经济类专业学位联考高分一本通丛书

附2011年~2013年
历年真题

2014版
经济类专业学位联考
数学高分一本通

适用专业：

金融·应用统计·税务·国际商务·保险·资产评估

朱　杰　吴晶雯　编著

针对新考试大纲编写　全面知识点分类详解　题型归纳能触类旁通

真题详解明重点难点　实用解题技巧最给力

上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

经济类专业学位联考

(MF/MAS/MT/MIB/MI/MV 等)

数学高分一本通

(2014 版)

朱 杰 吴晶雯 编著

★ 针对新考试大纲编写
★ 全面知识点分类详解
★ 题型归纳能触类旁通
★ 真题详解明重点难点
★ 实用解题技巧最给力

上海交通大学出版社

内容提要

本书根据全国经济类专业学位联考的最新大纲编写而成，由微积分、概率论、线性代数和历年真题及解析四部分构成，是主编教师多年辅导经济类专业学位联考入学考试数学复习的经验之作。

通过本书的复习，考生可以了解到经济类专业学位联考数学所要求的基本知识点和题型，从而掌握考试的广度和深度，做到目标明确，心中有数，在较短的时间内快速提高应试能力。

本书适合准备参加经济类专业学位联考的考生和辅导老师参考阅读。

图书在版编目(CIP)数据

经济类专业学位联考数学高分一本通：MF/MAS/MT/MIB/MI/MV 等/朱杰，吴晶雯编著. 一上海：上海交通大学出版社，2013

ISBN 978-7-313-09578-7

Ⅰ.①经… Ⅱ.①朱…②吴… Ⅲ.①高等数学一研究生一入学考试一自学参考资料 Ⅳ.①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 073154 号

经济类专业学位联考
(MF/MAS/MT/MIB/MI/MV 等)
数学高分一本通

朱 杰 吴晶雯 编著

上海交通大学 出版社出版发行

（上海市番禺路 951 号 邮政编码 200030）

电话：64071208 出版人：韩建民

上海颛辉印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本：787mm×1092mm 1/16 印张：23.75 字数：564 千字

2013 年 5 月第 1 版 2013 年 5 月第 1 次印刷

印数：1～3030

ISBN 978-7-313-09578-7/O 定价：48.00 元

告读者：如发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话：021-57602918

代前言

经济类联考数学复习

经济类专业学位联考是为了招收金融硕士(MF)、应用统计硕士(MAS)、税务硕士(MT)、国际商务硕士(MIB)、保险硕士(MI)及资产评估硕士(MV)等而设置的具有选拔性质的联考科目.其中综合能力(总分150分)卷由三部分组成,数学基础(70分)、逻辑推理(40分)、写作(40分),可见数学在综合能力试卷中最为重要!

经济类联考综合能力考试中的数学基础部分要求考生具有运用数学基础知识、基本方法分析和解决问题的能力.主要考查考生经济分析中常用数学知识的基本方法和基本概念.试题涉及的数学知识范围有:

(1) 微积分部分.

一元函数的微分、积分;多元函数的一阶偏导数;函数的单调性和极值.

(2) 概率论部分.

分布和分布函数的概念;常见分布;期望值和方差.

(3) 线性代数部分.

线性方程组;向量的线性相关和线性无关;矩阵的基本运算.

综合能力卷三部分在一张试卷中,要在3小时内完成20道数学题(10道选择、10道简答)、20道逻辑题、2篇作文的写作,可见对考生的能力和速度都有一定要求.数学内容不但要会做,而且要做得快!数学要考高分,我们认为必须重视如下三要素:基本计算、基本知识点及其解法、实用解题技巧.数学要考高分,其实也不难.因为考试题型的限定,所以基本计算、基本知识点都是有限的,如能掌握实用的解题技巧,数学拿到60分应该不是问题!

如何复习?广大考生应该分阶段、有重点地进行系统复习安排.笔者认为首先应该结合经济类联考考试大纲看相关数学教科书,与考纲有关有的例题、习题都要做,而且要做熟练!

只看教科书肯定不够,同学们就可以选用本书作为下一阶段的复习用书.本书作者一直从事数学类考试的辅导,纵观近几年的经济类联考真题,我们发现不

少经济类联考数学真题都从普研数学真题中选取或者改编,有时甚至是原题.

