

高級中學課本

代數

武汉工业学院图书馆



01350817

714  
0035(全)

1028460

高級中學代 數 全一冊  
課 本

編譯者：東北人民政府教育部

出版者：人民教育出版社

印釘者：（見正文最後頁）

發行者：新華書店

書號：2972 1952年1月東北人民出版社原版  
171,801-173,800 1953年3月上海十七版  
定價 8,800元

## 出版者的話

初、高級中學代數、平面幾何和化學三科的課本，舊的有許多缺點，新的又沒有編好，經中央人民政府教育部指定暫以東北人民政府教育部根據蘇聯中學教科書編譯的課本，供一九五二年秋季開始學習這三科的班次採用。

蘇聯教科書的優點是內容精簡，理論與實際結合，教材的排列能兼顧科學的系統和教學的原則。東北各地試用這一套編譯的課本以後，凡能體會這些優點的教師，教學上都有很好的成績（參看教育資料叢刊社編：‘中學數學教學的改進’）。用慣了舊課本的教師倘能虛心體會新課本的優點，學習新的教學方法，當然可以得到同樣的成績。

這套編譯的課本也還有某些缺點，如‘編譯者聲明’中所說的理論與實際結合不如原書，就是最顯著的。因為原書是給蘇聯學生讀的，必然要結合蘇聯社會主義社會的實際，這和我國當前的情況是有距離的。因此，怎樣根據這套課本的理論體系來結合我國新民主主義社會的實際，是教師們應該在教學實踐中仔細研究的問題。希望大家積累經驗，為編好一套我國的自然科新課本作準備。

我社這次供應東北編譯的課本，用的是東北人民出版社的原紙型，有的加上了刊正表。這幾種課本的使用方法、進度規定和高中部分怎樣跟已學過的教材銜接等，中央人民政府教育部將另有指示，請教師們注意。

這套編譯的課本，每種都附有習題一冊。為照顧發行的便利，把習題附釘在課本的後面，不再另釘成冊了。

人民教育出版社

一九五二年五月二十八日

## 編譯者聲明

這一套中學自然科學教科書，包括算術、代數、平面幾何、物理、化學、動物、植物、人體解剖生理學等，是根據蘇聯十年制中學的教科書翻譯的。爲了適合我國的情況，在校閱時作了必要的修改，所以說是編譯。

這套教科書的初中用部分於一九四九年下半年匆匆編譯，一九五〇年起在東北各地中學試用。由於時間和人力的不足，發生了不少錯誤與不妥之處。一九五〇年下半年，我們一面修改了初中用書，一面又編譯出版了高中用的一部分。時間和人力仍然很受限制，在校閱時仍然感到很多地方不能趕上原書的精彩，特別是在理論與實際結合一方面。

我們希望，各地教師同志和別的同志們，指正我們的錯誤，提供我們進一步修改的要點，幫助我們來把這套教科書修訂得更好。

東北人民政府教育部

一九五〇年十二月

# 高級中學課本代數刊正表

(1952年1月原版)

頁	行	原	文	刊	正
4	10	可度與不可度		有公度與無公度(以下同)	
5	倒10	才成爲已知的		叫做已知的	
12	13	化去分母的根號		化去根號內的分母(以下到第19節止均同)	
30	倒2	正比與反比		正比例與反比例(以下同)	
32	1	也爲縮 $1\frac{1}{2}$ , 2		也爲 $1\frac{1}{2}$ , 2	
32	倒11	反的一般定義		反比例的一般定義	
40	倒4	直線函數的特例		幾點應該注意的事情	
40	圖12			(橫軸應保持水平)	
41	圖13			(橫軸應保持水平)	
50	1	在坐標系圖16中		在圖16中	
57	1	$x^2 - 1.5x - 2 = 0$ .		我們再講下面一種圖解二次方程式的方法. 設要解方程式	
				$x^2 - 1.5x - 2 = 0$ .	
65	倒3—2	由此可知, 在此聯立方程式中, 用 $y$ 代替 $x$ 同時用 $x$ 代替 $y$ 其解不變.		這也可以預先見到, 因爲將所設方程式中 $x, y$ 兩個文字對調的結果, 方程式並不改變.	
76	1—2	但是可根據題設先作一個明確的不等式, 由此式逐步推論, 以證出所求證不等式的正確性		但是有一個常用的方法, 即把求證的不等式逐步變換成另外一個顯然正確的不等式, 然後由這個明顯的不等式出發, 用逐步推理達到所求證的不等式.	
82	圖25			將正方形繞中心逆鐘針方向旋轉 $90^\circ$ .	
87	倒10	以文字形式表示: 比		以文字形式表示:	
90	8	每年增加同一的比例數		每年按同一的比增加	
90	9	試將此關係用等比級數表示出來		試求這個比	
93	6—7	如果某一變量(例中級數各項的和), 逐漸變化接近於、但始終小於某一常數		如果某一變量(例中級數各項的和)逐漸變化, 越來越接近於某一常數	

