 (　　)

A. $(0,1)$　　B. $(0,1]$

C. $[0,1)$　　D. $[0,1]$

10. (2011·安徽理8)设集合 $A=\{1,2,3,4,5,6\}$，$B=\{4,5,6,7\}$，则满足 $S\subseteq A$ 且 $S\cap B\neq\varnothing$ 的集合 S 的个数为 (　　)

A. 57　　B. 56

C. 49　　D. 8

11. (2011·浙江理10)设 a,b,c 为实数，$f(x)=(x+a)(x^2+bx+c)$，$g(x)=(ax+1)(cx^2+bx+1)$. 记集合 $S=\{x|f(x)=0,x\in\mathbf{R}\}$，$T=\{x|g(x)=0,x\in\mathbf{R}\}$，若 $|S|$，$|T|$ 分别为集合元素 S，T 的元素个数，则下列结论不可能的是 (　　)

A. $|S|=1$ 且 $|T|=0$

B. $|S|=1$ 且 $|T|=1$

C. $|S|=2$ 且 $|T|=2$

D. $|S|=2$ 且 $|T|=3$

二、填空题

12. (2012·天津理11)已知集合$A=\{x\in\mathbf{R}||x+2|<3\}$，集合$B=\{x\in\mathbf{R}|(x-m)(x-2)<0\}$，且$A\cap B=(-1,n)$，则$m=$________，$n=$________.

13. (2011·上海理2)若全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x|x\geqslant 1\}\cup\{x|x\leqslant 0\}$，则$\complement_U A=$________.

14. (2011·天津理13)已知集合$A=\{x\in\mathbf{R}||x+3|+|x-4|\leqslant 9\}$，$B=\left\{x\in\mathbf{R}\middle|x=4t+\frac{1}{t}-6,t\in(0,+\infty)\right\}$，则集合$A\cap B=$________.

三、解答题

15. (2012·江苏23)设集合$P_n=\{1,2,\cdots,n\}$，$n\in\mathbf{N}^*$. 记$f(n)$为同时满足下列条件的集合A的个数：① $A\subseteq P_n$；② 若$x\in A$，则$2x\notin A$；③ 若$x\in\complement_{P_n}A$，则$2x\notin\complement_{P_n}A$.

(1) 求$f(4)$；

(2) 求$f(n)$的解析式(用n表示).

考点分类探究

考点1 集合间的特殊关系

【例1】 (2010·揭阳模拟)已知二次函数$f(x)=ax^2+x$有最小值，不等式$f(x)<0$的解集为A.

(1) 求集合A；

(2) 设集合$B=\{x||x+4|<a\}$，若集合B是集合A的子集，求a的取值范围.

[思路点拨] (1) 由二次函数$f(x)=ax^2+x$有最小值，得出$a>0$，由一元二次不等式求出解集A；(2) 由集合B是集合A的子集，利用数轴求出a的取值范围.

[解析] (1) ∵二次函数$f(x)=ax^2+x$有最小值，∴$a>0$.

∴解不等式$f(x)=ax^2+x<0$，得集合$A=\left(-\frac{1}{a},0\right)$.

(2) 由$B=\{x||x+4|<a\}$，解得$B=(-a-4,a-4)$，

∵集合B是集合A的子集，

$$\therefore\begin{cases}a>0,\\-a-4\geqslant-\frac{1}{a},\\a-4\leqslant 0,\end{cases}\quad 解得0<a\leqslant\sqrt{5}-2.$$

变式训练1 (江苏)已知集合$A=\{x|\log_2 x\leqslant 2\}$，$B=(-\infty,a)$，若$A\subseteq B$则实数$a$的取值范围是$(c,+\infty)$，其中$c=$________.

考点2 集合运算

【例2】 (北京海淀一模)已知$A=\{x||x-a|<4\}$，$B=\{x||x-2|>3\}$.

(1) 若$a=1$，求$A\cap B$；

(2) 若$A\cup B=\mathbf{R}$，求实数a的取值范围.

[思路点拨] (1) 解绝对值不等式，得出集合A和B，利用数轴求出$A\cap B$；(2) 由$A\cup B=\mathbf{R}$，说明端点$a-4$在-1左边，$a+4$在5的右边.

[解析] (1) 当$a=1$时，$A=\{x|-3<x<5\}$，$B=\{x|x<-1或x>5\}$.

∴$A\cap B=\{x|-3<x<-1\}$.

(2) ∵$A=\{x|a-4<x<a+4\}$，

$B=\{x|x<-1或x>5\}$，且$A\cup B=\mathbf{R}$，

$$\therefore\begin{cases}a-4<-1,\\a+4>5\end{cases}\Rightarrow 1<a<3.$$

∴实数a的取值范围是$(1,3)$.

变式训练2 (南阳调研)已知集合$A=\{x|x^2-2x-3\leqslant 0\}$，$B=\{x|x^2-2mx+m^2-4\leqslant 0,x\in\mathbf{R},m\in\mathbf{R}\}$.

(1) 若$A\cap B=[0,3]$，求实数m的值；

(2) 若$A\subseteq\complement_{\mathbf{R}}B$，求实数$m$的取值范围.

考点3 以集合语言为背景的信息题

【例3】 (2010·四川)设S为复数集C的非空子集. 若对任意$x,y\in S$，都有$x+y,x-y,xy\in S$，则称S为封闭集. 下列命题：

① 集合$S=\{a+bi|(a,b为整数,i为虚数单位)\}$为封闭集；

② 若 S 为封闭集，则一定有 $0\in S$；

③ 封闭集一定是无限集；

④ 若 S 为封闭集，则满足 $S\subseteq T\subseteq C$ 的任意集合 T 也是封闭集.

