新课标**高考数学**
第二轮复习用书

2013版

洞穿高考

数学解答题核心考点

张永辉●主编

一本构建数学题模型的书
提炼核心考点，举一反三
“秒杀”高考数学解答题

清华大学出版社

洞穿高考

数学解答题核心考点

张永辉 ● 主　编

徐贵冬　张宏卫　余　臣
徐宣庆　王晓明　安　英 ● 副主编

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

本书是为快速提高考生高考数学解答题的解题能力而编写的应试用书，系统介绍了高考数学解答题的六大板块：三角函数、立体几何、概率统计、解析几何、函数与导数、数列与不等式及创新题。本书从历年的高考真题和众多经典模拟题中筛选核心考点，归纳并总结出各类考点的解题方法和技巧，解法快捷，帮助考生"秒杀"高考解答题，达到口述回答解答题的从容境界。

本书适合高考学生、高中数学教师、高考数学命题与考试研究者及广大数学爱好者参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

洞穿高考数学解答题核心考点/张永辉主编. —北京：清华大学出版社，2013.1

ISBN 978-7-302-30880-5

Ⅰ.①洞…　Ⅱ.①张…　Ⅲ.①中学数学课-高中-题解-升学参考资料　Ⅳ.①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 291782 号

责任编辑：陈仕云
封面设计：刘　超
版式设计：文森时代
责任校对：张建国
责任印制：李红英

出版发行：清华大学出版社
网　　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地　　址：北京清华大学学研大厦 A 座　　**邮　　编：**100084
社 总 机：010-62770175　　**邮　　购：**010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 刷 者：北京鑫丰华彩印有限公司
装 订 者：三河市新茂装订有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：203mm×280mm　　**印　　张：**19.5　　**字　　数：**571 千字
版　　次：2013 年 1 月第 1 版　　**印　　次：**2013 年 1 月第1 次印刷
印　　数：1～5000
定　　价：38.00 元

产品编号：050124-01

《洞穿高考数学解答题核心考点(2012版)》与2012年高考真题对照表

绝非猜题，但命题神似！绝非押题，但题名金榜！

《洞穿高考数学解答题核心考点》中的试题经多年沉淀，很多题目与高考试题相差无几，神似真题考前活现. 现摘录部分相似试题，以飨读者.

<table>
<tr><th>2012年普通高等学校招生考试试题</th><th>《洞穿高考数学解答题核心考点(2012版)》</th></tr>
<tr><td>2012广东理16
已知函数 $f(x)=2\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$(其中 $\omega>0$，$x\in\mathbf{R}$)的最小正周期为 10π.
(1)求 ω 的值；
(2)设 $\alpha,\beta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，$f\left(5\alpha+\frac{5}{3}\pi\right)=-\frac{6}{5}$，$f\left(5\beta-\frac{5}{6}\pi\right)=\frac{16}{17}$，求 $\cos(\alpha+\beta)$ 的值.</td><td>第一章　三角函数核心预测题
已知函数 $f(x)=2\sin\left(\frac{1}{3}x-\frac{\pi}{6}\right)$，$x\in\mathbf{R}$.
(1) 求 $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ 的值；
(2) 设 $\alpha,\beta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，$f\left(3\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{10}{13}$，$f(3\beta+2\pi)=\frac{6}{5}$，求 $\cos(\alpha+\beta)$ 的值.
(2012版第252页，预测题二)</td></tr>
<tr><td colspan="2">点评：考查三角恒等变换，三角函数化简、求值. 相似度90%.</td></tr>
<tr><td>2012全国大纲理17
$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $\cos(A-C)+\cos B=1$，$a=2c$，求 C.</td><td>第一章　三角函数
核心考点二　解三角形
在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，满足 $\cos(A-C)+\cos B=\frac{3}{2}$，且 $b^2=ac$，求角 B 的大小.
(2012版第9页，例1.5变式1)</td></tr>
<tr><td colspan="2">点评：通过边角转换，结合三角形内角和定理、正弦定理和余弦定理，求解三角形中角的问题. 将边的关系转化为角为好. 相似度90%.</td></tr>
<tr><td>2012北京理16
如图1所示，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$BC=3$，$AC=6$，D,E 分别是 AC,AB 上的点，且 $DE/\!/BC$，$DE=2$，将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置，使 $A_1C\perp CD$，如图2所示.
(1)求证：$A_1C\perp$ 平面 $BCDE$；
(2)若 M 是 A_1D 的中点，求 CM 与平面 A_1BE 所成角的大小；
(3)线段 BC 上是否存在点 P，使平面 A_1DP 与平面 A_1BE 垂直？说明理由.

