

★ 各类成人高考复习指导丛书（第五版）

数 学

解 题 指 导

（文史财经类用）



高等教育出版社

各类成人高考复习指导丛书(第五版)

数学解题指导

(文史财经类用)

郑洪深 主编

高等教育出版社

(京)112号

各类成人高考复习指导丛书(第五版)

数学解题指导

(文史财经类用)

郑洪深 主编

*

高等教育出版社出版

新华书店总店北京科技发行所发行

国防工业出版社印刷厂印装

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印张 12.625 字数 260 000

1991 年 4 月第 5 版 1991 年 7 月第 2 次印刷

印数 160 106—243 117

ISBN7-04-003370-4/O·1032

定价 3.75 元

第五版前言

本丛书自 1986 年问世以来,深受读者欢迎。为了更加符合国家教委对各科目成人高考所提出的基本要求,充分体现便于成人自学的特点,本丛书曾多次进行了修订,并自第三版起编辑、出版了与各科目复习教材相配套的解题指导书,借以加强对考生掌握基本理论、运用基本知识进行解题的指导,有助于提高考生的应考能力。

1989 年 7 月,国家教委成人教育司与国家教委考试管理中心共同审订颁布了《1990 年全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》。为此,我社于 1989 年修订出版了本丛书的第四版。由于当时修订时间仓促,因此修订只是局部性的。考虑到在没有修订颁布新大纲以前,《1990 年全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》将既对考生复习起指导作用,又是成人高考统一命题的依据,我社决定再次对本丛书进行全面修订,以求在知识范围、能力层次要求、题型结构等诸方面更加符合复习考试大纲的基本要求,并从科学性、文字叙述等诸方面消除疏漏,进一步提高质量。

为了保留本丛书原有的便于成人自学的特点,本次修订我们仍请原主编人担任修订者,并要求他们在事前尽可能试教一遍。原丛书各版均附有历年全国成人高等学校招生统一考试各科目的考试题目及参考答案,本次修订亦准备保留这一作法。今后在本丛书每次重印时,均将附有近三年的全国

成人高等学校招生统一考试各科目的考试题目及参考答案。

本丛书(第五版)包括:

《政治》(上、下册); 《政治解题指导》;

《语文》(上、下册); 《语文解题指导》;

《数学》(文史财经类用); 《数学解题指导》(文史财经类用);

《数学》(理工农医类用); 《数学解题指导》(理工农医类用);

《物理》; 《物理解题指导》;

《化学》; 《化学解题指导》;

《历史》; 《历史解题指导》;

《地理》; 《地理解题指导》;

《英语》;

共 17 种 19 册。

这本《数学解题指导》(文史财经类用)是与本丛书的《数学》(文史财经类用)(修订第五版)相配套的。

书中对所有的习题作了详细解答,有些题还指出了解题方法和思路,或作了必要的分析和说明,以帮助读者提高解题能力。在本书中引用到《数学》时,均指《数学》(文史财经类用)(修订第五版)一书。

本书主编为郑洪深(《1986年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》及《1990年全国各类成人高等学校招生考试复习考试大纲》审定人),参加编写的还有:丁鹤龄、文小西。

高等教育出版社

1990年10月

目 录

代 数

第一章	数、式、方程和方程组	1
第一节	实数	1
第二节	式	7
第三节	方程和方程组	21
第二章	集合	48
第三章	不等式和不等式组	62
第四章	指数与对数	79
第五章	函数	92
第六章	数列	117
第七章	排列、组合与二项式定理	137

三 角

第八章	三角函数及其有关概念	152
第九章	三角函数式的变换	165
第十章	三角函数的图象和性质	213
第十一章	解三角形	232
第十二章	反三角函数	248

平面解析几何

第十三章	直线	255
------	----	-----

第十四章 圆锥曲线.....	295
综合练习题一解答.....	337
综合练习题二解答.....	347
综合练习题三解答.....	360
近三年全国成人高等学校招生统一考试题目与 参考答案.....	373

代 数

第一章 数、式、方程和方程组

第一节 实 数

习题与解题指导

1. 下列哪些数是实数、无理数、有理数、整数、非负整数、自然数？

0, $|- \pi|$, 3.1416, $|- \sqrt{2}|$, $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[5]{-32}$.