其中真命题是________.（写出所有真命题的序号）

[答案] ①②

[解析] 直接验证可知①正确.

当 S 为封闭集时，因为 $x-y\in S$，取 $x=y$，得 $0\in S$，②正确.

对于集合 $S=\{0\}$，显然满足所有条件，但 S 是有限集，③错误.

取 $S=\{0\}$，$T=\{0,1\}$，满足 $S\subseteq T\subseteq C$，但由于 $0-1=-1\notin T$，故 T 不是封闭集，④错误.

变式训练 3 非空集合 G 关于运算 $\oplus$ 满足：① 对于任意 a、$b\in G$，都有 $a\oplus b\in G$；② 存在 $e\in G$，使对一切 $a\in G$ 都有 $a\oplus e=e\oplus a=a$，则称 G 关于运算 $\oplus$ 为融洽集，现有下列集合运算：

① $G=\{$非负整数$\}$，$\oplus$为整数的加法；

② $G=\{$偶数$\}$，$\oplus$为整数的乘法；

③ $G=\{$平面向量$\}$，$\oplus$为平面向量的加法；

④ $G=\{$二次三项式$\}$，$\oplus$为多项式的加法.

其中关于运算 $\oplus$ 的融洽集有________.

方法技巧

一、数形结合的思想

对于某些问题，文字描述比较抽象，可借助韦恩图和数轴，利用几何的直观性，形象，方便，简单快捷.

二、补集思想

对于某些问题正面无法解决，或从正面解决比较困难，可以考虑问题的反面，将研究对象全体视为全集，求使问题反方面成立的集合 A，则 A 的补集就是所求.

误区警示

1. 忽视空集是任何非空集合的子集导致思维不全面.

例如：设 $A=\{x|x^2-8x+15=0\}$，$B=\{x|ax-1=0\}$，若 $A\cap B=B$，求实数 a 组成的集合的子集有多少个？

解析：集合 A 化简得 $A=\{3,5\}$，由 $A\cap B=B$ 知 $B\subseteq A$，故(1)当 $B=\varnothing$ 时，即方程 $ax-1=0$ 无解，此时 $a=0$ 符合已知条件(2)当 $B\neq\varnothing$ 时，即方程 $ax-1=0$ 的解为 3 或 5，代入得 $a=\frac{1}{3}$ 或 $\frac{1}{5}$. 综上满足条件的 a 组成的集合为 $\left\{0,\frac{1}{3},\frac{1}{5}\right\}$，故其子集共有 $2^3=8$ 个.

综合测试

一、选择题

1. (2010·全国大联考第五次联考四川卷)设集合 $A=\{5,\log_2(a+3)\}$，集合 $B=\{a,b\}$，若 $A\cap B=\{2\}$，则 $a+b$ 等于 ( )

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. (2011·山东济南调研)若集合 $A=\{x||x-2|\leqslant 3,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y|y=1-x^2,y\in\mathbf{R}\}$，则 $A\cap B=$ ( )

A. $[0,1]$　　B. $[0,+\infty)$

C. $[-1,1]$　　D. $\varnothing$

3. (2012·浙江宁波期末文)设集合 $A=\{(x,y)|x+a^2y+6=0\}$，$B=\{(x,y)|(a-2)x+3ay+2a=0\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，则实数 a 的值为 ( )

A. 3 或 -1　　B. 0 或 3

C. 0 或 -1　　D. 0 或 3 或 -1

4. (2011·合肥教学质量检测) $A=\{1,2,3\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}|x^2-ax+1=0,a\in A\}$，则 $A\cap B=B$ 时 a 的值是 ( )

A. 2　　B. 2 或 3

C. 1 或 3　　D. 1 或 2

5. (2012·江西南昌调研)设 $S=\{x|x<-1$ 或 $x>5\}$，$T=\{x|a<x<a+8\}$，$S\cup T=R$，则 a 的取值范围是 ( )

A. $-3<a<-1$　　B. $-3\leqslant a\leqslant -1$

C. $a\leqslant -3$ 或 $a\geqslant -1$　　D. $a<-3$ 或 $a>-1$

6. (2010·福建卷 9)对于复数 a,b,c,d，若集合 $S=\{a,b,c,d\}$ 具有性质"对任意 $\chi,\gamma\in S$，必有 $\chi\gamma\in S$"，则当 $\begin{cases}a=1,\\ b^2=1,\\ c^2=b\end{cases}$ 时，$b+c+d$ 等于 ( )

A. 1　　B. -1

C. 0　　D. i

7. (2010·天津卷 7)设集合 $A=\{x||x-a|<1,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x|1<x<5,x\in\mathbf{R}\}$. 若 $A\cap B=\varnothing$，则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $\{a|0\leqslant a\leqslant 6\}$

B. $\{a|a\leqslant 2$，或 $a\geqslant 4\}$

C. $\{a|a\leqslant 0$ 或 $a\geqslant 6\}$

D. $\{a|2\leqslant a\leqslant 4\}$

8. (2011·浙江宁波"十校联考")对于集合 M、N，定义 $M-N=\{x|x\in M$，且 $x\notin N\}$，$M\oplus N=(M-N)\cup(N-M)$，设 $A=\{y|y=3^x,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y|y=-(x-1)^2+2,x\in\mathbf{R}\}$，则 $A\oplus B=$ ( )

A. $[0,2)$

B. $(0,2]$

C. $(-\infty,0]\cup(2,\infty)$

D. $(-\infty,0)\cup[2,+\infty)$

二、填空题

9. (2011·广东遂溪模拟)设集合 $A=\{(x,y)|y\geqslant|x-2|,x\geqslant 0\}$，$B=\{(x,y)|y\leqslant -x+b\}$，$A\cap B\neq\varnothing$，则 b 的取值范围是________.

