



普通高等教育“十二五”规划教材

PUTONG GAODENG JIAOYU "12·5" GUIHUA JIAOCAI

GONGCHENG LIXUE

工程力学

主编◎毕立彩



冶金工业出版社
Metallurgical Industry Press

普通高等教育“十二五”规划教材

工程力学

主 编 毕立彩

副主编 高万军 王 鹏 程婧璠

北京
冶金工业出版社
2013

内容简介

该书共分 14 章,主要内容包括:静力学基础、平面汇交力系与平面力偶系、平面任意力系、空间力系、轴向拉伸与压缩、剪切与挤压、圆轴扭转、直梁的弯曲、应力状态与强度理论、组合变形、压杆稳定、动载荷与交变应力、运动学基础、动力学基础。该书各章后均附有一定数量的习题,可供学生课后学习巩固之用。

该书可作高等院校机械类各专业的教材,也可供近机类、非机类各专业本科师生及工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/毕立彩主编. —北京:冶金工业出版社,2013.5

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-5024-6296-3

I. ①工… II. ①毕… III. ①工程力学 IV.

①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 082579 号

出版人 谭学余

地址 北京北河沿大街嵩祝院北巷 39 号,邮编 100009

电话 (010)64027926 电子信箱 yjcbbs@cnmip.com.cn

责任编辑 廖丹 杨盈园

ISBN 978-7-5024-6296-3

冶金工业出版社出版发行;各地新华书店经销;北京明兴印务有限公司印刷

2013 年 6 月第 1 版,2013 年 6 月第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16;14.815 印张;368 千字;237 页

29.00 元

冶金工业出版社投稿电话:(010)64027932 投稿信箱:tuogao@cnmip.com.cn

冶金工业出版社发行部 电话:(010)64044283 传真:(010)64027893

冶金书店 地址:北京东四西大街 46 号(100010) 电话:(010)65289081(兼传真)

(本书如有印装质量问题,本社发行部负责退换)

前言

作为机械制造类专业重要的基础课程之一,工程力学与机械设计基础、机械制造等后续课程有着密切的联系。为了更好地适应机械制造类专业的专业特点及 21 世纪高等教育改革对学生素质和创新能力培养的教学需要,在吸取国内外同类教材经验的基础上,本书在内容的选取和阐述方法上做了一些必要的调整,主要有以下几方面特点:

(1)优化了刚体静力学的内容体系。按照静力学基本概念、物体受力分析、力系简化理论、力系平衡理论展开内容,在叙述方法上从一般到特殊,先空间问题后平面问题。

(2)改革了材料力学的内容体系。形成了以杆件的内力分析、应力与强度计算、变形与刚度计算、应力状态与应变状态分析、压杆稳定、动载荷交变应力等为主线的新体系。

(3)提高起点,精选课程内容。突出主干内容,降低对次要内容的要求,删除某些枝节内容,避免冗长的理论叙述;理论部分尽量采用矢量方法分析和描述,增加与工程实际相结合的例题和习题。全书的编写注重加强对基本概念和基本方法的论述以及对学生处理工程实际问题、建立力学模型、研究创新能力的培养。

全书共分 14 章,适用于 80 学时左右的教学,其中理论教学约 70 学时,实验教学约 6 学时,机动约 4 学时。(本书适用于高等职业教育院校机械、机电、建筑、化工、纺织等专业,可作为工科类高等职业学院和大专院校的教材,也可作夜大、函授大学、职工大学相应专业的教材及供工程技术人员参考。)本书由武汉软件工程职业学院毕立彩主编,湖北中钢联冶金工程有限公司高万军,临沂市兰山区工程建设监理处王鹏,武汉软件工程职业学院程婧璠副主编。编写过程中参阅了较多的文献,在此谨向文献的作者表示由衷的感谢。