解 $\sqrt[3]{8}=2$ 是自然数、整数、非负整数、有理数、实数.

$\sqrt[5]{-32}=\sqrt[5]{(-2)^5}=-2$ 是整数、有理数、实数.

0 是整数、非负整数、有理数、实数.

3.1416 是有理数、实数.

$|- \pi|=\pi$, $|- \sqrt{2}|=\sqrt{2}$ 都是无理数、实数.

说明 不要把 π 的近似值 3.1416 看作无理数.

2. 选择①:

$-0.2121121112\cdots$ (两个 2 之间依次多一个 1) 是

① 本书的选择题, 均指(A)、(B)、(C)、(D)四个答案中只有一个结论是正确的.

- (A) 循环小数; (B) 有限小数;
(C) 负有理数; (D) 无理数.

答().

说明 填D. 因为 $0.2121121112\cdots$ 是无限不循环小数, 是正无理数, 故 $-0.2121121112\cdots$ 是负无理数, 所以它是无理数.

3. 计算: (1) $|-30| + |-20|$; (2) $|-25| - |-45|$;
(3) $|-15| \times |-4|$; (4) $|-3| \div |-9|$.

解 (1) $|-30| + |-20| = 30 + 20 = 50$;

(2) $|-25| - |-45| = 25 - 45 = -20$;

(3) $|-15| \times |-4| = 15 \times 4 = 60$;

(4) $|-3| \div |-9| = 3 \div 9 = 0.\dot{3}$.

4. 先计算下列各式, 然后比较各对式子的大小:

(1) $|(+9) + (+10)|$ 与 $| +9| + | +10|$;

(2) $|(-9) + (-10)|$ 与 $| -9| + | -10|$;

(3) $|(+9) + (-10)|$ 与 $| +9| + | -10|$;

(4) $|(-9) + (+10)|$ 与 $| -9| + | +10|$.

解 (1) 因为

$$|(+9) + (+10)| = |19| = 19,$$

$$| +9| + | +10| = 9 + 10 = 19.$$

所以

$$|(+9) + (+10)| = | +9| + | +10|.$$

(2) 因为

$$|(-9) + (-10)| = | -19| = 19,$$

$$| -9| + | -10| = 9 + 10 = 19.$$

所以

$$|(-9) + (-10)| = |-9| + |-10|.$$

(3) 因为

$$|(+9) + (-10)| = |-1| = 1,$$

$$|+9| + |-10| = 9 + 10 = 19.$$

所以

$$|(+9) + (-10)| < |+9| + |-10|.$$

(4) 因为

$$|(-9) + (+10)| = |1| = 1,$$

$$|-9| + |+10| = 9 + 10 = 19.$$

所以

$$|(-9) + (+10)| < |-9| + |+10|.$$

说明 由上可见, 两数和的绝对值小于或等于两数绝对值之和, 即 $|a+b| \leq |a| + |b|$. 这个结论对于一般情形也是成立的.

5. 选择:

下面四个命题中, 正确的是

(A) 若 $\sqrt{a} = a$, 则 $a = 0$; (B) 若 $|a| = a$, 则 $a = 0$;

(C) 若 $-a = a$, 则 $a = 0$; (D) 若 $\frac{1}{a} = a$, 则 $a = 1$.

答().

说明 正确的是 C. 因为由 $-a = a$ 得 $a + a = 0$, $2a = 0$, $a = 0$.

此外, 我们也可从否定 A, B, D 来说明 C 是正确的. 对于 A, B, 只要取 $a = 1$, 结论就不成立. 对于 D, 由 $\frac{1}{a} = a$ 得

$$a^2=1, a=\pm 1.$$

6. 填空:

(1) 当 $b \leq -4$ 时, $\sqrt{b^2+8b+16} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 当 $b \geq \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $\sqrt{b^2-8b+16} = b-4$;

(3) 当 $c \underline{\hspace{2cm}} -1$ 时, $\sqrt{c^2+2c+1} = c+1$;

(4) 当 $c \underline{\hspace{2cm}} -1$ 时, $\sqrt{c^2+2c+1} = -(c+1)$;

(5) 当 c 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 数时, $\sqrt{c^4+2c^2+1} = c^2+1$.