10. (2010·南通二模)设全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\left\{x\left|\frac{x-2}{x+1}<0\right.\right\}$，$B=\left\{x\mid \sin x\geqslant\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$，则 $A\cap B=$________.

11. (2010·苏、锡、常、镇一模)已知集合 $A=\{x|x^2-x\leqslant 0,x\in\mathbf{R}\}$，设函数 $f(x)=2^{-x}+a(x\in A)$ 的值域为 B，若 $B\subseteq A$，则实数 a 的取值范围是________.

12. (2012·泉州四校二次联考)已知集合 $A=\{(x,y)$

$|\,|x-a|+|y-1|\leqslant 1\}$，$B=\{(x,y)\,|\,(x-1)^2+(y-1)^2\leqslant 1\}$，若 $A\cap B\neq\varnothing$，则实数 a 的取值范围为________.

三、解答题

13. (2012·北京东城区期末)已知 M 是由满足下述条件的函数构成的集合：对任意 $f(x)\in M$，① 方程 $f(x)-x=0$ 有实数根；② 函数 $f(x)$ 的导数 $f'(x)$ 满足 $0<f'(x)<1$.

(1) 判断函数 $f(x)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sin x}{4}$ 是否是集合 M 中的元素，并说明理由；

(2) 集合 M 中的元素 $f(x)$ 具有下面的性质：若 $f(x)$ 的定义域为 D，则对于任意 $[m,n]\subseteq D$，都存在 $x_0\in(m,n)$，使得等式 $f(n)-f(m)=(n-m)f'(x_0)$ 成立. 试用这一性质证明：方程 $f(x)-x=0$ 有且只有一个实数根.

14. (2010·宜昌市一中)已知集合 $A=\left\{x\,\middle|\,\dfrac{6}{x+1}\geqslant 1,x\in\mathbf{R}\right\}$，$B=\{x\,|\,x^2-2x-m<0\}$.

(1) 当 $m=3$ 时，求 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)$；

(2) 若 $A\cap B=\{x\,|\,-1<x<4\}$，求实数 m 的值.

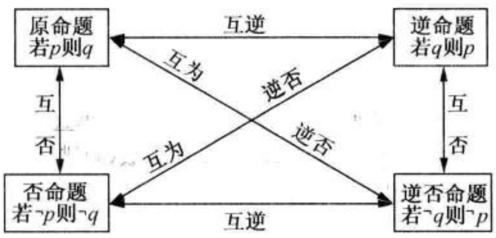
15. 已知集合 $A=\{x\,|\,x^2+(2+a)x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}\,|\,x>0\}$，试问是否存在实数 a，使得 $A\cap B=\varnothing$？若存在，求出 a 的值；若不存在，请说明理由.

第二课时　简易逻辑

考纲主干知识梳理

一、命题及其关系

(1) 四种命题及其关系：



(2) 四种命题的真假关系：

若两个命题互为逆否命题，则它们的真假相同.

若两个命题互为逆命题或互为否命题，则它们的真假不一定相同.

二、充分必要条件

(1) 如果已知 $p\Rightarrow q$，那么 p 是 q 的________条件，q 是 p 的________条件；

(2) 如果既有 $p\Rightarrow q$，又有 $q\Rightarrow p$，记作 $p\Leftrightarrow q$，那么 p 是 q 的________条件.

三、简单的逻辑联结词

(1) 命题“p 且 q”、“p 或 q”真假的判断

p	q	p 且 q	p 或 q
真	真		
真	假		
假	真		
假	假		

(2) 命题非 p 真假的判断

p	非 p
真	
假	

四、全称量词与存在量词

(1) 含有____________的命题称为全称命题，全称命题的一般形式可表示为________.

(2) 含有____________的命题称为存在性命题，存在性命题的一般形式可以表示为________.

(3) “$\forall x\in M, p(x)$”否定是______________，“$\exists x_0\in M, p(x_0)$”的否定是________.

真题再现

一、选择题

1. (2011·山东文5)已知 $a,b,c\in\mathbf{R}$，命题“若 $a+b+c=3$，则 $a^2+b^2+c^2\geqslant 3$”的否命题是　(　　)

A. 若 $a+b+c\neq 3$，则 $a^2+b^2+c^2<3$

B. 若 $a+b+c=3$，则 $a^2+b^2+c^2<3$

C. 若 $a+b+c\neq 3$，则 $a^2+b^2+c^2\geqslant 3$

D. 若 $a^2+b^2+c^2\geqslant 3$，则 $a+b+c=3$

2. (2011·陕西文、理1)设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是向量，命题“若 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$”的逆命题是　(　　)

A. 若 $\boldsymbol{a}\neq-\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{a}|\neq|\boldsymbol{b}|$

B. 若 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{a}|\neq|\boldsymbol{b}|$

C. 若 $|\boldsymbol{a}|\neq|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}\neq-\boldsymbol{b}$

D. 若 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$

3. (2012·湖北理2)命题“$\exists x_0\in \complement_R Q, x_0^3\in Q$”的否定是　(　　)

A. $\exists x_0\notin \complement_R Q, x_0^3\in \mathbf{Q}$

B. $\exists x_0\in \complement_R Q, x_0^3\notin Q$

C. $\forall x_0\notin \complement_R Q, x_0^3\in \mathbf{Q}$

D. $\forall x_0\in \complement_R Q, x_0^3\notin Q$

4. (2012·山东文5)设命题 p：函数 $y=\sin 2x$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$；命题 q：函数 $y=\cos x$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{2}$ 对称. 则下列判断正确的是　(　　)