因时间仓促,加之编者水平有限,本书难免有疏漏之处,恳请各位同行和广大读者提出宝贵意见,以便日后修改完善。

编者
2013 年 2 月



目 录

绪论	(1)
第 1 章 静力学基础	(4)
1.1 力的概念及性质	(4)
1.2 力矩的概念及计算	(7)
1.3 力偶的概念与性质	(9)
1.4 物体的受力分析与受力图	(11)
1.5 受力分析	(14)
第 2 章 平面汇交力系与平面力偶系	(20)
2.1 平面汇交力系合成与平衡的几何法	(20)
2.2 平面汇交力系合成与平衡的解析法	(23)
2.3 平面力偶系	(27)
第 3 章 平面任意力系	(31)
3.1 平面任意力系的简化	(31)
3.2 平面任意力系的平衡方程及其应用	(35)
3.3 静定和超静定问题与物体系统的平衡	(39)
3.4 考虑摩擦时物体的平衡	(45)
第 4 章 空间力系	(52)
4.1 力在空间直角坐标轴上的投影	(53)
4.2 空间力对轴之矩及力对点之矩	(56)
4.3 空间力偶系的合成与平衡	(61)
4.4 空间任意力系的平衡条件与应用	(63)
4.5 重心	(69)
第 5 章 轴向拉伸与压缩	(76)
5.1 杆件轴向拉压的概念及内力的计算	(77)



5.2	轴向拉压杆件的应力与变形	(79)
5.3	轴向拉伸与压缩的强度计算	(85)
5.4	拉压超静定问题简介	(92)
第 6 章	剪切与挤压	(97)
6.1	剪切与挤压的概念	(97)
6.2	剪切和挤压的实用计算	(98)
第 7 章	圆轴扭转	(105)
7.1	圆轴扭转的概念与扭转内力	(105)
7.2	圆轴扭转切应力分析与计算	(108)
7.3	圆轴扭转的变形及刚度计算	(112)
第 8 章	直梁的弯曲	(118)
8.1	直梁平面弯曲的概念	(118)
8.2	梁的类型及计算简图	(119)
8.3	梁弯曲时的内力——剪力与弯矩	(120)
8.3	梁弯曲时的强度计算	(127)
8.5	梁弯曲时的变形和刚度条件	(136)
8.6	提高梁承载能力的措施	(141)
第 9 章	应力状态与强度理论	(146)
9.1	应力状态的概念	(146)
9.2	平面应力状态分析	(147)
9.3	空间应力状态简介	(151)
9.4	四种常见的强度理论及其应用	(152)
第 10 章	组合变形	(157)
10.1	拉压与弯曲组合变形	(157)
10.2	扭转与弯曲组合变形	(161)
第 11 章	压杆稳定	(167)
11.1	压杆稳定的概念	(167)
11.2	细长压杆临界力的计算	(168)
11.3	临界应力与欧拉公式的适用范围	(169)
11.4	压杆的稳定计算	(171)
11.4	提高压杆稳定性的措施	(173)
第 12 章	动载荷与交变应力	(175)



12.1	动载荷	(175)
12.2	交变应力	(175)
12.3	构件的动应力计算与冲击载荷	(176)
12.4	交变应力的循环特征、应力幅和平均应力	(182)
12.5	疲劳破坏和持久极限	(183)
12.6	构件的持久极限疲劳强度计算	(185)
第 13 章	运动学基础	(195)
13.1	点的运动学	(195)
13.2	刚体的平行移动	(206)
13.3	刚体的定轴转动	(207)
13.4	转动刚体内各点的速度和加速度	(209)
第 14 章	动力学基础	(216)
14.1	动力学的基本定律	(216)
14.2	质点运动微分方程	(217)
14.3	刚体运动力学基本方程	(221)
14.4	刚体对轴的转动惯量	(223)

绪 论

A 工程力学的主要内容

工程力学是研究物体机械运动一般规律和工程构件的强度、刚度、稳定性的计算原理及方法的科学。它包含四部分内容,即静力学、运动学、动力学以及材料力学,是一门理论性和实践性都较强的工程技术课程。

静力学、运动学和动力学属于理论力学,研究物体机械运动的一般规律。静力学研究物体在力系作用下的平衡规律;运动学研究物体机械运动的几何规律(如轨迹、速度和加速度);动力学以牛顿定律为基础研究作用于物体上的力和运动之间的关系。材料力学研究工程构件在外力作用下的变形和破坏规律(如强度、刚度和稳定性)。