頁	行	原	文	刊	正
94	9	此極限 $\frac{a}{1-q}$ 即是遞降無限等比		此極限 $\frac{a}{1-q}$ 就叫做這個無限等比	
		級數總和。		級數的和。	
96	倒 4	括號內的數是一個循環節。		小數部分上的圓點表示循環節。	
97	倒 7—6	一數的某次幂除以該數的同次		在同一數目的乘方的除法中，被	
		幂時，其商為該數的零次幂，		除數的指數可能和除數的指數	
		即商的指數為零。		相等。	
97	倒 2—1	此 0 為 $a$ 的乘方指數， $a^0$ 不能		但是 0，作為乘方指數，並沒有和	
		表示 $a$ 的指數是正還是負，		正整數指數同樣的意義，因為	
		也不能表示是 0 個 $a$ 相乘。		不可能把 0 個 $a$ 相乘。	
102	3	$a^{-\frac{m}{n}} \cdot \frac{p}{q}$		$a^{-\frac{m}{n}} \cdot \frac{p}{q}$	
104	7—8	變為正無理指數，然後再來理		變為正無理指數。	
		解其意義。			
109	11	$y=3x$		$y=3^x$	
109	14	$2x=5$		$2^x=5$	
112	4	下式表式		下式表示	
112	5	$x=\log_a y$		$x=\log_a y$	
113	倒 4	$x=a^y$		$x=a^y$	
116	2	$=\log_3 x$		$y=\log_3 x$	
117	倒 8	$N_1=a^{x_1}, N_2=a^{x_2}$		$N_1=a^{x_1}, N_2=a^{x_2}$	
117	倒 7	$a^{x_1} \cdot a^{x_2}$		$a^{x_1} \cdot a^{x_2}$	
118	11	$a^{x_1} \div a^{x_2} = a^{x_1-x_2}$		$a^{x_1} \div a^{x_2} = a^{x_1-x_2}$	
121	倒 4—3	也是 $m$ 位數		是最小的 $m$ 位數	
128	13	28 所在之內		28 所在之列	
129		( 下半頁左邊的演算式中 )		$\bar{3}.5837$	
		$\bar{3}3.5837$			
130	12	這個運算上的變換可寫成		運算中間的變換應當用心算，所	
				以整個運算可寫成	
133	倒 3—2	單擺振動一次所需時間 ( 即擺		擺的一個單振動所需時間 ( 即擺	
		由最右邊位置到最左邊位置		由最右邊位置移到最左邊位置	
		振動一次所需時間 )		所需時間 )	
138	9	消失情況		逐年消失情況	
141	倒 1	另一個重要的情況，為之解釋		另一個重要的情況。為了解釋這	
		這個情況		個情況	