A. p 为真　　B. $\neg q$ 为假

C. $p\wedge q$ 为假　　D. $p\vee q$ 为真

5. (2012·浙江文4)设 $a\in\mathbf{R}$，则“$a=1$”是“直线 $l_1: ax+2y=0$ 与直线 $l_2: x+(a+1)y+4=0$ 平行的　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. (2011·天津文4)设集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|x-2>0\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}|x<0\}$，$C=\{x\in\mathbf{R}|x(x-2)>0\}$，则“$x\in A\cup B$”是“$x\in C$”的　(　　)

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. (2011·山东理5)对于函数 $y=f(x)$，$x\in\mathbf{R}$，“$y=|f(x)|$ 的图象关于 y 轴对称”是“$y=f(x)$ 是奇函数”的　(　　)

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要

8. (2012·重庆理7)已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，且以2为周期，则“$f(x)$ 为 $[0,1]$ 上的增函数”是“$f(x)$ 为

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

[3,4]上的减函数”的 ( )

A. 既不充分也不必要的条件

B. 充分而不必要的条件

C. 必要而不充分的条件

D. 充要条件

9. (2011·湖北文10理9)若实数a,b满足$a\geqslant 0,b\geqslant 0$,且$ab=0$,则称$a$与$b$互补,记$\varphi(a,b)=\sqrt{a^2+b^2}-a-b$,那么$\varphi(a,b)=0$是$a$与$b$互补的 ( )

A. 必要而不充分条件

B. 充分而不必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

10. (2011·福建文12)在整数集$\mathbf{Z}$中,被5除所得余数为k的所有整数组成一个“类”,记为$[k]$,即$[k]=\{5n+k \mid n\in\mathbf{Z}\}$,$k=0,1,2,3,4$. 给出如下四个结论:

① $2011\in[1]$

② $-3\in[3]$;

③ $Z=[0]\cup[1]\cup[2]\cup[3]\cup[4]$;

④ “整数a,b属于同一“类”的充要条件是“$a-b\in[0]$”.

其中正确结论的个数是 ( )

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

二、填空题

11. (2011·陕西文14理12)设$n\in\mathbf{N}_+$,一元二次方程$x^2-4x+n=0$有整数根的充要条件是$n=$________.

12. (2012·四川理16)记$[x]$为不超过实数x的最大整数,例如,$[2]=2,[1.5]=1,[-0.3]=-1$. 设a为正整数,数列$\{x_n\}$满足$x_1=a,x_{n+1}=\left[\dfrac{x_n+\left[\frac{a}{x_n}\right]}{2}\right](n\in\mathbf{N}^*)$,

现有下列命题:

① 当$a=5$时,数列$\{x_n\}$的前3项依次为5,3,2;

② 对数列$\{x_n\}$都存在正整数k,当$n\geqslant k$时总有$x_n=x_k$;

③ 当$n\geqslant 1$时,$x_n>\sqrt{a}-1$;

④ 对某个正整数k,若$x_{k+1}\geqslant x_k$,则$x_n=[\sqrt{a}]$.

其中真命题有________.(写出所有真命题的序号)

考点分类探究

考点1　命题与充要条件

【例1】 (江苏卷)设α和β为不重合的两个平面,给出下列命题:

(1) 若α内的两条相交直线分别平行于β内的两条直线,则α平行于β;

(2) 若α外一条直线l与α内的一条直线平行,则l和α平行;

(3) 设α和β相交于直线l,若α内有一条直线垂直于l,则α和β垂直;

(4)直线l与α垂直的充分必要条件是l与α内的两条直线垂直.

上面命题中,真命题的有________.(写出所有真命题的序号)

[思路点拨] 判断一个命题为真,需做出证明,特别是牵涉到立体几何问题,要对定理熟练掌握;判断一个命题为假,只需举出一个反例即可.

[答案] (1)(2)

[解析] 若α内的两条相交直线分别平行于β内的两条直线,则α内的两条相交直线都平行于β,根据线面平行的判定定理,α平行于β,故(1)正确;若α外一条直线l与α内的一条直线平行,根据线面平行的判断定理知,l和α平行,故(2)正确;设α和β相交于直线l,若α内有一条直线垂直于l,可知α内有一条直线垂直于β内一条直线,而判断线面垂直要2条相交垂直,故(3)错;直线l与α垂直的充分必要条件是l与α内的两条相交直线垂直,故(4)错.

变式训练1 (2010·天津卷)下列命题中,真命题是________.

A. $\exists m\in\mathbf{R}$,使函数$f(x)=x^2+mx(x\in\mathbf{R})$是偶函数

B. $\exists m\in\mathbf{R}$,使函数$f(x)=x^2+mx(x\in\mathbf{R})$是奇函数

C. $\forall m\in\mathbf{R}$,使函数$f(x)=x^2+mx(x\in\mathbf{R})$都是偶函数

D. $\forall m\in\mathbf{R}$,使函数$f(x)=x^2+mx(x\in\mathbf{R})$都是奇数

【例2】 (2010·湖北卷文科10)记实数$x_1,x_2,\cdots,x_n$中的最大数为$\max\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$,最小数为$\min\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$. 已知$\triangle ABC$的三边边长为$a$、$b$、$c(a\leqslant b\leqslant c)$,定义它的倾斜度为

$$t=\max\left\{\frac{a}{b},\frac{b}{c},\frac{c}{a}\right\}\cdot\min\left\{\frac{a}{b},\frac{b}{c},\frac{c}{a}\right\},$$

则“$t=1$”是“$\triangle ABC$为等边三角形”的 ( )

A. 充分不必要的条件

B. 必要而不充分的条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要的条件

[思路点拨] 判断充要条件要从充分性、必要性两个方面研究.