笔者认为现在经济类联考数学真题的难度与2007年前MBA联考、GCT联考、普研数学基础题较为接近,故根据经济类专业学位联考大纲,从上述三类真题中抽取了一些典型例题汇编成此书,以题型归纳的方式呈现给读者,希望读者的应试能力更上一层楼!

能写成此书,首先要感谢家人的支持与生活上的关心.在本书编写时,笔者参阅了有关教辅书籍,引用了一些例子,在此一并向有关作者致谢.朱杰老师博客(blog.sin a.com.cn/eijuhz)有更多报考信息、辅导资料分享给大家,博客也将是本书服务的进一步延续.

由于编者水平有限,写作时间紧,如有错误和疏漏之处,请同行、广大考生指正.

朱 杰(eijuhz@126.com)
2013年2月于上海

目 录

第一部分 微积分

第二部分 概率论

第三部分　线性代数

第1章

函数　极限　连续

1.1　考纲要求及详细分析

经济类联考考纲中没有提到极限的内容，但2012年真题中极限问题考察了两题（一选择，一大题），所以也要请大家重视.

1.1.1　考试内容

函数的概念及表示法　函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性　复合函数　反函数　分段函数和隐函数　基本初等函数的性质及其图形　初等函数　函数关系的建立

数列极限与函数极限的定义及其性质　函数的左极限和右极限　无穷小量和无穷大量的概念及其关系　无穷小量的性质及无穷小量的比较　极限的四则运算

极限存在的两个准则：单调有界准则和夹逼准则

两个重要极限：

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1 \qquad \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=\mathrm{e}$$

函数连续的概念　函数间断点的类型　初等函数的连续性　闭区间上连续函数的性质

1.1.2　考试要求

(1) 理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立应用问题的函数关系.

(2) 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.

(3) 理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念.

(4) 掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念.

(5) 了解数列极限和函数极限（包括左极限与右极限）的概念.

(6) 了解极限的性质与极限存在的两个准则，掌握极限的四则运算法则，掌握利用两个重要极限求极限的方法.

(7) 理解无穷小的概念和基本性质. 掌握无穷小量的比较方法. 了解无穷大量的概念及其与无穷小量的关系.

(8) 理解函数连续性的概念（含左连续与右连续），会判别函数间断点的类型.

(9) 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理），并会应用这些性质.

1.1.3　考试重点

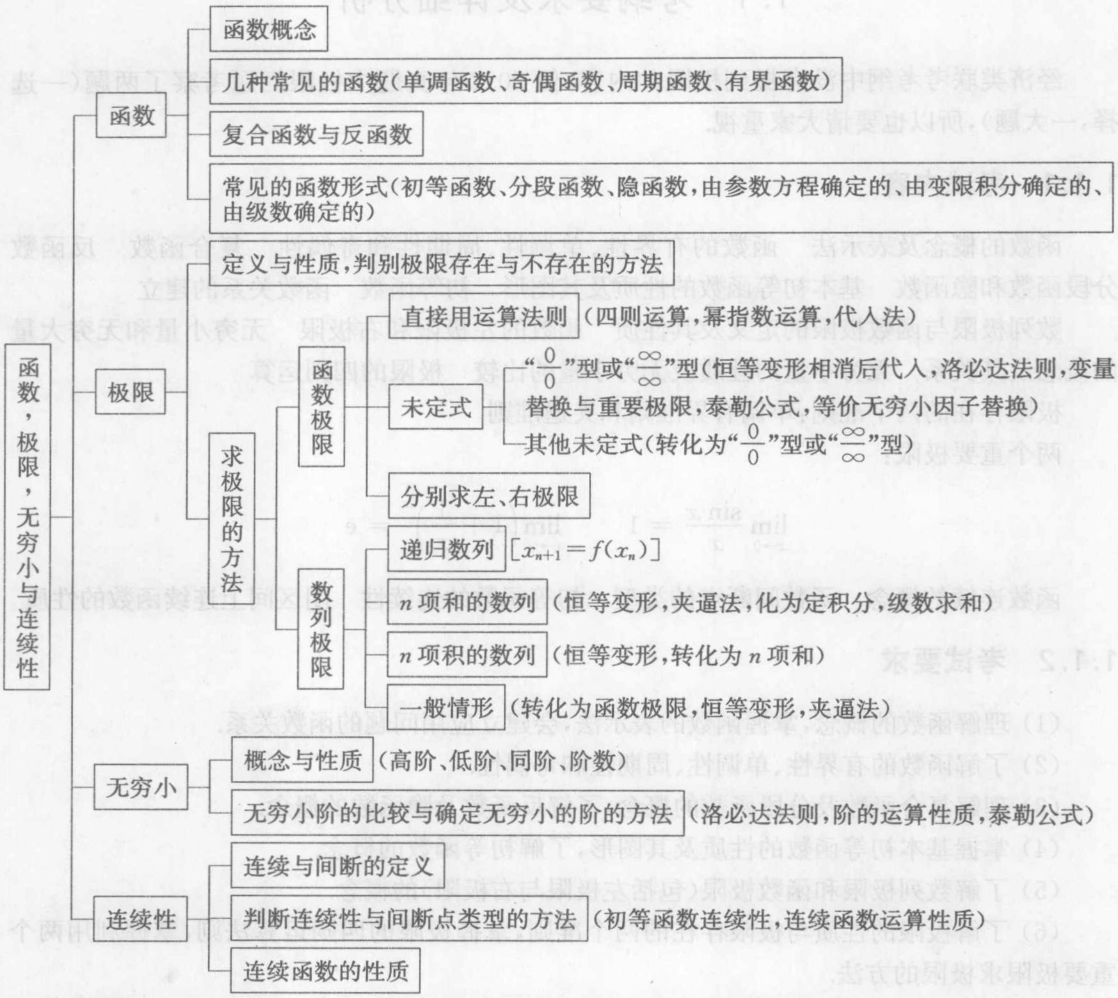
(1) 掌握求极限的各种方法.