頁	行	原	文	刊	正
147	倒 6-5	我們可作一個解析的推論		所得結論和一次方程式中的相類似	
149	倒 3-2	負解 $x_1$ 所表示的點與 $A$ 的距離，該點應放在與正解相反的方向		負解 $x_1$ 所表示的米數，應依與正解相反的方向來量	
156	1-5	很顯然坐標面上的任意一點，所決定的橫坐標與縱坐標數值，必適合而且僅適合於一個複數（在特殊情形下是實數或是虛數）。反之，任何一個複數，必適合於坐標面上的一點且只是一點。		顯然，當坐標軸和單位長度一定時，對於平面上的每一點有一個而且只有一個複數（在特殊情形下是實數或是虛數）和它相應；反過來，對於每一個複數平面上也總有一點而且只有一點和它相應，	
156	16	不為零的模數		不等於零的數，它的模數	
156	倒 9	坐標原點，點至 $M$ 之距離		坐標原點至 $M$ 之距離 $OM$	
168	倒 5	$y^5 = 243$		$x^5 = 243$	
170	倒 1	$x$ 不是餘數		$x$ 不是除數	
171	7-9	若多項式……能被 $x-a$ 整除，則必須		多項式……能被 $x-a$ 整除的必要而又充分的條件是	
171	10-12	因為若當 $x=a$ 時，多項式的值為零，則由前邊的證明可知：以 $x-a$ 除該多項式時其餘數必為 0。若餘數為 0，就是該多項式被 $x-a$ 所整除。		這條件是必要的，因為如果該多項式能被 $x-a$ 整除，那麼餘數應當等於 0，但是這個餘數就是多項式當 $x=a$ 時的值。這條件又是充分的，因為如果當 $x=a$ 時，多項式變成 0，那麼這就是說，該多項式用 $x-a$ 除時餘數等於 0。	
171	13-15	若多項式……能被 $x+a$ 整除，則必須		多項式……能被 $x+a$ 整除的必要而又充分的條件是	
172	5	能被 $2x-a$ 或 $x+a$ 整除		能被 $x-a$ 和 $x+a$ 整除	
172	6	不能被 $x-a$ 或 $x+a$ 整除。		不能被 $x-a$ 整除，也不能被 $x+a$ 整除。	
172	倒 3	$x^4 + a^4$		$x^4 + a^4$	
173	7-10	由此可知任何形式的方程式我們都可應用六種代數運算法（加法、減法、乘法、除法、乘		由此可知任何方程式，其中未知數與已知數以有限次數的六種代數運算（加法、減法、乘法、除	

頁	行	原	文	刊	正
			方和開方) 將它變為如下的有理整式:		法、乘方和開方) 結合起來的, 我們都可將它化為如下的有理整式:
175	7	各項係數組成的.		各項係數以代數運算組成的.	
175	9	Aber		Abel	
180	13	由整數的性質可知		數論中證明了	
193	倒 10	多少個不同的三位整數.		多少個三位整數, 但同一數中三個數字都不相同?	
193	倒 7	多少個不同的三位整數.		多少個三位整數, 但同一數中三個數字都不相同?	
194	10	幾個九位數?		幾個各位數字都不相同的九位數?	
214	倒 7	147. 定理 3.		174. 定理 3.	
216	8	如為偶數位次的連分數, 則大於 $\pi$ .		因為是偶數位次的近似分數, 所以大於 $\pi$ .	
220	7	由此進一步觀察		用試驗法	
224	3	不能等於常數		不能等於零以外的常數	
226	4	此性質限於乘方指數是正整數.		我們只講指數是正整數的情形.	
226	7	下面再追加兩個關於極限的性質.		下面再補充兩個關於極限的性質, 但不加以證明.	
243	8—12	求在 $m$ 的那些值下, 三項式 $2x^2 - 6x + m$ 是正值, 但其中 $x$ 為任何值. 因為 $a = 2 > 0$ , 且 $x$ 為任意值, 故必須當 $b^2 - 4ac < 0$ 時, 三項式才是正值. ……所以如 $x$ 為任何值則當 $m$ 大於 $4\frac{1}{2}$ 時, 所與三項式是正值.		求 $m$ 取哪些值時, 三項式 $2x^2 - 6x + m$ 對於 $x$ 的任意值都有正值. 因為 $a = 2 > 0$ , 所以如果 $b^2 - 4ac < 0$ , 那麼三項式就對於 $x$ 的任意值都有正值. ……所以當 $m$ 大於 $4\frac{1}{2}$ 時, 則所與三項式對於 $x$ 的任意值都有正值. (以下到 309 題止均相同)	
248	倒 13	$1 < x < 3$ 和 $x > 7$		$1 < x < 3$ 或 $x > 7$	



