

信号稀疏表示理论及其应用

郭金库 刘光斌 著
余志勇 吴瑾颖



科学出版社

.. 013062725

TN911.7
143

信号稀疏表示理论及其应用

郭金库 刘光斌 余志勇 吴瑾颖 著



科学出版社

北京



北航

C1670405

TN 911.7

143

内 容 简 介

信号稀疏表示是一种新兴的信号分析和综合的方法,吸引了研究者的大量关注,同时被应用到信号处理的许多方面,如非平稳信号分析,信号编码、识别与信号去噪,压缩感知,盲源分离等。信号稀疏表示方向的研究热点主要集中在稀疏分解算法、过完备原子字典和稀疏表示的应用等方面。本书在介绍国内外该研究方向研究进展的基础上,重点介绍了作者在稀疏分解快速算法、色散原子字典,稀疏表示在线性调频信号参数估计以及电磁兼容测试信号处理等方面的研究成果。

本书可供从事信号与信息处理、信号表示、非平稳信号分析等方面工作的科研工作人员和研究生学习、研究使用。

图书在版编目(CIP)数据

信号稀疏表示理论及其应用/郭金库等著. —北京:科学出版社,2013
ISBN 978-7-03-038209-2

I. 信… II. 郭… III. 信号处理 IV. TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 171727 号

责任编辑:魏英杰 杨向萍 / 责任校对:桂伟利

责任印制:张 倩 / 封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京通州皇家印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 7 月第 一 版 开本:720×1000 B5

2013 年 7 月第一次印刷 印张:9 1/4

字数:176 000

定价:50.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈科印〉)

前 言

信号稀疏表示是过去近 20 年来信号处理界一个非常引人关注的研究领域,众多研究论文和专题研讨会表明了该领域的蓬勃发展。信号稀疏表示的目的就是在给定的过完备字典中用尽可能少的原子来表示信号,可以获得信号更为简洁的表示方式,从而使我们更容易地获取信号中所蕴含的信息,更方便进一步对信号进行加工处理,如压缩、编码等。

信号稀疏表示方向的研究热点主要集中在稀疏分解算法、过完备原子字典和稀疏表示的应用等方面。本书在介绍国内外该方向研究进展的基础上,重点介绍作者在稀疏分解快速算法、色散原子字典及稀疏表示在线性调频信号参数估计等方面的研究成果。

全书共分为 6 章。第 1 章为绪论,在回顾传统的非平稳信号分析方法的基础上引出信号稀疏表示的基本思想,并介绍稀疏表示理论的发展历程和研究现状。第 2 章首先给出稀疏逼近和稀疏表示的定义,然后简要介绍常用的稀疏分解算法和时频原子字典,最后介绍一种利用稀疏表示结果构造的时频分布。第 3 章利用 Gabor 原子特点,构造一种随信号或分解残留信号自适应变化的 Gabor 子字典,提出基于自适应 Gabor 子字典的匹配追踪算法并证明了算法的收敛性。进一步,基于离散自适应 Gabor 子字典提出相应的匹配追踪快速算法并分析了计算复杂度。最后利用数值实验结果验证了提出的方法与传统的匹配追踪算法具有相同的计算精度。第 4 章为了描述色散信号,利用色散关系或者近似色散关系设计出能够描述色散特性的原子,并构造色散原子字典。针对类似色散原子这种瞬时频率随时间非线性变化的时频原子,给出一种非负、无交叉项的能量时频分布。第 5 章研究信号稀疏表示在线性调频信号的参数估计及线性时不变系统辨识中的应用。第 6 章探讨信号稀疏表示在电磁兼容现场测试信号处理方面的应用。

本书的很多研究成果是在清华大学自动化系邹红星教授的指导和

帮助下完成的,这为本书的写作打下了坚实的基础。同时,第二炮兵工程大学的领导也一直关心和支持作者的课题研究,尤其是本书的出版得到了第二炮兵工程大学控制工程系的直接支持和帮助。在本书出版之际谨向他们表示衷心的感谢!