B 工程力学的任务

工程力学既与工程有关,又与力学有关。在工程设计中占有很重要的地位和作用。用下面的两个例子来说明。

力学知识在工程结构或机械设计计算中是必不可少的。本课程的任务就是为各种工程结构的力学计算提供基本的理论和方法。

C 力学发展简史

力学发展史,就是人类从自然现象和生产活动中认识和应用物体机械运动规律的历史。主要分为四个阶段。

(1)17 世纪前,力学的起源。中国春秋时期(公元前 4 世纪~公元前 3 世纪),在墨翟及其弟子的著作《墨经》中,就有关于力的概念、杠杆平衡、重心、浮力、强度和刚度的叙述。古希腊哲学家亚里士多德(公元前 384 年~公元前 322 年)的著作也有关于杠杆和运动的见解。为静力学奠定基础的是著名的古希腊科学家阿基米得(公元前 287 年~公元前 212 年)。

(2)17~19 世纪,经典力学(研究宏观物体的运动规律)的建立和完善,力学各主要分支的建立。1687 年,牛顿的著作《自然哲学的数学原理》出版,给出了运动三定律。牛顿运动定律的建立,开创了经典力学的新时代。这一时期,力学在自然科学领域占据中心地位。最伟大的科学家几乎都集中在这一学科,如伽利略、牛顿、胡克、拉格朗日、欧拉等。由于这些杰出科学家的努力,借助于当时取得的数学进展,使力学取得了十分辉煌的成就。到 18 世纪末,经典力学的基础(静力学、运动学和动力学)已经建立并得到极大的完善,同时,还开始了对材料力学、流体力学以及固体和流体的物性研究。19 世纪,欧洲各主要国家相继完成了工业革命,大机器工业生产对力学提出了更高的要求。为适应当时土木建筑、机械制造和交通运输的发展,材料力学、结构力学和流体力学得到了发展和完善。建筑、机械中出现的大量强度和刚度问题,采用材料力学或结构力学进行计算。作为探索普遍规律而进行的基础研究,弹性力学也取得了很大的进展。

(3)1900~1960 年,近代力学。这半个多世纪,力学的主要推动力来自以航空为代表的近



代工程技术。1903 年莱特兄弟飞行成功。1957 年,人造地球卫星发射成功。力学解决了各种飞行器的空气动力学性能问题、推进器动力学问题、飞行稳定性和操纵性问题及结构和材料的强度等问题。这一时期,由古老的材料力学、19 世纪发展起来的弹性力学和结构力学、20 世纪前期建立理论体系的塑性力学和黏弹性力学融合而成的固体力学发展迅速,建立和开辟了弹性动力学、塑性动力学等新的领域。空气动力学则是流体力学在航空、航天事业推动下的主要发展。在固体力学、流体力学形成力学分支的同时,以质点、质点系、刚体和多刚体系统等具有有限自由度的离散系统为研究对象的一般力学,也在技术进步的促进下继续发展。

(4)1960 年以后,现代力学。20 世纪 60 年代以来,力学与计算技术和其他自然科学学科广泛结合,进入了现代力学的新时代。计算机的迅速发展,使力学在理论与实验这两种传统研究手段外,增加了第三种手段,即计算力学。生物力学在考虑生物形态和组织的基础上,测定生物材料的力学性能,确定其物理关系,再结合力学基本原理研究解决问题,在定量生理学、心血管系统临床问题和生物医学工程方面取得了不少成就。断裂力学的迅速发展,改变了工程界对强度或安全设计和材料性能评价的传统观点,促进了设计技术的进步。由对传统的金属材料、土木石等材料力学行为的研究,扩大到对新型复合材料、高分子材料、结构陶瓷、功能材料等力学行为的研究。

D 工程力学的研究方法

工程力学研究解决问题的一般方法,可归纳为如下几个方面:

(1)对研究系统进行抽象简化,建立力学模型,其中包括几何形状、材料性能、载荷及约束等真实情况的理想化和简化。

(2)将力学原理应用于理想模型,进行分析、推理,得出结论。

(3)验证结果,若得出的结论不能满意,则需要重新考虑关于系统特性的假设,建立不同的模型,进行分析,以期取得进展。

上述方法中,建立力学模型是最关键的。一个好的力学模型,既能使问题求解简化,又能使结果基本符合实际情况,满足所要求的精度。例如,在处理普通工程构件(如杆、梁、轴等)时,可以先将其理想化为刚体,研究其受力;进一步,将其视为变形体,并假定其变形是弹性(卸载后变形能完全恢复)的,研究构件的弹性变形情况;如果再引入材料的塑性(卸载后变形不能恢复)性态,即可研究其弹-塑性行为。