(2) 掌握无穷小阶的比较及确定无穷小阶的方法.

(3) 判断函数是否连续及确定间断点的类型(本质上是求极限).

(4) 复合函数、分段函数及函数记号的运算.

1.2 知识结构网络图



1.3 重要概念、定理、公式

1.3.1 函数

1) 函数的定义

设 D 是一个非空的实数集,如果有一个对应规则 f,对每一个 $x\in D$,都能对应唯一的

一个实数 y，则这个对应规则 f 称为定义在 D 上的一个函数，记以 $y=f(x)$，称 x 为函数的自变量，y 为函数的因变量或函数值，D 称为函数的定义域，并把实数集 $Z=\{y \mid y=f(x),\ x\in D\}$ 称为函数的值域.

2) 分段函数

如果自变量在定义域内不同的值，函数不能用同一个表达式表示，而要用两个或两个以上的表达式来表示，这类函数称为分段函数.

例如，$y=f(x)=\begin{cases}x+1 & x<-1\\ x^2 & -1\leqslant x\leqslant 1\\ 5x & x>1\end{cases}$ 是一个分段函数，它有两个分段点，$x=-1$ 和 $x=1$，它们两侧的函数表达式不同，因此讨论函数 $y=f(x)$ 在分段点处的极限、连续、导数等问题时，必须分别先讨论左、右极限，左、右连续性和左、右导数. 需要强调：分段函数不是初等函数，不能用初等函数在定义域内皆连续这个定理.

又 $f(x)=|x|=\begin{cases}x & x\geqslant 0\\ -x & x<0\end{cases}$，$f(x)=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1 & x>0\\ 0 & x=0\\ -1 & x<0\end{cases}$ 都是分段函数.

3) 隐函数

形如 $y=f(x)$ 的函数称为显函数，由方程 $F(x,y)=0$ 确定 $y=y(x)$ 称为隐函数，有些隐函数可以化为显函数，例如 $x^2+y^2=1$，$y=\pm\sqrt{1-x^2}$，(不一定是一个单值函数)，而有些隐函数则不能化为显函数.

4) 反函数

如果 $y=f(x)$ 可以解出 $x=\varphi(y)$ 是一个函数(单值)，则称它为 $f(x)$ 的反函数，记以 $x=f^{-1}(y)$. 有时也用 $y=f^{-1}(x)$ 表示，例如 $y=x^2(x\geqslant 0)$ 解出 $x=\sqrt{y}(y\geqslant 0)$，而 $y=x^2(x\leqslant 0)$ 解出 $x=-\sqrt{y}(y\geqslant 0)$.