# 目 錄

第一章 無理式及無理方程式.....	( 1 )
I 乘 方.....	( 1 )
1. 乘方法.....	( 1 )
2. 負數的乘方.....	( 1 )
3. 單項式的乘方.....	( 1 )
II 多項式的平方.....	( 2 )
4. 求公式.....	( 2 )
5. 展開式的符號.....	( 3 )
III 關於無理數的概念.....	( 4 )
6. 可度與不可度的線段.....	( 4 )
7. 關於度量的概念.....	( 4 )
8. 無理數與其近似值.....	( 5 )
9. 無理數的相等與不相等·實數.....	( 6 )
10. 無理數的運算.....	( 7 )
11. 開方.....	( 8 )
12. 任意次的近似方根.....	( 8 )
IV 無理式的運算.....	( 10 )
13. 有理式與無理式.....	( 10 )
14. 根式的基本性質.....	( 10 )
15. 乘積、乘方、分式的開方 (取算術根) .....	( 11 )
16. 根式化簡.....	( 12 )
17. 同類根式.....	( 13 )
18. 無理單項式的運算.....	( 14 )
19. 無理多項式的運算.....	( 17 )
20. 化去分母的根號.....	( 18 )
V 無理方程式.....	( 21 )
21. 問 題.....	( 21 )
22. 增 根.....	( 22 )

23. 含有兩個二次方根的方程式解法	( 22 )
<b>第二章 函數及其圖解</b>	( 24 )
<b>I 函 數</b>	( 24 )
24. 定量與變量	( 24 )
25. 變數與函數	( 25 )
26. 函數關係的三種表示法	( 26 )
27. 坐標法	( 28 )
28. 平面上點的位置	( 29 )
<b>II 正比與反比</b>	( 30 )
29. 正 比	( 30 )
30. 正比的一般定義	( 31 )
31. 反 比	( 31 )
32. 反比的一般定義	( 32 )
33. 正比的圖解	( 33 )
34. 在比例常數變化的情形下直線位置的變化	( 34 )
35. 反比的圖解	( 35 )
<b>III 直線函數</b>	( 37 )
36. 一次二項式	( 37 )
37. 一次二項式的圖解	( 38 )
38. 隨 $x$ 的變化二項式 $y = kx + b$ 的變化	( 40 )
39. 直線函數的特例	( 40 )
40. 由二點作直線 $y = kx + b$	( 41 )
<b>第三章 二次函數</b>	( 43 )
<b>I 關於二次方程式的補充</b>	( 43 )
41. 二次方程式的求根公式	( 43 )
42. 判別式	( 43 )
43. 二次方程式的根與係數關係 (韋達定理)	( 44 )
44. 二次三項式	( 45 )
45. 二次三項式的因式分解	( 46 )
<b>II 二次函數的圖解</b>	( 49 )
46. 函數 $y = x^2$ 的圖解	( 49 )
47. 函數 $y = ax^2$ 的圖解	( 50 )
48. 函數 $y = ax^2 + b$ 的圖解	( 52 )

49. 二次三項式的圖解	( 52 )
50. 二次方程式的圖解法	( 55 )
51. 準二次方程式	( 58 )
52. 左邊能分解因式而右邊爲零的方程式	( 59 )
53. 二項方程式	( 60 )
54. 三次二項方程式的解法	( 60 )
55. 方根의 各種數值	( 61 )
56. 三項方程式	( 62 )
III 二次聯立方程式	( 63 )
57. 多元方程式的次數	( 63 )
58. 二元二次完全方程式的一般形式	( 63 )
59. 二元二次與二元一次的聯立方程式	( 63 )
60. 特殊解法	( 64 )
61. 二元二次聯立方程式	( 67 )
62. 二元二次聯立方程式的圖解法	( 69 )
第四章 不等式	( 71 )
I 一次不等式	( 71 )
63. 引言	( 71 )
64. 不等式的基本性質	( 71 )
65. 關於不等式的問題	( 72 )
66. 同值不等式	( 72 )
67. 定理 1.	( 73 )
68. 定理 2.	( 73 )
69. 定理 3.	( 75 )
70. 不等式的證法	( 75 )
71. 一元一次不等式的解法	( 76 )
72. 一元一次聯立不等式	( 77 )
第五章 級數	( 78 )
I 等差級數	( 78 )
73. 問題	( 78 )
74. 定義	( 78 )
75. 等差級數任意項的公式	( 79 )
76. 等差級數各項和的公式	( 80 )