E 工程力学的性质与学习方法

工程力学是机械类和近机械类专业中一门理论性较强的技术基础课。许多后继专业课都要以工程力学为基础,如机械设计基础、机械制造工艺与装备、液压与气动等。学习工程力学要注意观察实际工程设备的工作情况,对力学理论要勤于思考。学习本课程既可以直接解决一些简单的工程实际问题,又可以为后续有关课程的学习打好基础。同时,掌握工程力学的研究方法,有助于其他科学技术理论的学习,有助于提高分析问题和解决问题的能力,为今后从事科研工作的解决生产实际问题打下基础。

在本课程学习中要注意以下几点:

(1)理解概念。

(2)掌握方法。

- (3) 完成一定量的习题。
- (4) 本课程前后内容联系紧密,要跟上教学进度。
- (5) 在静力学学习中,尽量不用高中物理中的力学解题方法。
- (6) 遇到疑难问题要及时记下,并通过各种方法解决。



第1章 静力学基础

教学目标:使学生正确理解静力学基本概念及静力学基本公理,掌握力的投影及合力投影定理,掌握力矩和力偶的概念及性质,正确理解常见的约束及其约束反力的特点,熟练绘制物体的受力图。

静力学是研究刚体在力系作用下的平衡规律的科学。刚体是指在力的作用下不变形的物体。力系是指作用于被研究物体上的一组力。平衡是指物体相对于地球处于静止或匀速直线运动状态,是物体机械运动中的一种特殊状态。

静力学研究的主要问题是如下:

- (1) 力系的简化;
- (2) 建立物体在各种力系作用下的平衡条件。

1.1 力的概念及性质

1.1.1 力的概念

力是物体与物体的相互作用。这种作用使物体产生两种效应,一是力的外效应即运动效应,引起物体机械运动状态的变化;二是力的内效应即变形效应,使物体产生变形。在静力学中,只研究外效应。

1.1.1.1 力的三要素

实践表明,力对物体的作用效应决定于力的三要素,分别是力的大小、方向与作用点。

(1) 力的大小。它表示物体与物体之间机械作用强度的大小,一般用 F 表示。在国际单位制中,力的单位是牛顿,符号用 N 表示(或千牛顿,符号用 kN 表示)。

(2) 力的方向。它表示物体与物体之间的机械作用具有方向性。力的方向包括力的作用线在空间的方位和力沿作用线的指向。

(3) 力的作用点。它是物体与物体之间机械作用位置的抽象化,力总是分布地作用在一定的面上。力有两种类型,分布力与集中力。分布力的作用面积较大,一般近似看成是均匀分布;如果力作用的面积很小,可以近似地看成作用在一个点上,这种力称为集中力。

1.1.1.2 力的表示方法

力的作用效应随着力的三要素中的任何一个的改变而发生改变。力是矢量,在图上它可用一个带有箭头的有向线段表示,如图 1-1 所示。

力的大小用按一定的比例所画的线段的长度表示,力的方向用线段的箭头表示,力的作用

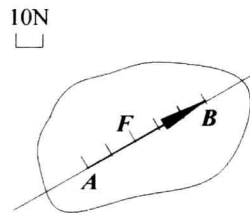


图 1-1 力的表示

点用线段的起点或终点表示,线段所在的直线称为力的作用线。

1.1.1.3 力系

力系是指作用于被研究物体上的一组力。如果力系使物体处于平衡状态,则称该力系为平衡力系。对同一物体作用效应相同的两个力系,彼此称为等效力系。若一个力与一个力系等效,则此力为该力系的合力。用简单力系等效替代复杂力系,称为力系的简化。

1.1.2 力的性质(静力学公理)

公理是人们在长期的生活生产实践的过程中,通过观察和实验,依据大量事实,通过抽象、归纳和总结而得到的科学结论,其正确性可以在实践中等到验证,是大家公认而不需证明的。静力学公理概括了力的性质,是静力学的理论基础。

公理 1 二力平衡公理. 仅受两个力作用的刚体平衡的必要与充分条件是:这两个力必须大小相等,方向相反,并且作用在同一条直线上,即 $F_A = -F_B$,如图 1-2 所示。