[答案] B

[解析] 当$\triangle ABC$为等边三角形时,即$a=b=c$,则$\max\left\{\frac{a}{b},\frac{b}{c},\frac{c}{a}\right\}=1=\min\left\{\frac{a}{b},\frac{b}{c},\frac{c}{a}\right\}$,则$t=1$;若$\triangle ABC$为等腰三角形,如$a=2,b=2,c=3$时,则$\max\left\{\frac{a}{b},\frac{b}{c},\frac{c}{a}\right)=\frac{3}{2}$,$\min\left\{\frac{a}{b},\frac{b}{c},\frac{c}{a}\right\}=\frac{2}{3}$,此时$t=1$仍成立,但$\triangle ABC$不为等边三角形,所以B正确.

变式训练2 (2010·山东文7)设$\{a_n\}$是首项大于零的等比数列,则“$a_1<a_2$”是“数列$\{a_n\}$是递增数列”的 ( )

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

考点2　简单的逻辑联结词

【例3】 (吉林质检)设命题P:关于x的不等式$a^{x^2-ax-2a^2}>1(a>0$且$a\neq 1)$的解集为$\{x\mid -a<x<2a\}$;命

题 Q：$y=\lg(ax^2-x+a)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，如果 P 或 Q 为真，P 且 Q 为假，求 a 的取值范围.

[思路点拨] 首先要化简命题 P、Q，然后根据已知条件和真值表判断 P 和 Q 真假，最后解出 a 的值.

[解析] 对于命题 P：当 $0<a<1$ 时，$x^2-ax-2a^2<0$，解集为 $\{x|-a<x<2a\}$，

当 $a>1$ 时，$x^2-ax-2a^2>0$，解集为 $\{x|-2a<x<a\}$，故 P 命题为真时，a 的取值为"$0<a<1$".

对于 Q 命题，$ax^2-x+a>0$ 恒成立，则 $\begin{cases}a>0,\\1-4a^2<0,\end{cases}$

所以 $a>\dfrac{1}{2}$，故 Q 命题为真时，a 的取值为"$a>\dfrac{1}{2}$".

因为 P 或 Q 为真，P 且 Q 为假，

所以 P、Q 中有且仅有一个为真，

故 $\begin{cases}0<a<1,\\a\leqslant\dfrac{1}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a>1,\\a>\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

所以 a 的取值范围为 $\left\{x\left|0<a\leqslant\dfrac{1}{2}\text{或}a>1\right.\right\}$.

变式训练 3 （2011·湖南省怀化模拟）命题 p：$\exists x\in\mathbf{R}|x+1|+k<x$，命题 q：$\forall x>0,y>0,z>0$，且 $x+y+z=1$，有 $k\leqslant\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}+\dfrac{1}{z}$. 若"$p\wedge q$"为真，则实数 k 的取值范围是 （　　）

A. $[-1,6+4\sqrt{2}]$　　B. $[1,6+4\sqrt{2}]$

C. $[-1,16]$　　D. $[1,16]$

考点 3　全称量词与存在量词

【例 4】 （2010·辽宁文 4）已知 $a>0$，函数 $f(x)=ax^2+bx+c$，若 x_0 满足关于 x 的方程 $2ax+b=0$，则下列选项的命题中为假命题的是 （　　）

A. $\exists x\in\mathbf{R},f(x)\leqslant f(x_0)$

B. $\exists x\in\mathbf{R},f(x)\geqslant f(x_0)$

C. $\forall x\in\mathbf{R},f(x)\leqslant f(x_0)$

D. $\forall x\in\mathbf{R},f(x)\geqslant f(x_0)$

[思路点拨] 理解全称量词和存在量词的含义.

[解析] 选 C. 函数 $f(x)$ 的最小值是 $f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)=f(x_0)$ 等价于 $\forall x\in\mathbf{R},f(x)\geqslant f(x_0)$，所以命题 C 错误.

变式训练 4 （天津卷理）命题"存在 $x_0\in\mathbf{R},2^{x_0}\leqslant0$"的否定是 （　　）

A. 不存在 $x_0\in\mathbf{R},2^{x_0}>0$

B. 存在 $x_0\in\mathbf{R},2^{x_0}\geqslant0$

C. 对任意的 $x\in\mathbf{R},2^x\leqslant0$

D. 对任意的 $x\in\mathbf{R},2^x>0$

方法技巧

1. 处理充分、必要条件问题时，首先要分清条件与结论，然后才能进行推理和判断. 不仅要深刻理解充分、必要条件的概念，而且要熟知问题中所涉及的知识点和有关概念.

2. 等价变换是判断充分、必要条件的重要手段之一，特别是对于否定的命题，常通过它的等价命题，即逆否命题来考查条件与结论间的充分、必要关系.

3. 判断复合命题真假的方法——真值表法

为了更好的记住复合命题的真值表，可用口诀：对于"p 或 q"的形式的复合命题，记住"一真必真"；对于"p 且 q"的形式的复合命题，记住："一假必假"，对于"p 或 q"的形式的复合命题，记住"真假相对".

4. 对于全称命题与存在性命题的否定要注意其形式，即全称命题的否定是存在性命题，存在性命题的否定是全称命题.

误区警示

1. 四种命题的结构不明致误

错因分析：如果原命题是"若 A 则 B"，则这个命题的逆命题是"若 B 则 A"，否命题是"若 $\neg A$ 则 $\neg B$"，逆否命题是"若 $\neg B$ 则 $\neg A$". 这里面有两组等价的命题，即"原命题和它的逆否命题等价，否命题与逆命题等价". 在解答由一个命题写出该命题的其他形式的命题时，一定要明确四种命题的结构以及它们之间的等价关系. 另外，在否定一个命题时，要注意全称命题的否定是存在性命题，存在性命题的否定是全称命题. 如对"a,b 都是偶数"的否定应该是"a,b 不都是偶数"，而不应该是"a,b 都是奇数".