1.3.2 基本初等函数

(1) 常值函数 $y=c$ (c，常数).

(2) 幂函数 $y=x^\alpha$ (α，常数).

(3) 指数函数 $y=a^x(a>0,\ a\neq 1$，常数)，

$y=\mathrm{e}^x(\mathrm{e}=2.7182\cdots$，无理数).

(4) 对数函数 $y=\log_a x(a>0,\ a\neq 1$，常数)，

常用对数 $y=\log_{10}x=\lg x$，

自然对数 $y=\log_{\mathrm{e}}x=\ln x$.

(5) 三角函数 $y=\sin x$；$y=\cos x$；$y=\tan x$；

$y=\cot x$；$y=\sec x$；$y=\csc x$.

(6) 反三角函数 $y=\arcsin x$；$y=\arccos x$；

$y=\arctan x$；$y=\operatorname{arccot} x$.

关于基本初等函数的概念、性质及其图像非常重要，影响深远. 例如以后经常会用到 $\lim\limits_{x\to+\infty}\arctan x$；$\lim\limits_{x\to-\infty}\arctan x$；$\lim\limits_{x\to 0^+}\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$；$\lim\limits_{x\to 0^-}\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$；$\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x$ 等，就需要对 $y=\arctan x$，$y=\mathrm{e}^x$，

$y = \ln x$ 的图像清晰掌握.

1.3.3 复合函数与初等函数

1) 复合函数

设 $y = f(u)$,定义域为 U;$u = g(x)$,定义域为 X,值域为 U^*.

如果 $U^* \subset U$,则 $y = f[g(x)]$ 是定义在 X 上的一个复合函数.其中 u 称为中间变量.

2) 初等函数

由基本初等函数经过有限次四则运算和复合所构成的,用一个分析表达式表示的函数称为初等函数.

1.3.4 考试中常出现的非初等函数

1) 用极限表示的函数

(1) $y = \lim\limits_{n\to\infty} f_n(x)$, (2) $y = \lim\limits_{t\to x} f(t, x)$.

2) 用变上、下限积分表示的函数

(1) $y = \int_0^x f(t)\mathrm{d}t$,其中 $f(t)$ 连续,则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = f(x)$.

(2) $y = \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(t)\mathrm{d}t$,其中 $\varphi_1(x)$,$\varphi_2(x)$ 可导,$f(t)$ 连续,则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = f[\varphi_2(x)]\varphi_2'(x) - f[\varphi_1(x)]\varphi_1'(x)$.

1.3.5 函数的几种性质

1) 有界性

设函数 $y = f(x)$ 在 X 内有定义,若存在正数 M,使 $x \in X$ 都有 $|f(x)| \leqslant M$,则称 $f(x)$ 在 X 上是有界的.

2) 奇偶性

设区间 X 关于原点对称,若对 $x \in X$,都有 $f(-x) = -f(x)$,则称 $f(x)$ 在 X 上是奇函数;若对 $x \in X$,都有 $f(-x) = f(x)$,则称 $f(x)$ 在 X 上是偶函数.奇函数的图像关于原点对称;偶函数图像关于 y 轴对称.

3) 单调性

设 $f(x)$ 在 X 上有定义,若对任意 $x_1 \in X$,$x_2 \in X$,$x_1 < x_2$ 都有 $f(x_1) < f(x_2)$ $[f(x_1) > f(x_2)]$,则称 $f(x)$ 在 X 上是单调增加的(单调减少的);若对任意 $x_1 \in X$,$x_2 \in X$,$x_1 < x_2$ 都有 $f(x_1) \leqslant f(x_2)$ $[f(x_1) \geqslant f(x_2)]$,则称 $f(x)$ 在 X 上是单调不减(单调不增).(注意:有些书上把单调增加称为严格单调增加;把单调不减称为单调增加.)

4) 周期性

设 $f(x)$ 在 X 上有定义,如果存在常数 $T \neq 0$,使得任意 $x \in X$,$x + T \in X$,都有 $f(x + T) = f(x)$,则称 $f(x)$ 是周期函数,称 T 为 $f(x)$ 的周期.