通常把这种构件称为二力构件,简称二力杆。根据二力平衡公理可知,二力构件上的两个力大小相等,方向相反,其作用线沿二力作用点的连线,如图 1-3 所示。

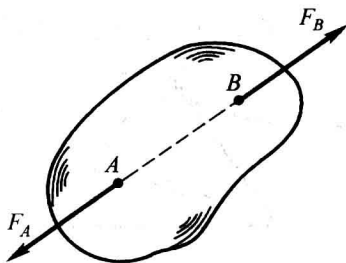


图 1-2 二力平衡的条件

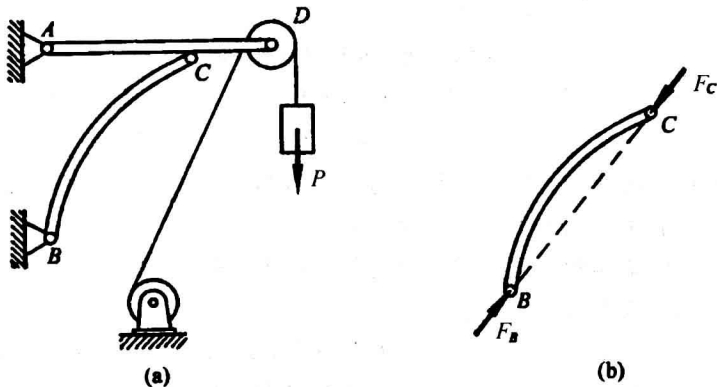


图 1-3 二力构件上的两个力

公理 2 加减平衡力系公理 在已知力系上,可以加上或减去任一对平衡力系,并不改变原力系对于刚体的作用效应。

推论 1 力的可传性原理 作用于刚体上的力可沿其作用线移动到该刚体上任一点而不改变此力对刚体的作用效应。



证明:设力 F 作用于刚体上的 A 点,如图 1-4(a)所示。在其作用线上任取一点 B ,加上一对平衡力 F_1 和 F_2 。使 F 、 F_1 、 F_2 三力共线,使 $F_2 = -F_1 = F$,如图 1-4(b)所示。根据加减平衡力系公理,去掉 F 、 F_1 所组成的平衡力系,刚体上仅剩下 F_2 ,且 $F_2 = F$,如图 1-4(c)所示,这就证明了力的可传性。

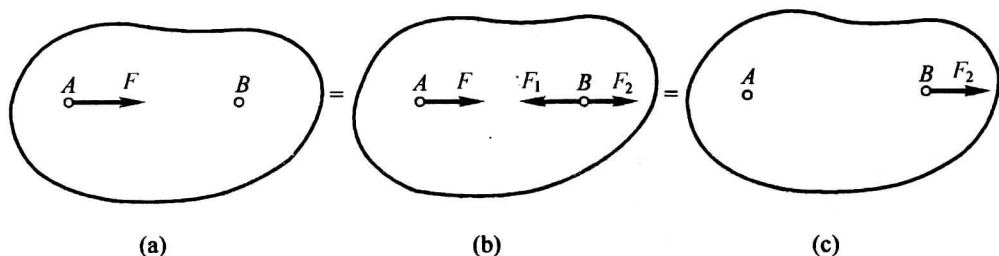


图 1-4 力的可传性原理

力的可传性原理说明,力是滑移矢量。这个原理只适用于刚体而不适用于变形体。刚体的力的三要素可以改为力的大小、方向与作用线。

公理 3 力的平行四边形法则 作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个力,该合力也作用于这个点,合力由这两个力为边所构成的平行四边形的对角线来确定。

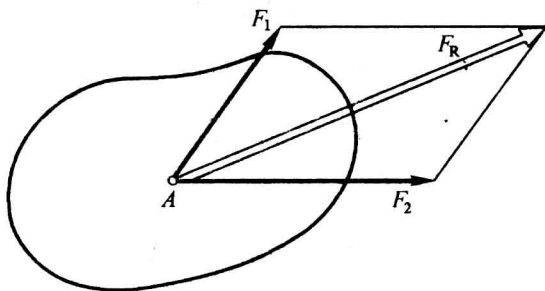


图 1-5 力的平行四边形法则

如图 1-5 所示, A 点为作用点, F_1 、 F_2 是两个分力,是合力,公理 3 也可以用下式来表示:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