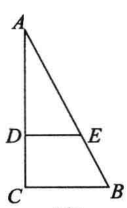



图1

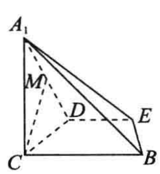



图2</td><td>第二章　立体几何核心预测题
如图1所示，在边长为12的正方形 ADD_1A_1 中，点 B,C 在线段 AD 上，且 $AB=3$，$BC=4$，作 $BB_1/\!/AA_1$，分别交 A_1D_1,AD_1 于点 B_1,P，作 $CC_1/\!/AA_1$，分别交 A_1D_1,AD_1 于点 C_1,Q. 将该正方形沿 BB_1,CC_1 折叠，使得 DD_1 与 AA_1 重合，构成如图2所示的三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$.
(1)求证：$AB\perp$ 平面 BCC_1B_1；
(2)求四棱锥 $A-BCQP$ 的体积；
(3)求平面 PQA 与平面 BCA 所成锐二面角的余弦值.

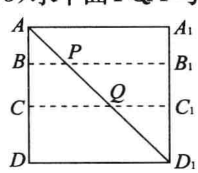



图1

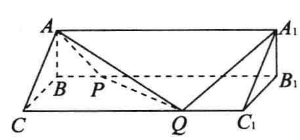
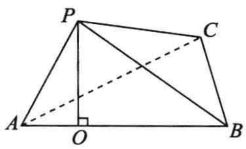
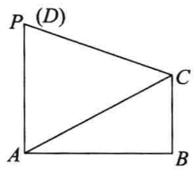
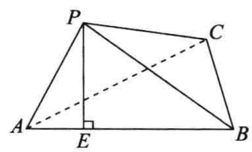
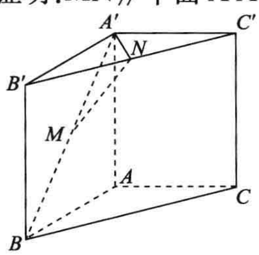
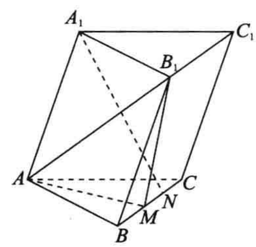
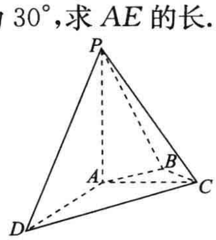
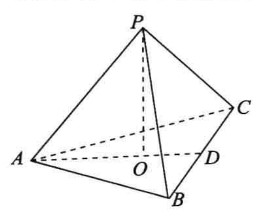
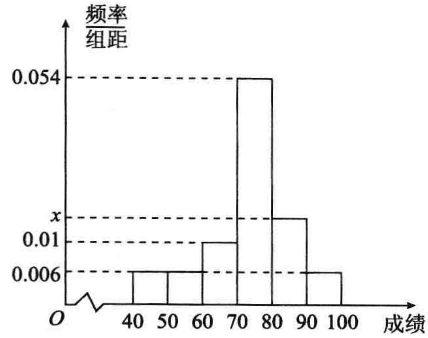