另外,借此机会特别感谢第二炮兵工程大学控制工程系以及清华大学自动化系的周志杰、苏娟、郜震宵、杨晓君、王榕、马竞伟、俞力杰、刘冰、汪洪桥、胡来红、孙振生、席建祥等老师和同学的帮助。

本书的出版得到了国家自然科学基金项目(61201120)、中国博士后科学基金(2012M521904)和第二炮兵工程大学创新性探索项目的资助。

作 者

2012年6月

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 非平稳信号分析方法	1
1.2 基于基分解的线性时频表示	2
1.2.1 傅里叶变换	4
1.2.2 短时傅里叶变换	5
1.2.3 小波变换	6
1.2.4 基分解的不足	7
1.3 经典的时频分布	10
1.3.1 Wigner-Ville 分布	10
1.3.2 Cohen 类时频分布	11
1.4 稀疏表示方法	12
1.4.1 稀疏的就是更优的	12
1.4.2 稀疏表示理论的发展	14
1.4.3 稀疏表示的应用	19
1.5 本书的结构安排	21
第 2 章 信号的稀疏表示	22
2.1 稀疏逼近与稀疏表示	22
2.2 常用的稀疏分解算法	24
2.2.1 框架算法	25
2.2.2 匹配追踪算法	26
2.2.3 基追踪算法	26
2.2.4 稀疏分解算法的信号精确重构条件	27
2.3 时频原子字典	28
2.3.1 Gabor 原子字典	28
2.3.2 Chirplet 字典	29

2.3.3 FM ^m let 字典	29
2.3.4 Dopplerlet 字典	30
2.4 稀疏表示与时频分布	30
2.5 本章小结	34
第3章 自适应 Gabor 子字典的匹配追踪算法	36
3.1 稀疏分解与匹配追踪算法	36
3.1.1 基本的匹配追踪算法	36
3.1.2 正交匹配追踪算法	38
3.1.3 匹配追踪算法的计算和存储瓶颈	40
3.2 自适应 Gabor 子字典	44
3.3 自适应子字典的匹配追踪算法收敛性	49
3.4 离散自适应子字典的匹配追踪快速算法	53
3.5 算法验证与实验	60
3.6 应用 GPU 实现的匹配追踪算法	63
3.7 本章小结	67
第4章 基于色散原子字典的信号稀疏表示	68
4.1 稀疏表示与原子字典	69
4.2 色散原子字典	72
4.2.1 稳态相位法	72
4.2.2 初始波形及色散原子	73
4.2.3 色散原子字典的构造	75
4.2.4 基于色散原子字典的稀疏表示	76
4.3 非负的无交叉项时频分布	80
4.3.1 时频半仿射平面	80
4.3.2 色散原子的非负、无交叉项的时频分布	83
4.4 应用	85
4.5 本章小结	88
第5章 稀疏表示在线性调频信号参数估计及线性时不变系统辨识中的 应用	89
5.1 基于稀疏信息的线性调频信号参数估计	89
5.1.1 线性调频信号参数估计	89

5.1.2 线性调频率估计	95
5.1.3 初始频率与结束频率估计	98
5.1.4 实验结果	100
5.1.5 讨论	105
5.2 稀疏分解在系统辨识中的应用	106
5.2.1 基于互功率谱的线性时不变系统辨识	106
5.2.2 匹配追踪算法的降噪原理	108
5.2.3 利用稀疏分解进行线性时不变系统辨识	109
5.3 本章小结	112
第 6 章 基于稀疏表示的电磁兼容测试信号处理技术	113
6.1 现阶段电磁兼容现场测试信号处理面临的难题	113
6.2 国内外研究现状	114
6.3 稀疏表示在电磁兼容测试信号处理中的优势以及待解决的 问题	117
参考文献	119
附录:自适应子字典的匹配追踪算法参考程序	133