说明 填空题只要把结果填上即可.

(1) 题填“ $-(b+4)$ ”. 因为 $b \leq -4$, 所以 $b+4 \leq 0$. 而
 $\sqrt{b^2+8b+16} = \sqrt{(b+4)^2} = |b+4| = -(b+4).$

(2) 题填“4”. 因 $\sqrt{b^2-8b+16} = \sqrt{(b-4)^2} = |b-4|$,
 欲使它等于 $b-4$, 只须 $b-4 \geq 0$, 即 $b \geq 4$.

(3) 题填“ $\geq$ ”. 因为 $\sqrt{c^2+2c+1} = \sqrt{(c+1)^2} = |c+1|$.
 欲使它等于 $c+1$, 只须 $c+1 \geq 0$, 即 $c \geq -1$.

(4) 题填“ $\leq$ ”. 因为从 (3) 题看出, 欲使 $|c+1| = -(c+1)$, 只须 $c+1 \leq 0$, 即 $c \leq -1$.

(5) 题填“实”. 因为 $\sqrt{c^4+2c^2+1} = \sqrt{(c^2+1)^2} = |c^2+1| = c^2+1$ 对任何实数 c 都成立, 这是由于 $c^2+1 > 0$.

7. 填空:

(1) 当 $x < 0$ 时, $\frac{x}{|x|} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 当 $x > 0$ 时, $\frac{x}{|x|} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) 当 $x = 0$ 时, $\frac{x}{|x|} \underline{\hspace{2cm}}$;

(4) 设 $a < 0$, 则 $-a$ 0 , a $-a$.

说明 (1) 题填“ -1 ”. 因为 $x < 0$ 时 $|x| = -x$, 故

$$\frac{x}{|x|} = \frac{x}{-x} = -1.$$

(2) 题填“ 1 ”. 因为 $x > 0$ 时 $|x| = x$, 故 $\frac{x}{|x|} = \frac{x}{x} = 1$.

(3) 题填“没有意义”. 因为 $x = 0$, 所以 $|x| = 0$, 从而分母为零, 没有意义.

(4) 题的两个空依次填 “ $>$ ”、“ $<$ ”. 因为 $a < 0$, 所以 $-a > 0$. 由此又得 $a < -a$.

8. 填空:

(1) $\frac{3}{4}$ 的算术根是 ; 如果一个数的平方是 $\frac{3}{4}$, 则这个数是 ; 如果一个数的算术根是 $\frac{2}{3}$, 则这个数是 .

(2) 若 $a = \sqrt{3}$, 则 a 的相反数是 , $\frac{1}{a} =$, $\frac{1}{a^2} =$, a 的绝对值是 .

(3) 当 $a \leq 2$ 时, $\sqrt{(2-a)^2} =$;

当 a 时, $\sqrt{(2-a)^2} = a - 2$.

(4) 如果 $a + |a| = 0$, 那么 a .

(5) 设 x, y 为实数.

如果 $\sqrt{x} + x^2 = 0$, 那么 $x =$.

如果 $\sqrt{x} + x + \sqrt{y} + y = 0$, 那么 $xy =$.

说明 (1) 依次填 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{4}{9}$.

(2) 依次填 $-\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\sqrt{3}$.

(3) 依次填 $2-a, \geq 2$. 因为

$$\sqrt{(2-a)^2} = |2-a| = \begin{cases} 2-a, & a \leq 2, \\ a-2, & a \geq 2. \end{cases}$$

(4) 填 ≤ 0 . 因为已知 $a+|a|=0$, 所以 $|a|=-a$. 而 $|a| \geq 0$, 故 $a \leq 0$.