图2
(2012版第256页，预测题六)</td></tr>
</table>

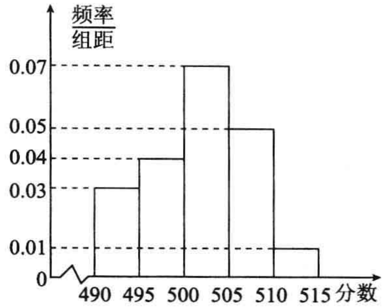
<table>
<tr><td colspan="2">点评：以平面几何为背景，进行折叠变换，研究空间几何中的位置关系与空间角的计算．探究性问题是目前高考数学命题的趋势并将形成常态．相似度 80%．</td></tr>
<tr><td>2012 四川文 19
如图所示，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$\angle APB=90^\circ$，$\angle PAB=60^\circ$，$AB=BC=CA$，点 P 在平面 ABC 内的射影 O 在 AB 上．
(1)求直线 PC 与平面 ABC 所成角的大小．
(2)求二面角 $B-AP-C$ 的大小．
</td>
<td>第二章　立体几何
核心预测题七
如图 1 所示，在直角梯形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=\angle DAB=90^\circ$，$\angle CAB=30^\circ$，$BC=1$，$AD=CD$，把$\triangle DAC$ 沿对角线 AC 折起后如图 2 所示（点 D 记为点 P），点 P 在平面 ABC 上的正投影 E 落在线段 AB 上，连接 PB．
(1)求直线 PC 与平面 PAB 所成角的大小；
(2)求二面角 $P-AC-B$ 的平面角的余弦值．
图1
图2
（2012 版第 257 页，预测题七）</td></tr>
<tr><td colspan="2">点评：考查的问题及数据完全相同，与命题人的出题思路不谋而合．相似度 100%．</td></tr>
<tr><td>2012 辽宁理 18
如图所示，直三棱柱 $ABC-A'B'C'$，$\angle BAC=90^\circ$，$AB=AC=\lambda AA'$，点 M，N 分别为$A'B$ 和 $B'C'$的中点．证明：MN∥平面 $A'ACC'$．
</td>
<td>第二章　立体几何
核心考点一　证明空间中的平行与垂直的位置关系
如图所示，在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，若 M，N 是棱 BC 上的两个三等分点．求证：A_1N∥平面 AB_1M．
（2012 版第 27 页，例 2.1 变式 2）</td></tr>
<tr><td colspan="2">点评：证明线面平行的位置关系，其方法是通过线线平行证明线面平行．相似度 90%．</td></tr>
<tr><td>2012 天津理 17
如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$平面 $ABCD$，$AC\perp AD$，$AB\perp BC$，$\angle BAC=45^\circ$，$PA=AD=2$，$AC=1$．
(1)证明：$PC\perp AD$；
(2)求二面角 $A-PC-D$ 的正弦值；
(3)设 E 为棱 PA 上的点，满足异面直线 BE 与 CD 所成的角为 30°，求 AE 的长．
</td>
<td>第二章　立体几何
核心考点二　空间角及空间距离的计算
如图所示，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$AB=AC$，D 为 BC 的中点，$PO\perp$平面 ABC，垂足 O 落在线段 AD 上，已知 $BC=8$，$PO=4$，$AO=3$，$OD=2$．在线段 AP 上是否存在点 M，使得二面角 $A-MC-B$ 为直二面角？若存在，求出 AM 的长；若不存在，请说明理由．
（2012 版第 39 页，例 2.7 变式 11）</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">点评：探究性问题求解线段的长度，需要学生根据已知条件进行确定，最好使用空间直角坐标系解决该问题. 相似度 80%.</td></tr>
<tr><td>2012 四川理 17
某居民小区有两个相互独立的安全防范系统(简称系统)A 和 B，系统 A 和 B 在任意时刻发生故障的概率分别为 $\frac{1}{10}$ 和 p.
(1)若在任意时刻至少有一个系统不发生故障的概率为 $\frac{49}{50}$，求 p 的值；
(2)设系统 A 在 3 次相互独立的检测中不发生故障的次数为随机变量 ξ，求 ξ 的概率分布列及数学期望 $E\xi$.</td><td>第三章　概率统计
核心考点一　离散型随机变量的分布列及期望
根据以往统计资料，某地车主购买甲种保险的概率为 0.5，购买乙种保险但不购买甲种保险的概率为 0.3. 设各车主购买保险相互独立.
(1)求该地 1 位车主至少购买甲、乙两种保险中的 1 种的概率；
(2)X 表示该地的 100 位车主中，甲、乙两种保险都不购买的车主数. 求 X 的期望.
(2012 版第 71 页，例 3.2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">点评：相互独立事件、独立重复试验、互斥事件、随机变量的分布列、数学期望等概念及相关计算，均考查二项分布的概率模型. 相似度 80%.</td></tr>
<tr><td>2012 陕西理 20
某银行柜台设有一个服务窗口，假设顾客办理业务所需的时间互相独立，且都是整数分钟，对以往顾客办理业务所需的时间统计结果如下：
<table><tr><td>办理业务所需的时间(分)</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>频　率</td><td>0.1</td><td>0.4</td><td>0.3</td><td>0.1</td><td>0.1</td></tr></table>从第一个顾客开始办理业务时计时.
(1)估计第三个顾客恰好等待 4 分钟开始办理业务的概率；
(2)X 表示至第 2 分钟末已办理完业务的顾客人数，求 X 的分布列及数学期望.</td><td>第三章　概率统计
核心考点一　离散型随机变量的分布列及期望
本着健康、低碳的生活理念，租自行车骑游的人越来越多. 某自行车租车点的收费标准是每车每次租车时间不超过两小时免费，超过两小时的部分每小时收费 2 元(不足 1 小时的部分按 1 小时计算). 有甲、乙两人相互独立来该租车点租车骑游(各租一车一次)，设甲、乙不超过两小时还车的概率分别为 $\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}$，两小时以上且不超过三小时还车的概率分别为 $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，两人租车时间都不会超过四小时.
(1) 求甲、乙两人所付的租车费用相同的概率；
(2) 设甲、乙两人所付的租车费用之和为随机变量 ξ，求 ξ 的分布列及数学期望 $E\xi$.
(2012 版第 70 页，例 3.1 变式 4)</td></tr>
<tr><td colspan="2">点评：对随机变量取值的分析，求出随机变量的分布列与数学期望. 相似度 80%.</td></tr>
<tr><td>2012 广东理 17
某班 50 位学生期中考试数学成绩的频率分布直方图如图所示，其中成绩分组区间是[40,50)，[50,60)，[60,70)，[70,80)，[80,90)，[90,100].
(1)求图中 x 的值；
(2)从成绩不低于 80 分的学生中随机选取 2 人，该 2 人中成绩在 90 分以上(含 90 分)的人数记为 ξ，求 ξ 的数学期望.</td><td>第三章　概率统计核心预测题
某食品厂为了检查一条自动包装流水线的生产情况，随机抽取该流水线上 40 件产品作为样本称出它们的重量(单位：克)，重量的分组区间为(490,495]，(495,500]，…，(510,515]，由此得到样本的频率分布直方图(如图所示).
(1)根据频率分布直方图，求重量超过 505 克的产品数量；</td></tr>
</table>