77. 注意	( 82 )
78. 自然數平方和的公式	( 82 )
<b>II 等比級數</b>	( 84 )
79. 問題	( 84 )
80. 定義	( 85 )
81. 等差級數與等比級數的比較	( 86 )
82. 等比級數的任意項公式	( 87 )
83. 等比級數各項和的公式	( 88 )
84. 等比級數的例題	( 89 )
<b>III 無限級數</b>	( 90 )
85. 無限級數的幾個性質	( 90 )
86. 關於極限的概念	( 92 )
87. 遞降無限等比級數和的公式	( 93 )
88. 應用無限等比級數化循環小數爲分數	( 94 )
<b>第六章 關於指數的一般概念</b>	( 97 )
<b>I 整指數</b>	( 97 )
89. 正整指數的性質	( 97 )
90. 零指數	( 97 )
91. 負整指數	( 98 )
92. 負指數的運算	( 93 )
<b>II 分指數</b>	( 100 )
93. 分指數的意義	( 100 )
94. 分指數的基本性質	( 101 )
95. 分指數的運算	( 101 )
96. 分指數的例題	( 102 )
<b>III 關於無理指數的概念</b>	( 103 )
97. 無理指數的意義	( 103 )
<b>IV 指數函數</b>	( 104 )
98. 定義	( 104 )
99. 指數函數的性質	( 104 )
100. 指數函數的圖解	( 106 )
<b>第七章 對數</b>	( 110 )
<b>I 對數的一般性質</b>	( 110 )

101. 乘方的兩種逆運算	( 110 )
102. 定 義	( 111 )
103. 對數函數及其圖解	( 112 )
104. 對數的基本性質	( 113 )
105. 對數表的實際意義	( 116 )
106. 乘積、商數、乘方、方根的對數	( 117 )
107. 代數式的對數	( 119 )
108. 注 意	( 119 )
II 十進對數的性質	( 120 )
109. 十進對數的性質	( 120 )
110. 推 論	( 124 )
III 對數表及其應用	( 124 )
111. 對數的種類	( 124 )
112. 負對數的變形	( 125 )
113. 四位對數表及其使用法	( 125 )
114. 補插法 (一)	( 127 )
115. 反對數表	( 128 )
116. 補插法 (二)	( 129 )
117. 含有負首數的對數之運算	( 129 )
118. 變對數減法為加法	( 130 )
119. 例 題	( 131 )
120. 五位對數表的應用	( 134 )
IV 指數方程式及對數方程式	( 135 )
121. 方程式之例題	( 135 )
122. 複利公式	( 136 )
<b>第八章 方程式的討論</b>	( 139 )
I 一元一次方程式的討論	( 139 )
123. 方程式之討論	( 139 )
124. 一元一次方程式的一般形式	( 139 )
125. 正 解	( 139 )
126. 負 解	( 140 )
127. 零 解	( 141 )
128. 方程式無解的情形	( 141 )