第1章 绪论

1.1 非平稳信号分析方法

信号的傅里叶变换和反变换实现了信号在时域和频域内的相互转换。傅里叶变换将信号分解为不同频率分量的线性组合,其结果可以告诉我们信号是由多少个正弦波叠加而成,以及相对的幅度。由于不能给出关于这些频率分量何时出现与何时消亡的时变信息,因此傅里叶变换比较适用于分析频率成分不随时间变化的平稳信号。但是,人们发现众多的实际信号却具有明显的非平稳特征。信号的平稳性或非平稳性主要是根据信号的统计量特征来衡量。常用的统计量包括均值(一阶统计量)、相关函数与功率谱密度(二阶统计量),以及高阶矩与高阶谱等(高阶统计量)。若信号的联合分布函数相对于时间是不变的,即信号的各阶统计量与时间无关,则称信号是平稳信号。若信号某阶统计量随时间变化,则称信号为非平稳信号或者时变信号^[1, 2]。现实世界中存在着各种频率随时间变化的信号,如人类的声音、动物的叫声、雷达和声呐信号、生物医学信号等。这些信号都是典型的非平稳信号,它们共同的特点都是持续时间有限,并且自相关函数或功率谱密度是随时间变化的。当研究和处理非平稳信号时,传统的傅里叶变换不能提供对信号频谱时变特征的有效分析和处理,也就是说,频谱和功率谱并不能清楚地描述信号的某个频率分量出现的具体时间及变化趋势。

非平稳信号分析与处理是现代信号处理的一个重要研究内容和发展方向,在通信、雷达、信息对抗、自动控制、模式识别、水声、地震勘测和生物医学工程等领域有着广泛应用^[2~4]。非平稳信号分析方法可以分为线性时频表示、非线性时频分布和信号的稀疏表示(图 1-1)。假设信号为几个分量信号的线性组合,如果信号的时频表示也可以表示为这几个分量时频表示的相同线性组合,则这种时频表示称为线性时频表示;否则,称为非线性时频表示^[1, 2]。传统意义上的线性时频表示通

常指利用信号空间的正交基或非正交基来表示信号,因此可以称为基于基分解的时频表示。Gabor 变换^[5, 6]、短时傅里叶变换(short-time fourier transform, STFT)^[7, 8]和小波变换(wavelet transform, WT)^[8, 9]等都是典型的线性时频表示方法。Wigner-Ville 分布^[8, 10]和Cohen 类时频分布^[3]等经典时频分布则属于非线性时频表示方法。信号的稀疏表示是将信号在过完备原子字典中进行分解,若原子字典中的原子与信号的主要成分相似,则仅需要少数原子的线性组合,就能比较精确地表示信号,分解结果也将是稀疏的^[11]。如果过完备原子字典中的原子具有良好的时频聚集性,信号的稀疏表示可以有效地揭示信号的非平稳特征。基于各种过完备字典的匹配追踪(matching pursuit, MP)和基追踪(basis pursuit, BP)方法是常用的信号稀疏表示方法^[11]。信号的稀疏表示也是线性时频表示,但是不同于传统线性时频表示的是其采用的分解集是过完备原子字典而不是信号空间的正交基或非正交基。

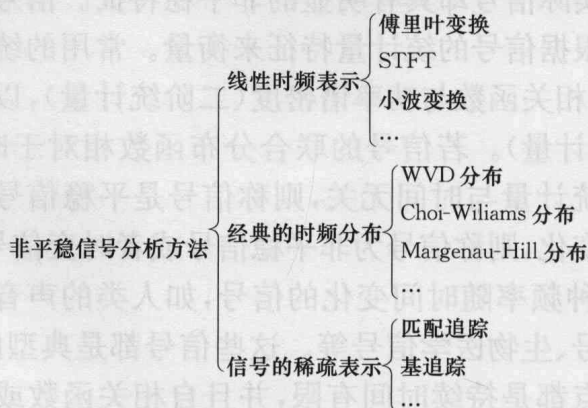


图 1-1 非平稳信号分析方法

除了上述解析理论,非平稳信号分析与处理还包括时变谱估计和时变滤波等重要内容,如参数模型法时变谱估计、进化谱估计等。它们是平稳信号谱估计和最优滤波技术在非平稳信号处理中的延伸和发展。此外,非平稳信号分析与处理还包括一些重要专题,如特殊非平稳信号的平稳化处理、循环平稳信号分析与处理等^[1, 2]。