即作用在同一点上的两个力的合力等于这两个力的矢量和。注意要与代数相加进行区别。求合力 F_R 的大小和方向,有几何作图法和解析法。

推论 2 三力平衡汇交定理 刚体受三个力作用而平衡时,若其中两个力的作用线汇交于一点,则此三力必共面,并必汇交于一点。

证明:如图 1-6 所示,设 A_1 、 A_2 、 A_3 为刚体上三点, F_1 、 F_2 、 F_3 是共面且平衡的三个力。根据力的可传性原理,将 F_1 、 F_2 移至其作用线汇交点 B 处,并根据平行四边形法则,将其合成为 F_R ,则刚体上仅受 F_3 和 F_R 的作用。根据二力平衡公理, F_3 和 F_R 必在同一直线上,当然三力必共面,且 F_3 必过 B 点。

该定理说明了不平行的三力平衡的必要条件,对于受三力的构件,当两个力的作用线相交时,可用来确定第三个力的作用线位置。

公理 4 作用与反作用公理 两物体间相互作用力与反作用力总是同时存在的,且两个力大

小相等,方向相反,作用在同一直线并分别作用于两个物体上。该公理概括了自然界中物体间相互作用的关系,表明一切力总是成对出现的,揭示了力的存在形式和力在物体间的传递方式。

需要注意的是作用与反作用公理中的二力是作用在不同的两个物体上的,而二力平衡公理中的二力是作用在同一个物体上的。所以作用力与反作用力并不是一对平衡力。

公理 5 刚化公理 变形体在某一力系作用下平衡,如果将此变形体刚化为刚体,其平衡状态保持不变。

这一公理在力学研究中具有非常重要的地位,是研究物体平衡问题的基础,提供了刚体静力学的平衡理论应用于变形体的条件。刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件,如柔性绳索在两个等值、反向、共线的拉力作用下处于平衡,可将绳索刚化为刚体,其平衡状态不会改变;而绳索在两个等值、反向、共线的压力作用下则不能平衡,这时,绳索不能刚化为刚体。但刚体在上述两种力系的作用下都是平衡的。

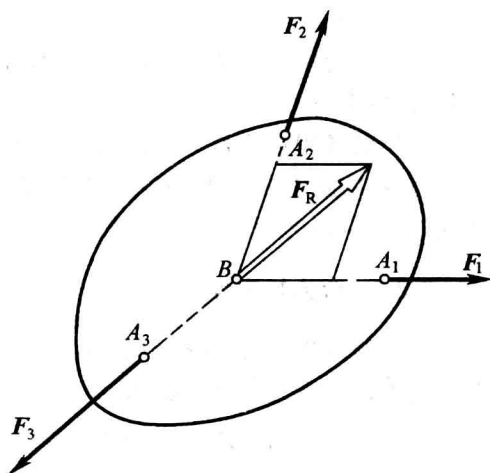


图 1-6 三力平衡汇交定理的证明

1.2 力矩的概念及计算

力对物体的运动效应有两种:移动和转动。力的移动效应由力的大小和方向度量,而力的转动效应则由力对点之矩来度量。

1.2.1 力矩的概念

扳手拧紧螺母时,如图 1-7 所示,力 F 作用于扳手上使扳手与螺母一起绕螺母中心 O 转动。由经验可知,力 F 使扳手绕 O 点的转动效应,取决于力 F 的大小和 O 点到力作用线的垂直距离 d 。这种转动效应可用力对点之矩来度量,令 Fd 为力 F 对点 O 之矩,简称力矩,用 $M_O(F)$ 表示。力矩的计算公式为:

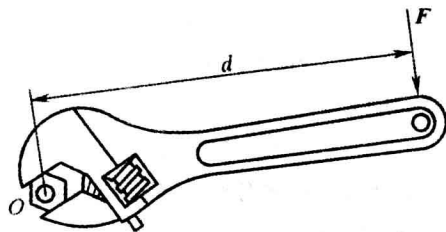


图 1-7 扳手

$$M_O(F) = \pm Fd$$

(1-2)