(5) 都填 0. 因为由 $\sqrt{x}+x^2=0$ 得 $\sqrt{x}=0, x^2=0$, 所以 $x=0$.

因为 $\sqrt{x}+x+\sqrt{y}+y=0$ 可变形为 $\sqrt{x}+(\sqrt{x})^2+\sqrt{y}+(\sqrt{y})^2=0$, 所以由非负数之和为零得 $\sqrt{x}=0, \sqrt{y}=0$. 于是 $x=0, y=0$, 故 $xy=0$. 注意所给式子中的 $\sqrt{x}, \sqrt{y}$ 已隐含 $x \geq 0, y \geq 0$, 故 $(\sqrt{x})^2=x, (\sqrt{y})^2=y$.

9. 求使下列各式成立的 x, y 值:

(1) $|x+2|+|y-1|=0$; (2) $\sqrt{x-1}+\sqrt{y+2}=0$;

(3) $(x+y)^2+(4x+5)^2=0$;

(4) $(x+y-1)^2+\sqrt{2x-y+4}=0$.

分析 所给各式都是非负数之和为零的问题.

解 (1) 由 $x+2=0, y-1=0$ 得 $x=-2, y=1$.

(2) 由 $x-1=0, y+2=0$ 得 $x=1, y=-2$.

(3) 由 $\begin{cases} x+y=0 \\ 4x+5=0 \end{cases}$ 得 $x=-\frac{5}{4}, y=\frac{5}{4}$.

(4) 由 $\begin{cases} x+y-1=0 \\ 2x-y+4=0 \end{cases}$ 得 $x=-1, y=2$.

10. 填空:

(1) 如果 $|3x-2|+|2y+3|=0$, 则 $x+y=$ _____, $xy=$ _____.

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{a^2}{b^2};$$

(2) 设 $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, 如果

$$(ab - c)^2 + |bc - a| + \sqrt{ca - b} = 0,$$

则 $a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

说明 (1) 依次填 $-\frac{5}{6}, -1, -\frac{4}{9}$. 因为 $x = \frac{2}{3}, y = -\frac{3}{2}$.

(2) 填 1. 因为 $ab = c, bc = a, ca = b$. 所以

$$a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2 = c^2 + a^2 + b^2 = 1.$$

第二节 式

习题与解题指导

1. 计算: (1) $(a+2)(a-1)$;

(2) $(x+3)(x^2+4x+5)$;

(3) $(7x-2y)(7x+2y)$;

(4) $(x+5)(x-5)(x^2+25)$.

解 (1) $(a+2)(a-1) = a^2 - a + 2a - 2 = a^2 + a - 2$;

(2) $(x+3)(x^2+4x+5) = x^3 + 4x^2 + 5x + 3x^2 + 12x + 15$
 $= x^3 + 7x^2 + 17x + 15$;

(3) $(7x-2y)(7x+2y) = (7x)^2 - (2y)^2$
 $= 49x^2 - 4y^2$;

(4) $(x+5)(x-5)(x^2+25) = (x^2-25)(x^2+25)$

$$=x^4-625.$$

2. 计算: (1) $(25a^2+15a^3b-20a^4)\div(-5a^2)$;

(2) $(x^2+3x+2)\div(x+1)$;

(3) $(9a+a^2+18)\div(6+a)$;

(4) $(1+3x^3-8x^2)\div(3x+1)$.

解 (1) $(25a^2+15a^3b-20a^4)\div(-5a^2)$
 $=25a^2\div(-5a^2)+15a^3b\div(-5a^2)$
 $+(-20a^4)\div(-5a^2)$
 $=-5-3ab+4a^2.$

(2)

$$\begin{array}{r} x+2 \\ x+1 \overline{) x^2+3x+2} \\ \underline{x^2+x} \\ 2x+2 \\ \underline{2x+2} \\ 0 \end{array}$$

所以 $(x^2+3x+2)\div(x+1)=x+2.$

(3)

$$\begin{array}{r} a+3 \\ a+6 \overline{) a^2+9a+18} \\ \underline{a^2+6a} \\ 3a+18 \\ \underline{3a+18} \\ 0 \end{array}$$

所以 $(9a+a^2+18)\div(6+a)=a+3.$

(4)

$$\begin{array}{r} x^2-3x+1 \\ 3x+1 \overline{) 3x^3-8x^2+1} \\ \underline{3x^3+x^2} \\ -9x^2 \\ \underline{-9x^2-3x} \\ 3x+1 \\ \underline{3x+1} \\ 0 \end{array}$$

所以 $(1+3x^3-8x^2) \div (3x+1) = x^2-3x+1$.