1.2 基于基分解的线性时频表示

信号分析的一个重要手段就是将复杂信号分解为简单信号的线性

组合,通过分析简单信号的特性来达到分析复杂信号的目的。一方面,信号的分解使我们能了解它的性质和特征,有助于从中提取有用的信息。另一方面,把信号分解后,可以按照自己的意愿对它进行改造,对于信号压缩、分析等都有重要的意义。在这样的分解中,信号通常被表示为一系列基本函数的线性组合,即

$$f(n) = \sum_{k=1}^K a_k g_k(n) \quad (1-1)$$

其中, a_k 为展开系数; $g_k(n)$ 为基本函数。

基本函数通常是一些简单函数,其性质易于分析。式(1-1)也可以表示为如下矩阵形式,即

$$\begin{aligned} f &= Ga \\ G &= [g_1, g_2, \dots, g_k, \dots, g_K] \\ a &= [a_1, a_2, \dots, a_k, \dots, a_K]^T \end{aligned} \quad (1-2)$$

如果式(1-1)中的所有基本函数是构成信号空间的一组基向量,这种信号分解形式就称为基展开或者基分解。在 N 维向量空间 V 中,基为一组线性无关的向量组 $\{g_1, g_2, \dots, g_N\}$ 。由于向量 $\{g_1, g_2, \dots, g_N\}$ 之间线性无关,因此矩阵是可逆的,即

$$G = \{g_1, g_2, \dots, g_N\} \quad (1-3)$$

这样, $\forall f \in V$ 可以唯一地表示为

$$f = \sum_{n=1}^N a_n g_n \quad (1-4)$$

其矩阵形式为

$$f = Ga$$

其中

$$a = [a_1, a_2, \dots, a_N]^T \quad (1-5)$$

由于矩阵 G 可逆,可以得到唯一的展开系数,即

$$a = G^{-1} f \quad (1-6)$$

特别地,当基函数 $\{g_1, g_2, \dots, g_N\}$ 为正交基时,称式(1-5)定义的展开为正交基展开或者正交基分解。在信号处理领域常用的基分解方法有傅里叶变换、短时傅里叶变换、小波变换等。傅里叶变换和短时傅里叶变换属于正交基分解,而小波变换根据所选择的小波基的不同可

以分为正交小波分解和非正交小波分解^[8,9]。

1.2.1 傅里叶变换

傅里叶变换中采用的基函数是一组复正弦函数。假定信号 $f(t)$ 是能量有限的,其傅里叶变换可以表示为

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1-7)$$

其中

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1-8)$$

傅里叶变换对 $f(t)$ 和 $F(\omega)$ 的一个重要性质就是满足测不准原理 (uncertainty principle), 也称为 Heisenberg 测不准原理, 表明信号 $f(t)$ 时间带宽 Δ_t 和频率带宽 Δ_ω 有如下关系, 即

$$\Delta_t \Delta_\omega \geq \frac{1}{2} \quad (1-9)$$

其中

$$\Delta_t = \left[\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \mu_t)^2 |f(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt} \right]^{1/2}$$

$$\Delta_\omega = \left[\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \mu_\omega)^2 |F(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega} \right]^{1/2}$$

平均时间 μ_t 和平均频率 μ_ω 的定义分别为

$$\mu_t = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t |f(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt}$$

$$\mu_\omega = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \omega |F(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega}$$

由此可知, 信号 $f(t)$ 的时宽越长, $F(\omega)$ 的频率带宽越小; 相反, $F(\omega)$ 的

频率带宽越大,信号 $f(t)$ 的时宽越小。

类似于棱镜片将自然光分解为各种频率的单色光,傅里叶变换将信号 $f(t)$ 分解为无限多个相互正交但频率不同的正弦函数的线性组合。正弦函数不但是最简单的随时间变化的信号,而且自然界中的很多信号甚至直接就表现为正弦函数的形式,如电磁波信号等。可以说,傅里叶变换将原来难以处理的时域信号转换成了易于分析的频域信号(正弦函数),然后可以方便地对这些频域信号进行进一步处理和加工。