2. 充分必要条件颠倒致误

错因分析：对于两个条件 A,B，如果 $A\Rightarrow B$ 成立，则 A 是 B 的充分条件，B 是 A 的必要条件；如果 $B\Rightarrow A$ 成立，则 A 是 B 的必要条件，B 是 A 的充分条件；如果 $A\Leftrightarrow B$，则 A，B 互为充分必要条件. 解题时最容易出错的就是颠倒了充分性与必要性，所以在解决这类问题时一定要根据充要条件的概念作出准确的判断.

3. 逻辑联结词理解不准致误

错因分析：在判断含逻辑联结词的命题时很容易因为理解不准确而出现错误，可用以下常用的判断方法：$p\vee q$ 真 $\Leftrightarrow p$ 真或 q 真，命题 $p\vee q$ 假 $\Leftrightarrow p$ 假且 q 假（概括为一真即真）；命题 $p\wedge q$ 真 $\Leftrightarrow p$ 真且 q 真，$p\wedge q$ 假 $\Leftrightarrow p$ 假或 q 假（概括为一假即假）；$\neg p$ 真 $\Leftrightarrow p$ 假，$\neg p$ 假 $\Leftrightarrow p$ 真（概括为一真一假）

综合测试

一、选择题

1. （2012·广东韶关市调研文）对于 $\triangle ABC$，有如下四个命题：

① 若 $\sin2A=\sin2B$，则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形；

② 若 $\sin B=\cos A$，则 $\triangle ABC$ 是直角三角形；

③ 若 $\sin^2A+\sin^2B>\sin^2C$，则 $\triangle ABC$ 是钝角三角形；

④ 若 $\dfrac{a}{\cos\dfrac{A}{2}}=\dfrac{b}{\cos\dfrac{B}{2}}=\dfrac{c}{\cos\dfrac{C}{2}}$，则 $\triangle ABC$ 是等边三角形.

其中，正确的命题个数是 （　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2.（2012·北京市丰台区模拟）若函数 $f(x)=\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^x, & x\leqslant 0,\\ -x+a, & x>0,\end{cases}$ 则"$a=1$"是"函数 $y=f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减"的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3.（2010·安徽黄山）已知条件 p: $|x+1|>2$，条件 q: $x>a$，且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件，则 a 的取值范围是（　　）

A. $a\geqslant 1$　　B. $a\leqslant 1$

C. $a\geqslant -3$　　D. $a\leqslant -3$

4.（2010·唐山模拟）已知命题 p: 不等式 $|x|+|x-1|>m$ 的解集为 $\mathbf{R}$，命题 q: 命题 $f(x)=-(5-2m)^x$ 是减函数，则 p 是 q 的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5.（2011·山东济南教学质量调研理科）下列命题中假命题的是（　　）

A. $\forall x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$x>\sin x$

B. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$\sin x_0+\cos x_0=2$

C. $\forall x\in\mathbf{R}$，$3^x>0$

D. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$\lg x_0=0$

6.（2011·日照一调）二次方程 $ax^2+2x+1=0(a\neq 0)$ 有一个正根和一个负根的充分不必要条件是（　　）

A. $a>0$　　B. $a<0$

C. $a>1$　　D. $a<-1$

7.（2010·上海奉贤质量调研）下列 4 个命题中真命题的是（　　）

① 存在 $x\in(0,+\infty)$，使不等式 $2^x<3^x$ 成立；

② 不存在 $x\in(0,1)$，使不等式 $\log_2 x<\log_3 x$ 成立；

③ 任意的 $x\in(0,+\infty)$，使不等式 $\log_2 x<2^x$ 成立；

④ 任意的 $x\in(0,+\infty)$，使不等式 $\log_2 x<\frac{1}{x}$ 成立.

A. ①③　　B. ①④

C. ②③　　D. ②④

8.（2012·吉林市期末质检文）有下列四个命题：

① 函数 $y=10^{-x}$ 和函数 $y=10^x$ 的图象关于 x 轴对称；

② 所有幂函数的图象都经过点 $(1,1)$；

③ 若实数 a,b 满足 $a+b=1$，则 $\frac{1}{a}+\frac{4}{b}$ 的最小值为 9；

④ 若 $\{a_n\}$ 是首项大于零的等比数列，则"$a_1<a_2$"是"数列 $\{a_n\}$ 是递增数列"的充要条件.

其中真命题的个数有（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、填空题

9.（2012·南师大附中）若 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的减函数，且 $f(0)=3$，$f(3)=-1$，设 $P=\{x\,|\,|f(x+t)-1|<2\}$，$Q=\{x\,|\,f(x)<-1\}$，若"$x\in\mathbf{Q}$"是"$x\in\mathbf{P}$"的必要不充分条件，则实数 t 的取值范围是________.

10.（2011·江苏南京模拟）已知集合 $P=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}3x-4y+3\geqslant 0\\4x+3y-6\leqslant 0\\y\geqslant 0\end{cases}\right\}$，$Q=\{(x,y)\,|\,(x-a)^2+(y-b)^2\leqslant r^2(r>0)\}$，若"点 $M\in P$"是"点 $M\in Q$"的必要条件，则当 r 最大时 ab 的值是________.

11.（2012·南京二模）下列四个命题：

① "$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+1\leqslant 0$"的否定；

② "若 $x^2+x-6\geqslant 0$，则 $x>2$"的否命题；

③ 在 $\triangle ABC$ 中，"$A>30^\circ$"是"$\sin A>\frac{1}{2}$"的充分不必要条件；

④ "函数 $f(x)=\tan(x+\varphi)$ 为奇函数"的充要条件是"$\varphi=k\pi(k\in\mathbf{Z})$".