由此可见,周期函数有无穷多个周期,一般我们把其中最小正周期称为周期.

1.3.6 极限的概念与基本性质

1) 极限的定义

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=A$（称数列$\{x_n\}$收敛于$A$）.

任给$\varepsilon>0$，存在正整数N，当$n>N$时，就有$|x_n-A|<\varepsilon$.

(2) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$.

任给$\varepsilon>0$，存在正数X，当$x>X$时，就有$|f(x)-A|<\varepsilon$.

(3) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=A$.

任给$\varepsilon>0$，存在正数X，当$x<-X$时，就有$|f(x)-A|<\varepsilon$.

(4) $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$.

任给$\varepsilon>0$，存在正数X，当$|x|>X$时，就有$|f(x)-A|<\varepsilon$.

(5) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$.

任给$\varepsilon>0$，存在正数δ，当$0<|x-x_0|<\delta$时，就有$|f(x)-A|<\varepsilon$.

(6) $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=A$［用$f(x_0+0)$表示$f(x)$在$x_0$的右极限值］.

任给$\varepsilon>0$，存在正数δ，当$0<x-x_0<\delta$时，就有$|f(x)-A|<\varepsilon$.

(7) $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=A$［用$f(x_0-0)$表示$f(x)$在$x_0$的左极限值］.

任给$\varepsilon>0$，存在正数δ，当$-\delta<x-x_0<0$时，就有$|f(x)-A|<\varepsilon$.

有时用$\lim f(x)=A$表示上述六类函数的极限，它具有的性质，上述六类函数极限皆具有这种性质，有时我们记$x_n=f(n)$，把数列极限也看做这种抽象的变量极限的特例，以便于讨论.

2）极限的基本性质

定理1（极限的唯一性）设$\lim f(x)=A$，$\lim f(x)=B$，则$A=B$.

定理2（极限的不等式性质）设$\lim f(x)=A$，$\lim g(x)=B$，若x变化一定以后，总有$f(x)\geqslant g(x)$，则$A\geqslant B$；反之，$A>B$，则x变化一定以后，有$f(x)>g(x)$.

注 当$g(x)\equiv 0$，$B=0$情形也称为极限的保号性.

定理3（极限的局部有界性）设$\lim f(x)=A$，则当x变化一定以后，$f(x)$是有界的.

定理4 设$\lim f(x)=A$，$\lim g(x)=B$，（极限运算法则）

则：①$\lim[f(x)+g(x)]=A+B$；②$\lim[f(x)-g(x)]=A-B$；③$\lim[f(x)\cdot g(x)]=A\cdot B$；④$\lim\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{A}{B}(B\neq 0)$；⑤$\lim[f(x)]^{g(x)}=A^B(A>0)$.

1.3.7 无穷小

1）无穷小定义

若$\lim f(x)=0$，则称$f(x)$为无穷小.

注 无穷小与x的变化过程有关，$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}=0$，当$x\to\infty$时，$\dfrac{1}{x}$为无穷小，而$x\to x_0$或其他时，$\dfrac{1}{x}$不是无穷小.

2）无穷大定义

任给$M>0$，当x变化一定以后，总有$|f(x)|>M$，则称$f(x)$为无穷大，记为$\lim f(x)=\infty$.

3）无穷小与无穷大的关系

在 x 的同一个变化过程中，若 $f(x)$ 为无穷大，则 $\dfrac{1}{f(x)}$ 为无穷小；若 $f(x)$ 为无穷小，且 $f(x)\neq 0$，则 $\dfrac{1}{f(x)}$ 为无穷大.

4) 无穷小与极限的关系(脱帽法)

$\lim f(x)=A\Leftrightarrow f(x)=A+\alpha(x)$，其中 $\lim\alpha(x)=0$.

5) 两个无穷小的比较

设 $\lim f(x)=0,\lim g(x)=0$，且 $\lim\dfrac{f(x)}{g(x)}=l$，

(1) $l=0$，称 $f(x)$是比 $g(x)$高阶的无穷小，记为 $f(x)=o[g(x)]$；

称 $g(x)$是比 $f(x)$低阶的无穷小.

(2) $l\neq 0$，称 $f(x)$与 $g(x)$是同阶无穷小.