(2)在上述抽取的 40 件产品中任取 2 件，设 Y 为重量超过 505 克的产品数量，求 Y 的分布列；

(3)从该流水线上任取 5 件产品，求恰有 2 件产品的重量超过 505 克的概率.



(2012 版第 263 页，预测题七)

点评：考查统计与概率计算的综合，及其分布列和数学期望的计算. 相似度 90%.

2012 山东理 22

已知函数 $f(x)=\frac{\ln x+k}{e^x}$(k 为常数，e=2. 71828…是自然对数的底数)，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线与 x 轴平行.

(1)求 k 的值；

(2)求 $f(x)$ 的单调区间.

第四章　函数与导数核心预测题

已知函数 $f(x)=\frac{2}{x}+a\ln x-2(a>0)$. 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $P(1,f(1))$ 处的切线与直线 $y=x+2$ 垂直，求函数 $f(x)$ 的单调区间.

(2012 版第 267 页，预测题十六)

点评：含参讨论求解单调区间. 相似度 95%.

2012 天津理 20

已知函数 $f(x)=x-\ln(x+a)$ 的最小值为 0，其中 $a>0$.

(1)求 a 的值；

(2)若对任意的 $x\in[0,+\infty)$，有 $f(x)\leqslant kx^2$ 成立，求实数 k 的最小值.

第四章　函数与导数

核心考点四　不等式恒成立与存在性问题

设函数 $f(x)=(x+1)\ln(x+1)$，若对所有的 $x\geqslant 0$，都有 $f(x)\geqslant ax$ 成立，求实数 a 的取值范围.

(2012 版第 93 页，例 4.5 变式 3)

点评：在不等式恒成立条件下求参数的取值范围，对于不等式验证区间端点成立的情形，一般采用“不分离参数法”. 相似度 90%.

2012 辽宁理 20

设 $f(x)=\ln(x+1)+\sqrt{x+1}+ax+b$，($a,b\in\mathbf{R}$，$a,b$ 为常数)，曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=\frac{3}{2}x$ 在点 $(0,0)$ 相切.

(1)求 a,b 的值；

(2)证明：当 $0<x<2$ 时，$f(x)<\frac{9x}{x+6}$.

第四章　函数与导数

核心考点五　利用导数证明不等式

已知函数 $f(x)=a\ln x-\frac{1}{x}$，$a\in\mathbf{R}$.

(1) 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线与直线 $x+2y=0$ 垂直，求 a 的值；

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(3) 当 $a=1$，且 $x\geqslant 2$ 时，证明：$f(x-1)\leqslant 2x-5$.