其中真命题是________.（真命题的序号都填上）

12.（2011·广东深圳调研理）已知命题"$\exists x\in\mathbf{R}$，$|x-a|+|x+1|\leqslant 2$"是假命题，则实数 a 的取值范围是________.

三、解答题

13.（2012·微山一中考试题）已知命题 p: 方程 $a^2x^2+ax-2=0$ 在 $[-1,1]$ 上有解，命题 q: 只有一个实数 x 满足不等式 $x^2+2ax+2a\leqslant 0$，若命题"p 或 q"是假命题，求实数 a 的取值范围.

专题二　函数、导数与不等式

考纲要求

一、函数概念与基本初等函数Ⅰ(指数函数、对数函数、幂函数)

(1) 函数

① 了解构成函数的要素,会求一些简单函数的定义域和值域;了解映射的概念.

② 在实际情境中,会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数.

③ 了解简单的分段函数,并能简单应用.

④ 理解函数的单调性、最大值、最小值及其几何意义;结合具体函数,了解函数奇偶性的含义.

⑤ 会运用函数图象理解和研究函数的性质.

(2) 指数函数

① 了解指数函数模型的实际背景.

② 理解有理指数幂的含义,了解实数指数幂的意义,掌握幂的运算.

③ 理解指数函数的概念,理解指数函数的单调性,掌握指数函数图象通过的特殊点.

④ 知道指数函数是一类重要的函数模型.

(3) 对数函数

① 理解对数的概念及其运算性质,知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数;了解对数在简化运算中的作用.

② 理解对数函数的概念;理解对数函数的单调性,掌握函数图象通过的特殊点.

③ 知道对数函数是一类重要的函数模型.

④ 了解指数函数 $y=a^x$ 与对数函数 $y=\log_a x$ 互为反函数($a>0,a\neq1$).

(4) 幂函数

① 了解幂函数的概念.

② 结合函数 $y=x,y=x^2,y=x^3,y=\frac{1}{x},y=x^{\frac{1}{2}}$ 的图象,了解它们的变化情况.

(5) 函数与方程

① 结合二次函数的图象,了解函数的零点与方程根的联系,判断一元二次方程根的存在性及根的个数.

② 根据具体函数的图象,能够用二分法求相应方程的近似解.

(6) 函数模型及其应用

① 了解指数函数、对数函数以及幂函数的增长特征.知道直线上升、指数增长、对数增长等不同函数类型增长的含义.

② 了解函数模型(如指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等在社会生活中普遍使用的函数模型)的广泛应用.

二、导数及其应用

(1) 导数概念及其几何意义

① 了解导数概念的实际背景.

② 理解导数的几何意义.

(2) 导数的运算

① 能根据导数定义,求函数 $y=c,y=x,y=x^2,y=x^3,y=\frac{1}{x},y=\sqrt{x}$($c$ 为常数)的导数.

② 能利用基本初等函数的导数公式和导数的四则运算法则求简单函数的导数,能求简单的复合函数(仅限于形如 $f(ax+b)$ 的复合函数)的导数.

(3) 导数在研究函数中的应用

① 了解函数单调性和导数的关系;能利用导数研究函数的单调性,会求函数的单调区间(其中多项式函数一般不超过三次).

② 了解函数在某点取得极值的必要条件和充分条件；会用导数求函数的极大值、极小值(其中多项式函数一般不超过三次)；会求闭区间上函数的最大值、最小值(其中多项式函数一般不超过三次).

(4) 生活中的优化问题

会利用导数解决某些实际问题.

(5) 定积分与微积分基本定理

① 了解定积分的实际背景，了解定积分的基本思想，了解定积分的概念.

② 了解微积分基本定理的含义.

三、不等式

(1) 了解日常生活中的不等关系，了解不等式的有关概念及其分类；

(2) 掌握不等式的性质及其应用；明确各个性质中结论成立的前提条件；

(3) 会从实际情境中抽象出一元二次不等式模型；通过函数图象了解一元二次不等式与相应的二次函数、一元二次方程的联系；会解一元二次不等式，对给定的一元二次不等式，会设计求解的程序框图；

(4) 了解二元一次不等式的几何意义，能用平面区域表示二元一次不等式组；了解线性规划的意义并会简单应用；

(5) 掌握两个(不扩展到三个)正数的算术平均数不小于它们的几何平均数的定理，并会简单应用；

(6) 掌握用比较法、分析法、综合法证明简单的不等式.

考情分析

1. 函数及其性质，一直是高考的热点和重点之一，大题、小题都会考查. 尤其是新课标对这部分课时和要求上都加强了. 依据近几年高考试题的立意变化和新课标要求，应重视以下复习思路：① 深刻理解函数的概念、图象与性质，并能灵活运用这些知识去分析、解决有关问题；② 及时归纳总结常用的数学思想、方法、解题规律，培养运用数学思想方法解决问题的能力；③ 针对函数实际应用题、探索性问题、代数推理问题以及与其他知识交汇的综合题，应加大训练力度，通过实战训练，达到培养数学能力的目的.

2. 导数是高中数学课程中的重要内容，是解决实际问题的强有力的数学工具，运用导数的有关知识研究函数的性质(单调性、最值、极值)，是高考的热点之一.

3. 从近几年高考题目来看，不等式的性质和解不等式问题多以一个选择题的形式出现，且多与集合、简易逻辑、函数知识相结合，难度较低；均值不等式是历年高考的重点考查内容，考查方式多样，在客观题中出现，一般只有一个选择或填空，考查直接，难度较低；在解答题中出现，其应用范围几乎涉及高中数学的所有章节，且常考常新，难度较高，利用均值不等式解决问题的关键是要注意定理成立的三个条件“一正二定三相等”；不等式证明也是高考的一个重点内容，且多以解答题的一个分支出现，常与函数、导数、数列、解析几何等知识结合，题目往往非常灵活，难度高. 线性规划问题是近几年高考的一个新热点，在考题中主要以选择、填空形式出现，当然，也可以实际问题进行考查.