式中 O 点——力矩中心,简称矩心;



d ——力臂；

±——力矩的正负号，表示力矩的方向，规定：力若使物体绕矩心逆时针方向转动，力矩取正号；反之取负号。

力矩的常用单位是 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

应当注意：在平面上，力对点之矩是一个代数量；在表示力矩时必须标明矩心；当力的作用线通过矩心时，力矩为零；一对平衡力对于同一点之矩的代数和为零。

1.2.2 合力矩定理

合力矩定理：平面汇交力系 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 的合力 F_R 对平面内任一点 O 之矩等于该力系中各分力对同一点之矩的代数和，即

$$M_O(F_R) = M_O(F_1) + M_O(F_2) + \dots + M_O(F_n) = \sum M_O(F) \quad (1-3)$$

合力矩不仅适用于平面汇交力系，也适用于有合力的其他力系。

例 1-1 如图 1-8 所示的支架，已知 $F = 10\text{kN}$ ， $AD = DB = 2\text{m}$ 。试求力 F 对 A, B, C, D 四点的力矩。

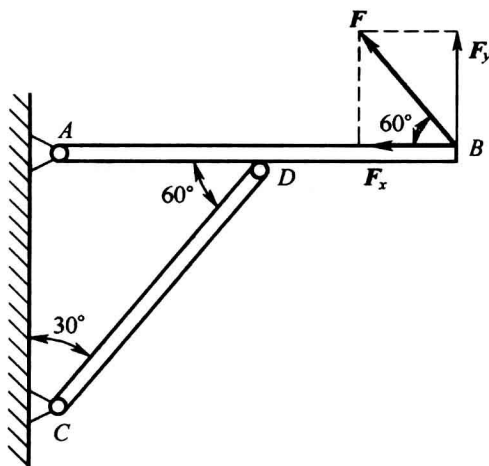


图 1-8 支架

解：由式(1-2)得

$$M_A(F) = F \times AB \times \sin 60^\circ = 10\text{kN} \times 4\text{m} \times \sin 60^\circ = 34.6\text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_D(F) = F \times DB \times \sin 60^\circ = 10\text{kN} \times 2\text{m} \times \sin 60^\circ = 17.3\text{N} \cdot \text{m}$$

因力 F 的作用线通过 B 点，所以

$$M_B(F) = 0$$

计算 $M_C(F)$ 时，将 F 沿竖直和水平方向分解为 F_y, F_x ，由式(1-3)得

$$\begin{aligned} M_C(F) &= M_C(F_x) + M_C(F_y) \\ &= F \cos 60^\circ \times 2\text{m} \times \tan 60^\circ + F \sin 60^\circ \times 4\text{m} \\ &= 10\text{kN} \times \cos 60^\circ \times 2\text{m} \times \tan 60^\circ + 10\text{kN} \times \sin 60^\circ \times 4\text{m} \\ &= 51.96\text{N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$



例 1-2 如图 1-9 所示的结构受 F_1 、 F_2 、 F_3 三个力作用,分别为 500N、200N、400N。求三个力对 A 点之矩。

解:由式(1-2)得

$$M_A(F_1) = -F_1 \times 0.5\text{m} = -500\text{N} \times 0.5\text{m} = -250\text{N} \cdot \text{m}$$

由图可知力 F_2 作用线通过 A 点,所以

$$M_A(F_2) = 0$$

计算 $M_A(F_3)$ 时,可用合力矩定理。将 F_3 沿水平和竖直方向分解为 F_{3x} 、 F_{3y} ,得:

$$\begin{aligned} M_A(F_3) &= M_A(F_{3x}) + M_A(F_{3y}) \\ &= F_3 \cos 45^\circ \times 0.4\text{m} + F_3 \sin 45^\circ \times (0.5 + 0.5)\text{m} \\ &= 400\text{N} \times \cos 45^\circ \times 0.4\text{m} + 400\text{N} \times \sin 45^\circ \times 1\text{m} \\ &= 395.92\text{N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