对于线性时不变系统,傅里叶变换为大多数问题提供了简单的答案,在平稳信号处理中得到了广泛应用^[3, 6]。但是由于傅里叶变换的基函数——正弦函数的频率是固定不变的,并且其波形是无始无终的,故没有时间分辨率。因此,傅里叶变换的结果只能告诉我们信号是由多少个正弦波叠加而成的,以及相对的幅度,不能给出任何有关这些正弦波何时出现与何时消亡的时变信息。傅里叶变换比较适用于分析频率成分不随时间变化的平稳信号,而不适合于分析频率成分随时间变化的非平稳信号。

1.2.2 短时傅里叶变换

为了弥补傅里叶变换在其变换域不能刻画信号时间特征的不足,Gabor 于 1946 年提出了短时傅里叶变换^[5],有的文献也称之为加窗傅里叶变换(windowed fourier transform)。短时傅里叶变换通过在时间轴上滑动固定宽度的时间窗,将信号划分为多段相同时间长度的短时信号。在每个短时信号的时间长度内,可以把信号看做是平稳的,因此可以利用傅里叶变换求得信号的谱,所有时间段的谱综合起来,就可以得到关于信号时间——频率二维表示,即时频谱。这种时频谱可以反映出信号的频率成分随时间的变化,因而可以用来分析非平稳信号。

给定一窗函数 $g(t)$,信号 $f(t)$ 的短时傅里叶变换定义为

$$\text{STFT}_f(u, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t-u)e^{-j\xi t} dt \quad (1-10)$$

令

$$g_{u,\xi}(t) = g(t-u)e^{-j\xi t} \quad (1-11)$$

如果 $f(t)$ 的傅里叶变换为 $F(\omega)$, $g_{u,\xi}(t)$ 的傅里叶变换为 $G_{u,\xi}(\omega)$,根据

Parseval 公式,有

$$\text{STFT}_f(u, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) G_{u, \xi}(\omega) d\omega \quad (1-12)$$

其中

$$G_{u, \xi}(\omega) = G(\omega - \xi) e^{ju(\omega - \xi)} \quad (1-13)$$

从式(1-11)和式(1-13)可以看出, $g_{u, \xi}(t)$ 的能量集中在时间 u 的附近, 其傅里叶变换 $G_{u, \xi}(\omega)$ 的能量集中在频率 ξ 的附近, 故函数 $g_{u, \xi}(t)$ 同时具有时间聚集性和频率聚集性。因此, 由式(1-12)可知, 短时傅里叶变换可以看做是将信号在一组正交基函数上进行的分解, 不同于傅里叶变换, 短时傅里叶变换的基函数同时具有时间分辨率和频率分辨率。因此, 短时傅里叶变换为我们提供了一种物理意义明确的信号时频域表示方式。

式(1-10)中的窗函数 $g(t)$ 可以采取多种形式, 常用的有 Hamming 窗、Hanning 窗、Kaiser-Bessel 窗和高斯窗(利用高斯窗函数的短时傅里叶变换也称为 Gabor 变换^[9])等。不同的窗函数具有不同的时间聚集性和频率聚集性, 因此采用不同的窗函数得到的短时傅里叶变换也具有不同的时间分辨率和频率分辨率。虽然短时傅里叶变换给出和我们的直观感知相符的时频构造, 但是由于测不准原理^[1, 2]的限制, 我们不可能同时在时域和频域获得高分辨率, 在实际应用中必须做出折中。

1.2.3 小波变换

当采用短时傅里叶变换分析信号时, 在实际分解过程中将始终采用事先选定的窗函数, 其时频分辨率是固定的, 因此限制了其对信号变化的适应能力。小波变换的出现为我们提供了一种更强有力的信号分析方法, 其可变的时频分辨率可以满足我们在信号处理中更高的要求。