129.	$\frac{m}{0} = \pm \infty$ 的意義	(142)
130.	§ 128 的補充	(142)
131.	不定解	(142)
132.	方程式 $ax = b$ 的圖解	(143)
<b>I</b>	二元一次聯立方程式的討論	(145)
133.	求解公式	(145)
134.	討論	(145)
<b>II</b>	二次方程式討論	(146)
135.	求根公式的討論	(146)
136.	關於兩個光源的問題	(147)
<b>第九章</b>	<b>虛數及複數</b>	(151)
137.	虛數	(151)
138.	複數	(151)
139.	複數的運算	(151)
140.	複數的幾何表示法	(155)
a.	複數的三角函數式	(156)
b.	複數的三角函數式之運算	(160)
<b>第十章</b>	<b>關於代數方程式的某些知識</b>	(171)
141.	剩餘定理	(171)
142.	二項式 $x^m \mp a^m$ 能被 $x \mp a$ 整除的條件	(172)
143.	$x^m \mp a^m$ 除以 $x \mp a$ 時的商數	(173)
144.	代數方程式的一般式	(174)
145.	代數方程式的幾個性質	(174)
<b>第十一章</b>	<b>不定方程式</b>	(177)
146.	引言	(177)
147.	無整數解的不定方程式的特徵	(177)
148.	無正解的不定方程式的特徵	(178)
149.	不定方程式的求解公式	(178)
150.	代入法	(180)
151.	不定方程式的特殊形式	(181)
152.	不定方程式的一般解法	(182)
153.	不定方程式解法的化簡	(184)
154.	正解	(187)

第十二章 排列、組合及二項式定理..... (192)

I 排列、組合..... (192)

155. 定義..... (192)

156. 由  $m$  個元素中取  $n$  個的排列..... (192)

157. 例題..... (194)

158.  $m$  個元素的排列..... (194)

159. 例題..... (195)

160. 組合..... (195)

161. 求組合數的另一公式..... (196)

162. 組合的性質..... (197)

II 二項式定理..... (198)

163. 僅第二項有區別的二項式之連乘積..... (198)

164. 二項式定理公式..... (200)

165. 二項式定理公式的性質..... (200)

166. 二項式公式對多項式的應用..... (203)

補 充

I 連分數..... (205)

167. 連分數定義..... (205)

168. 化連分數為普通分數..... (205)

169. 化普通分數為連分數..... (206)

170. 近似分數..... (208)

171. 近似分數的組成法則..... (208)

172. 定理 1..... (211)

173. 定理 2..... (213)

174. 定理 3..... (215)

175. 分數的近似值..... (216)

176. 求平方根..... (217)

177. 解不定方程式..... (219)

178. 對數計算..... (220)

II 極 限..... (222)

179. 定 義..... (222)

180. 無限小的幾個性質..... (223)

181. 極限的性質..... (224)

III 二次三項式的討論 二次不等式	( 229 )
182. 問題	( 229 )
183. 有相異實根的二次三項式	( 230 )
184. 有等根的二次三項式	( 237 )
185. 有虛根的二次三項式	( 239 )
186. 一般結論	( 242 )
187. 二次不等式	( 245 )
答案	( 251 )



# 第一章

## 無理式及無理方程式

### I 乘 方

1. 乘方法。在初中代數裡我們已學過，乘方是由已知的若干個（此個數叫指數）相同數（此數叫做底或底數）求其連乘積的算法。如  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$ ;  $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^4 = 81$ ;

$$a \cdot a \cdot a = a^3.$$

一般的， $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ 個}} = a^n$ 。

2. 負數的乘方。負數連乘，如其個數為偶數時，則乘積為正數；反之，如其個數為奇數時，則乘積為負數。這個性質關於相同的負數連乘，亦即關於負數的乘方可得下列法則（初中代數 § 30）：

負數的偶次方得正數，奇次方得負數。

例如： $(-2)^2 = 4$ ；  $(-2)^6 = 64$ ；  
 $(-5)^4 = 625$ ；  $(-2)^5 = -32$ ；  
 $(-2)^7 = -128$ ；  $(-5)^5 = -3125$ ，等等。

3. 單項式的乘方。我們在初中代數裡已得出單項式的乘方法則，但僅限於平方與立方，現在要把該法則擴展到單項式的任何次乘方。

1) 求乘積  $abc$  的  $n$  次乘方。由已知的乘法性質，得：

$$\begin{aligned} (abc)^n &= \underbrace{(abc) \cdot (abc) \cdot (abc) \cdots (abc)}_{n \text{ 個}} \\ &= abc \cdot abc \cdots abc \\ &= \underbrace{(aa \cdots a)}_{n \text{ 個}} \cdot \underbrace{(bb \cdots b)}_{n \text{ 個}} \cdot \underbrace{(cc \cdots c)}_{n \text{ 個}} \\ &= a^n b^n c^n. \end{aligned}$$