(2012 版第 265 页，核心预测题四)

点评：构造辅助函数，利用函数的单调性证明不等式. 相似度90%.	
2012湖北理22 (1)已知函数 $f(x)=rx-x^r+(1-r)(x>0)$，其中 r 为有理数，且 $0<r<1$，求 $f(x)$ 的最小值； (2)试用(1)的结果证明如下命题： 设 $a_1\geqslant 0,a_2\geqslant 0,b_1,b_2$ 为正有理数，若 $b_1+b_2=1$，则 $a_1^{b_1}a_2^{b_2}\leqslant a_1b_1+a_2b_2$； (3)请将(2)中的命题推广到一般形式，并用数学归纳法证明你所推广的命题. 注：当 α 为正有理数时，有求导公式 $(x^\alpha)'=\alpha x^{\alpha-1}$.	第四章　函数与导数 核心考点五　利用导数证明不等式 (1)已知函数 $f(x)=\ln x-x+1,x\in(0,+\infty)$，求函数 $f(x)$ 的最大值. (2)设 $a_k,b_k(k=1,2,\cdots,n)$ 均为正数，证明： ① 若 $a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n\leqslant b_1+b_2+\cdots+b_n$，则 $a_1^{b_1}a_2^{b_2}\cdots a_n^{b_n}\leqslant 1$； ② 若 $b_1+b_2+\cdots+b_n=1$，则 $\frac{1}{n}\leqslant b_1^{b_1}b_2^{b_2}\cdots b_n^{b_n}\leqslant b_1^2+b_2^2+\cdots+b_n^2$. (2012版第100页，例4.9变式10)
点评：利用导函数判定函数单调性，求最值；同时证明的函数不等式形式极其相似. 相似度90%.	
2012江西理21 已知三点 $O(0,0),A(-2,1),B(2,1)$，曲线 C 上任意一点 $M(x,y)$ 满足 $\lvert\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\rvert=\overrightarrow{OM}\cdot(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})+2$. 求曲线 C 的方程.	第五章　解析几何 核心考点一　求动点的轨迹方程 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(0,-1)$，点 B 在直线 $y=-3$ 上，点 M 满足 $\overrightarrow{MB}\parallel\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{BA}$，求动点 M 的轨迹方程. (2012版第131页，例5.1变式1)
点评：直接法求解动点的轨迹方程. 相似度90%.	
2012辽宁理20 椭圆 $C_0:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0,a,b$ 为常数)，动圆 $C_1:x^2+y^2=t_1^2,b<t_1<a$. 点 A_1,A_2 分别为 C_0 的左、右顶点，C_1 与 C_0 相交于 A,B,C,D 四点. 求直线 AA_1 与直线 A_2B 交点 M 的轨迹方程.	第五章　解析几何 核心考点一　求动点的轨迹方程 已知抛物线的方程为 $x^2=2py(p>0)$，过点 $M(0,p)$ 的直线 l 与抛物线相交于 A,B 两点. 分别过点 A 和 B 作抛物线的两条切线 l_1 和 l_2，l_1 和 l_2 相交于 T. 求点 T 的轨迹方程. (2012版第137页，例5.7)
点评：在求动点轨迹时，有时出现两曲线交点的轨迹问题，这类问题常常通过解方程组得到交点的坐标(或含参数)，再消去参数得出所求轨迹的方程. 相似度90%.	
2012上海理22 在平面直角坐标系 xOy 中，已知双曲线 $C_1:2x^2-y^2=1$. (1)过 C_1 的左顶点引 C_1 的一条渐近线的平行线，求该直线与另一条渐近线及 x 轴围成的三角形的面积； (2)设斜率为1的直线 l 交 C_1 于 P,Q 两点，若 l 与圆 $x^2+y^2=1$ 相切，求证：$OP\perp OQ$； (3)设椭圆 $C_2:4x^2+y^2=1$，若 M,N 分别是 C_1,C_2 上的动点，且 $OM\perp ON$，求证：O 到直线 MN 的距离是定值.	第五章　解析几何 核心考点二　平面向量在解析几何中的应用 已知椭圆 $E:\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$，是否存在圆心在原点的圆，使得该圆的任意一条切线与椭圆 E 恒有两个交点 A,B，且 $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$？若存在，写出该圆的方程；若不存在，请说明理由. (2012版第140页，例5.10)

点评：利用结论，已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，直线 l 与椭圆交于 A，B 两点，$\triangle AOB$ 中，AB 边上的高为 OH. 若$\langle\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\rangle=\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{|OH|^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$. 相似度 90%.