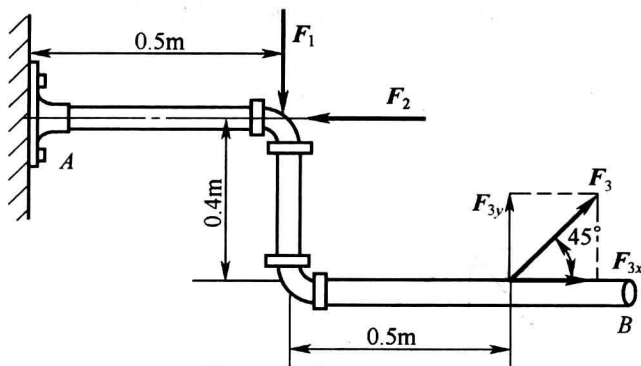


图 1-9 例 1-2 图

经过以上实例可知,求平面力对平面某点的力矩,可以采用两种方法:一是用力 and 力臂的乘积求力矩;二是当力臂不容易求出时,可用合力矩定理,使计算简单化,可以先将力分解为两个正交的分力,再用合力矩定理进行计算。

1.3 力偶的概念与性质

1.3.1 力偶的概念

在生活及工程中,经常遇到一些物体同时受到大小相等,方向相反,作用线互相平行的两个力作用的情况。例如,司机用双手转动方向盘,钳工用丝锥攻螺丝等,如图 1-10 所示。

这一对等值、反向、不共线的平行力组成的力系,对物体只产生转动效应而不产生移动效应,称为力偶,表示为 (F, F') 。力偶中两个力作用线所在的平面称为力偶作用面,两个力作用线之间的垂直距离称为力偶臂,用 d 表示。乘积 Fd 称为力偶矩,记作 $M(F, F')$ 或 M 。

$$M(F, F') = M = \pm Fd \quad (1-4)$$

式中,符号“ $\pm$ ”表示力偶的转向。规定:力偶使物体逆时针方向转动时力偶矩取正号,反之取负号。力偶矩是一个代数量,偶矩单位常用 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ 表示。力偶矩的大小、转向和作

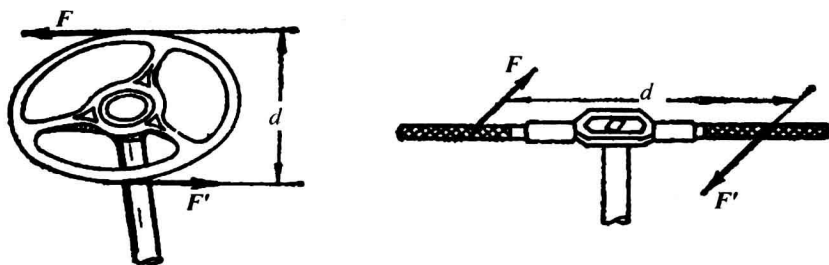


图 1-10 力偶示例

用面称为力偶矩的三要素。

1.3.2 力偶的性质

性质 1: 力偶在任一轴上投影的代数和等于零, 所以力偶没有合力, 即力偶不能与一个力等效, 也不能简化为一个力。

如图 1-11 所示力偶 (F, F') , 两个力与 x 轴夹角为 α , 两个力在 x 轴上的投影记为 F_x, F'_x , 则有

$$F_x = F \cos \alpha$$

$$F'_x = F' \cos \alpha = -F \cos \alpha$$

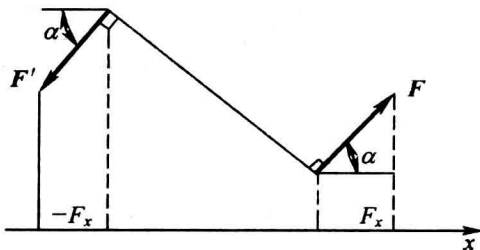


图 1-11 力偶的投影

所以 $F_x + F'_x = 0$

同理可得力偶在 y 轴上的投影的代数和为零。

性质 2: 力偶只能与力偶保持平衡。

性质 3: 力偶对其作用平面内任一点的矩恒等于力偶矩, 而与矩心位置无关。

如图 1-12 所示力偶 (F, F') , 力偶矩 $M = Fd$ 。在其作用面内任意取点 O 作为矩心, 设点 O 到 F 的垂直距离为 x , 则力偶 (F, F') 对 O 点之矩为

$$M_O(F) + M_O(F') = F(x + d) - F'x = Fd$$

由此可证。

性质 4: 只要保持力偶矩的大小和转向不变, 力偶可以在其作用平面内任意移动和转动, 且可以任意改变力偶中力的大小和力偶臂的长短, 而不改变其对物体的作用效果。因此, 力偶可以用带箭头的弧线表示, 如图 1-13 所示。