说明 注意后两题做竖式演算时, 先把两个多项式都按同一字母降幂排列. (4)题的被除式缺一次项, 相应留出空位后再演算.

3. 化简:

$$(1) (x^2-1)^2-2(x^2+1)(x+1)(x-1)+(x^2+1)^2;$$

$$(2) (3x^2+4x-5)(3x^2+4x+5) \\ + (5+4x)(5-4x)-3x^3(3x+8).$$

解 (1) 原式 $= (x^2-1)^2-2(x^2+1)(x^2-1)+(x^2+1)^2$
 $= [(x^2-1)-(x^2+1)]^2=4;$

(2)

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (3x^2+4x)^2-25+25-16x^2-9x^4-24x^3 \\ &= 9x^4+24x^3+16x^2-25+25-16x^2-9x^4-24x^3=0. \end{aligned}$$

说明 本题还可以采用其它方法求解, 但注意力求简便.

4. 把下列各式分解因式:

$$(1) x^2y-4y;$$

$$(2) (a+b-c)x^2-(c-a-b)y^2+(c-a-b)z^2;$$

$$(3) x^3(y-3x)^2-x^2(3x-y)^2.$$

分析 注意各项的符号, 可采用提公因式法求解.

解 (1) 原式 $= y(x^2-4) = y(x-2)(x+2);$

$$(2) \text{原式} = (a+b-c)x^2 + (a+b-c)y^2 - (a+b-c)z^2 \\ = (a+b-c)(x^2+y^2-z^2);$$

(3)

$$\text{原式} = x^3(y-3x)^2 - x^2(y-3x)^2 = x^2(y-3x)^2(x-1).$$

5. 把下列各式分解因式:

(1) $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$; (2) $a^4b + 2a^3b^2 - a^2b - 2ab^2$;

(3) $ax^2 + by^2 - bx^2 - ay^2$;

(4) $x(x-1) + y(y-1) + 2xy$.

解 (1) 原式 $= x^2(x-y) - y^2(x-y)$
 $= (x-y)(x^2 - y^2) = (x-y)^2(x+y)$;

(2) 原式 $= a^3b(a+2b) - ab(a+2b)$
 $= ab(a+2b)(a^2-1)$
 $= ab(a+2b)(a-1)(a+1)$;

(3) 原式 $= ax^2 - bx^2 + by^2 - ay^2 = x^2(a-b) + y^2(b-a)$
 $= x^2(a-b) - y^2(a-b) = (a-b)(x^2 - y^2)$
 $= (a-b)(x-y)(x+y)$;

(4) 原式 $= x(x-1) + xy + y(y-1) + xy$
 $= x[(x-1) + y] + y[(y-1) + x]$
 $= (x+y-1)(x+y)$.

说明 (4) 题是将 $2xy$ 拆成两项后再求解.

6. 把下列各式分解因式:

(1) $x^2 - 8x + 12$; (2) $2x^2 - x - 6$;

(3) $4a^2 + 5a - 6$; (4) $3m^2 + 4m - 4$;

(5) $(x+y)^2 - 3(x+y) - 28$;

(6) $3(a-b)^2 + 4(a-b) - 15$;

(7) $6m^2n^2 + 5mn - 6$; (8) $x^2 - xy - 2y^2$;

(9) $3y^2 - 8xy + 4x^2$; (10) $7x^2y^2 - 10abxy - 8a^2b^2$.

解 (1) $x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x-6)$;