备考策略

根据近两年高考命题的特点和规律，复习本专题时，要注意以下几个方面：

1. 主要关注：

(1) 函数概念及其表示方法；

(2) 函数的图象和性质(单调性、奇偶性、周期性、最值性、对称性)的确定和应用问题；

(3) 利用函数解决实际问题；

(4) 利用导数研究函数的切线、单调性、极值(最值)问题；

(5) 不等式的求解与应用问题；

(6) 线性规划问题.

2. 特别关注：

(1) 与函数图象和性质有关的小题；

(2) 以当前经济、生活、社会为背景的函数应用题；

(3) 含有参变量的高次多项式、分式、指数或对数式、函数图象的切线、单调性、极值(最值)，函数图象交点问题；

(4) 不等式与函数、方程、三角、数列、几何、导数、实际应用等有关内容综合在一起的综合试题.

第一课时　函数的图象与性质

考纲主干知识梳理

一、函数的基本概念

(1) 函数的定义：一般地，设 A、B 是两个________，如果按某种对应法则 f，对于集合 A 中的________数 x，在集合 B 中都有________的元素 y 和它对应，那么这样的对应叫做从 A 到 B 的一个函数，通常记为：________.

其中，所有的________组成的集合 A 叫做函数 $y=f(x)$ 的定义域；输出值________组成的集合称为函数的值域.

(2) 函数的三要素为________、________、________，两个函数当且仅当________分别相同时，二者才能称为同一函数.

(3) 函数的表示法有________、________、________.

(4) 分段函数：在定义域内不同部分上，有不同的________，这样的函数通常叫做分段函数，分段函数的定义域是各段定义域的________，其值域是各段值域的________.

二、函数的定义域与值域

(1) 求函数的定义域时主要考虑以下方面：当函数解析式是分式时，________不为零；当函数解析式是偶数方根时，被开方数________；当函数解析式是对数时，对数的真数________，底数________.

(2) 函数的值域

若函数 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 上是增函数，则其值域为________；若函数 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 上是减函数，则其值域为________.

三、函数的奇偶性与单调性

1. 单调性

(1) 定义：设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 A，区间 $I\subseteq A$.

如果对于区间 I 内的任意两个自变量 x_1、x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有________，则称 $f(x)$ 在这个区间 I 上是增函数，I 称为 $y=f(x)$ 的单调增区间.

如果对于区间 I 内的任意两个自变量 x_1、x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有________，则称 $f(x)$ 在这个区间 I 上是增函数，I 称为 $y=f(x)$ 的单调减区间.

(2) 判断单调性的方法：

① 定义法，其步骤为：(i) ________；(ii) ________；(iii) ________.

② 导数法，若函数 $y=f(x)$ 在定义域内的某个区间上可导. 若__________，则 $f(x)$ 在这个区间上是增函数；若__________，则 $f(x)$ 在这个区间上是减函数.

2. 函数的奇偶性

① 定义：若对于函数 $f(x)$ 定义域内的每一个 x，都有________，则函数 $f(x)$ 叫做奇函数；都有________，则函数 $f(x)$ 叫做偶函数.

② 奇函数图象关于________对称，偶函数图象关于________对称.

四、函数的周期性和对称性

(1) 函数的周期性：对于函数 $y=f(x)$，如果存在一个不为零的常数 T，对定义域内的每一个 x，都有________________，则函数 $f(x)$ 叫做周期函数，其中________叫做 $f(x)$ 的周期.

(2) 函数的对称性：如果函数 $y=f(x)$ 对定义域内的任意 x 都满足 $f(a+x)=f(b-x)$，则此函数图象关于直线__________成轴对称；如果函数 $y=f(x)$ 对定义域内的任意 x 都满足 $f(a+x)+f(b-x)=c$，则此函数的图象关于点________成中心对称.

五、函数的图象变换

1. 平移变换：

① 水平变换：$y=f(x)\xrightarrow{\text{向右平移 } a \text{ 个单位}}y=f(x-a)$ $(a>0)$，

$y=f(x)\xrightarrow{\text{向左平移 } a \text{ 个单位}}y=f(x+a)$ $(a>0)$；

② 竖直变换：$y=f(x)\xrightarrow{\text{向上平移 } b \text{ 个单位}}y=f(x)+b$ $(b>0)$，

$y=f(x)\xrightarrow{\text{向下平移 } b \text{ 个单位}}y=f(x)-b$ $(b>0)$.

2. 对称变换：

① 函数 $y=f(-x)$ 的图象与 $y=f(x)$ 的图象关于________对称；

② 函数 $y=-f(x)$ 的图象与 $y=f(x)$ 的图象关于________对称；

③ 函数 $y=-f(-x)$ 的图象与 $y=f(x)$ 的图象关于________对称；

④ 函数 $y=a^x$ 的图象与函数 $y=\log_a x$ 关于直线 $y=x$ 对称.

3. 伸缩变换：

将函数 $y=f(x)$ 的图象上各点的横坐标变化到原来的 $\frac{1}{a}(a>0)$，纵坐标不变，得到函数________；将函数 $y=f(x)$ 的图象上各点的纵坐标变化到原来的 $A(A>0)$ 倍，横坐标不变，得到函数________的图象.

真题再现

一、选择题

1. (2011·江西理 3)若 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)}}$，则 $f(x)$ 的定义域为（　　）

A. $\left(-\frac{1}{2},0\right)$　　B. $\left(-\frac{1}{2},0\right]$

C. $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $(0,+\infty)$

2. (2011·广东理 4)设函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 分别是 **R** 上的偶

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com