信号 $f(t)$ 的小波变换^[8, 9]可以定义为

$$\text{WT}_f(a, b) = \langle f(t), \varphi(a, b) \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{\mathbb{R}} f(t) \varphi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (1-14)$$

其中, $f(t)$ 为母小波函数; $\varphi(a, b)$ 为小波基函数, 可以通过对母小波函数进行拉伸或者平移得到, 因此具有尺度 a 和平移 b 两个参数。

从式(1-14)可以看出,小波变换将信号在一系列小波基函数上进行展开。类似于短时傅里叶变换,小波变换也使用有限长基函数,这保证了小波基函数可同时具有时间和频率聚集性,因此小波变换也能够揭示信号的时频特性。然而与短时傅里叶变换不同的是,除了基函数的平移以外,小波变换中引入了尺度参数 a ,在不同的尺度参数下,小波函数的时间和频率分辨率也不同。在分析信号时,可以根据不同的需求选取不同的尺度参数,以便选择不同的时间和频率分辨率。

1.2.4 基分解的不足

从傅里叶变换到小波变换,信号分析处理能力不断增强,它们之间的区别表现在不同的时频分辨能力上,而线性时频表示方法的时频分辨能力由其所采用基函数的时间和频率聚集性决定。如果将信号空间看成二维的时频空间,信号空间的基就可以看作是对时频空间的划分(time frequency tiling)。不同信号变换或基分解的区别就体现在其采用的基函数对时频空间划分的不同。基分解中采用的基函数对信号空间来说是完备的,因此所有基函数对应的时频支撑域可以将整个时频空间铺满,没有空隙。正交基函数之间是相互无关的,它们对应的时频支撑域在时频空间不但没有空隙,而且没有重叠。类似于文献[12], [13],图1-2给出了信号的时域表示、傅里叶变换、短时傅里叶变换和小波变换的时频空间划分示意图。需要说明的是,信号的时域表示和傅里叶变换都是基于正交基分解的线性表示方法,尽管它们仅具有时间或者频率分辨率,不具有时频表示能力,这里将它们看做是特殊的线性时频表示。

信号的时域表示可以看做是冲激信号的线性组合,这种表示只对时频空间的时间方向进行了精细划分,因此能反映信号最精确的时域信息,而无法给出任何频域信息。相对地,傅里叶变换只对时频空间的频率方向进行精细划分,能够揭示信号最精确的频域信息,而无法给出任何时域信息。短时傅里叶变换相对于传统的傅里叶变换增加了时间轴的划分,具有时频域局部特性,因此短时傅里叶变换能够描绘信号中频率成分随时间的变化。短时傅里叶变换中的窗函数一旦确定,各个时频方格(time-frequency slice)的形状大小都是一致的(满足不确定性