(3) $l=1$，称 $f(x)$与 $g(x)$是等价无穷小，记为 $f(x)\sim g(x)$.

6) 常见的等价无穷小

当 $x\to 0$ 时，$\sin x\sim x$，$\tan x\sim x$，$\arcsin x\sim x$，$\arctan x\sim x$，$1-\cos x\sim\dfrac{1}{2}x^2$，$e^x-1\sim x$，$\ln(1+x)\sim x$，$(1+x)^\alpha-1\sim\alpha x$.

7) 无穷小的重要性质

有界变量乘无穷小仍是无穷小.

1.3.8 求极限的方法

(1) 利用极限的四则运算和幂指数运算法则.

(2) 两个准则：

准则 1 单调有界数列极限一定存在：

(i) 若 $x_{n+1}\leqslant x_n$(n 为正整数)，又 $x_n\geqslant m$(n 为正整数)，则 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=A$ 存在，且 $A\geqslant m$.

(ii) 若 $x_{n+1}\geqslant x_n$(n 为正整数)，又 $x_n\leqslant M$(n 为正整数)，则 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=A$ 存在，且 $A\leqslant M$.

准则 2 (夹逼定理)设 $g(x)\leqslant f(x)\leqslant h(x)$，若 $\lim g(x)=A,\lim h(x)=A$，则

$$\lim f(x)=A.$$

(3) 两个重要极限：

重要极限 1 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$.

重要极限 2 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n=e;\lim\limits_{u\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{u}\right)^u=e;\lim\limits_{v\to 0}(1+v)^{\frac{1}{v}}=e$.

(4) 用无穷小重要性质和等价无穷小代换.

(5) 用泰勒公式(比用等价无穷小更深刻)：当 $x\to 0$ 时，

$e^x=1+x+\dfrac{x^2}{2!}+\cdots+\dfrac{x^n}{n!}+o(x^n)$

$\sin x=x-\dfrac{x^3}{3!}+\dfrac{x^5}{5!}+\cdots+(-1)^n\dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+o(x^{2n+1})$

$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n})$

$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$

$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + o(x^{2n+1})$

$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \cdots + o(x^3)$

$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots[\alpha-(n-1)]}{n!}x^n + o(x^n)$

(6) 洛必达法则：

第一类：直接用洛必达法则.

法则1 $\left(\frac{0}{0}\text{型}\right)$设① $\lim f(x) = 0, \lim g(x) = 0$；② x 变化过程中，$f'(x)$，$g'(x)$皆存在；③ $\lim \frac{f'(x)}{g'(x)} = A(\text{或}\infty)$；则 $\lim \frac{f(x)}{g(x)} = A(\text{或}\infty)$.

注 如果 $\lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$ 不存在且不是无穷大量情形，则不能得出 $\lim \frac{f(x)}{g(x)}$ 不存在且不是无穷大量情形.

法则2 $\left(\frac{\infty}{\infty}\text{型}\right)$设① $\lim f(x) = \infty, \lim g(x) = \infty$；② x 变化过程中，$f'(x)$，$g'(x)$皆存在；③ $\lim \frac{f'(x)}{g'(x)} = A(\text{或}\infty)$；则 $\lim \frac{f(x)}{g(x)} = A(\text{或}\infty)$.

第二类：间接用洛必达法则"$0\cdot\infty$"型和"$\infty-\infty$"型，例 $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln x$ 和 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right)$.

第三类：间接再间接用洛必达法则"1^∞"型、"0^0"型、"∞^0"型，$\lim\limits_{x\to *}[f(x)]^{g(x)} = \lim\limits_{x\to *} e^{g(x)\ln f(x)} = e^{\lim\limits_{x\to *} g(x)\ln f(x)}$.

(7) 利用导数定义求极限.

基本公式：$\lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0)$ [如果存在].

(8) 利用定积分定义求极限.

基本公式：$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x)\,dx$ [如果存在].

(9) 其他综合方法.

(10) 求极限的反问题有关方法(含有参数问题).

1.3.9 函数连续的概念

1) 函数在一点连续的概念

定义1 若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$，则称 $f(x)$ 在点 x_0 处连续.

定义2 设函数 $y = f(x)$，如果 $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = f(x_0)$，则称函数 $f(x)$ 在点 x_0 处左连续；