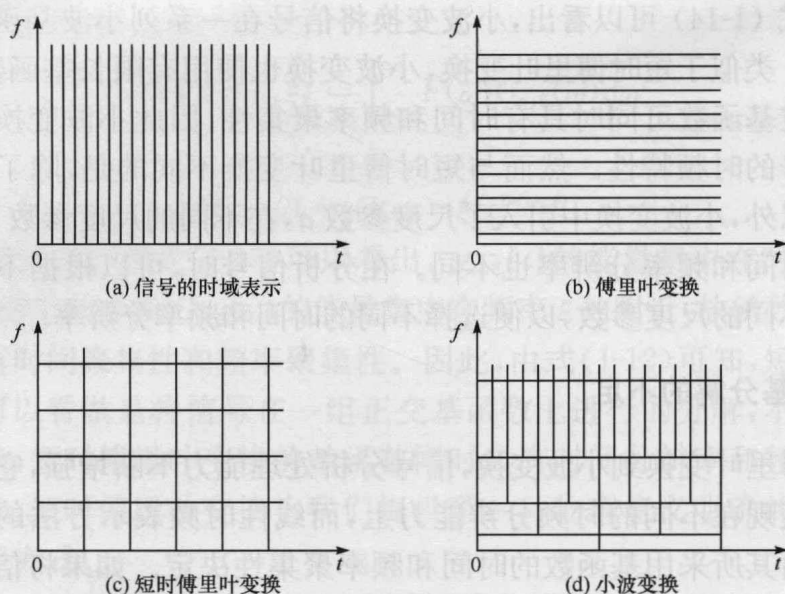


图 1-2 几类线性时频表示方法的时频空间划分示意图

原理),形成一种对时频空间的均匀划分。小波变换的时频窗口可变,在不同的位置采用不同的时频方格来划分时频空间,时频局部化能力大大增强。小波变换在一段时间内受到了研究者广泛的关注,其中一个最主要的原因是,小波变换的可变时频分辨率可以满足在信号处理中“既要看到森林,又要看到树木的要求”^[14]。一般地,信号的低频分量变化缓慢,因此在分析信号低频分量时对时间分辨率要求低,但是却要求有较高的频率分辨率。当分析信号高频分量时,由于信号变化迅速,则要求具有较高的时间分辨率,相对可放宽对频率分辨率的要求。通过图 1-2 中小波变换对时频空间的划分可以看出,信号低频分量所用的小波基函数时间分辨率低、频率分辨率高,而分析高频分量所用的小波基函数频率分辨率低、时间分辨率高,因此小波基函数的特点完全符合我们分析信号时的这种要求。

综上所述,每一组信号空间基就对应一种时频空间划分方法,对应一种线性时频表示或信号变换。因此,理论上可以根据需要在满足完备性的基础上任意地划分时频空间,设计出无数种线性时频表示方法。为了满足不同的需要,研究者提出了各种各样的线性时频表示方法,如基于小波包基(wavelet packet bases)和局部余弦基(local cosine bases)

的信号分解等。图 1-3 给出了小波包基和局部余弦基对时频空间的划分情况^[9]。在实际应用中,通常选择和信号的内在时频结构相近的时频空间划分来分析给定的信号。如果信号是由几个正弦分量组成的,那么用傅里叶变换来分析它就是最优的;如果信号正好是由几个小波函数为分量组成,利用小波变换则更能获得信号中的信息。可以说基于基分解的传统线性时频表示让我们在分析信号时有了足够多的选择,但是这类表示方法却有很多局限性。

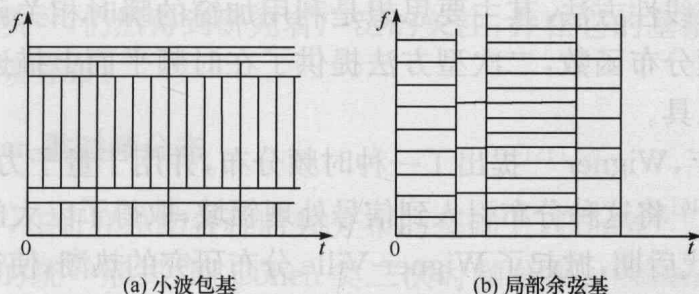


图 1-3 小波包基和局部余弦基的时频空间划分示意图

① 分解结果不是稀疏的。由于基函数之间是线性无关的,使得基在信号空间中的分布是稀疏的,信号的能量在分解以后将分散分布在不同的基上。这种分散的能量分布将导致信号表示结果的不简洁性,即信号表示不是稀疏的。非稀疏的表示,不利于信号的信息提取和处理,如识别和压缩等。

② 采用基分解方法分析信号不是自适应的。只有待分析信号的时频结构和基对时频空间划分的结构相近时,才能得到非常好的分析结果。然而实际信号的时频特性是千变万化的,如线性或非线性调频信号、色散信号(信号通过介质时发生色散效应造成)等。它们具有复杂的时变特征。特定基分解方法仅适用分析特定类型的信号,因此只有针对不同类型的信号需要选用不同的基才能获得较好的表示结果。

③ 无法有效地揭示信号的局部时频特性。虽然可以设计某种信号变换,使得其对时频空间的划分非常的精细(每个时频块都满足不确定性原理),但是由于待分析信号的能量分散在不同的基函数上,仍然无法得到满足不确定性原理的最高时频分辨率。