2012 湖北理 21

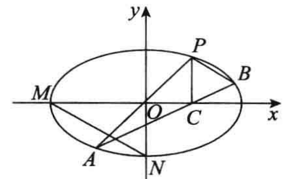
设 A 是单位圆 $x^2+y^2=1$ 上的任意一点，l 是过点 A 与 x 轴垂直的直线，D 是直线 l 与 x 轴的交点，点 M 在直线 l 上，且满足 $|DM|=m|DA|(m>0$，且 $m\neq1)$. 当点 A 在圆上运动时，记点 M 的轨迹为曲线 C.

(1)求曲线 C 的方程，判断曲线 C 为何种圆锥曲线，并求其焦点坐标；

(2)过原点且斜率为 k 的直线交曲线 C 于 P，Q 两点，其中 P 在第一象限，它在 y 轴上的射影为点 N，直线 QN 交曲线 C 于另一点 H. 是否存在 m，使得对任意的 $k>0$，都有 $PQ\perp PH$？若存在，求 m 的值；若不存在，请说明理由.

第五章　解析几何核心预测题

如图所示，在平面直角坐标系 xOy 中，M，N 分别是椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ 的顶点，过坐标原点的直线交椭圆于 P，A 两点，其中 P 在第一象限，过 P 作 x 轴的垂线，垂足为 C，连接 AC，并延长交椭圆于点 B，设直线 PA 的斜率为 k.



(1)当直线 PA 平分线段 MN 时，求 k 的值；

(2)当 $k=2$ 时，求点 P 到直线 AB 的距离 d；

(3)对任意 $k>0$，求证：$PA\perp PB$.

(2012 版第 271 页，核心预测题十二)

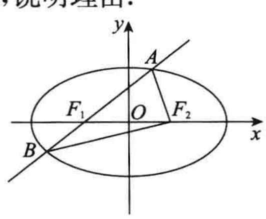
点评：椭圆中有关中点弦的相关衍生结论的证明. 相似度 95%.

2012 福建理 19

如图所示，椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点为 F_1，右焦点为 F_2，离心率 $e=\frac{1}{2}$. 过 F_1 的直线交椭圆于 A，B 两点，且$\triangle ABF_2$ 的周长为 8.

(1)求椭圆 E 的方程；

(2)设动直线 l：$y=kx+m$ 与椭圆 E 有且只有一个公共点 P，且与直线 $x=4$ 相交于点 Q. 试探究：在坐标平面内是否存在定点 M，使得以 PQ 为直径的圆恒过点 M？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，说明理由.



第五章　解析几何核心预测题

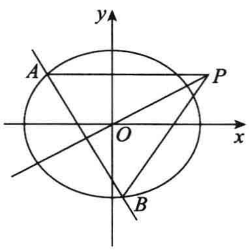
已知椭圆的右顶点为 A，离心率 $e=\frac{1}{2}$，过左焦点 $F(-1,0)$作直线 l 与椭圆交于点 P，Q，直线 AP，AQ 分别与直线 $x=-4$ 交于点 M，N.

(1)求椭圆的方程；

(2)证明以线段 MN 为直径的圆经过焦点 F.

(2012 版第 272 页，核心预测题十八)

点评：平面向量在解析几何中的应用，利用向量的数量积解决夹角问题. 相似度 95%.

2012 浙江理 21 如图所示，椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$，其左焦点到点 $P(2,1)$ 的距离为 $\sqrt{10}$，不过原点 O 的直线 l 与 C 相交于 A,B 两点，且线段 AB 被直线 OP 平分. (1)求椭圆 C 的方程； (2)求$\triangle APB$ 面积取最大值时直线 l 的方程. 	第五章　解析几何 核心考点三　定点、定值、最值问题 已知抛物线 $x^2=4y$ 的焦点为 F，A,B 是抛物线上的两动点，且 $\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{FB}(\lambda>0)$，过 A,B 两点分别作抛物线的切线，设其交点为 M. (1)证明：$\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{AB}$为定值； (2)求$\triangle ABM$ 的面积的最小值. (2012 版第 156 页，例 5.22 变式 1)
点评：建立目标函数，利用函数的单调性或均值不等式求解最值. 相似度 80%.	
2012 陕西理 17 设$\{a_n\}$是公比不为 1 的等比数列，其前 n 项和为 S_n，且 a_5,a_3,a_4 成等差数列. (1)求数列$\{a_n\}$的公比； (2)证明：对任意 $k\in\mathbf{N}^+$，S_{k+2},S_k,S_{k+1} 成等差数列.	第六章　数列与不等式 核心考点一　等差数列与等比数列的综合 已知数列$\{a_n\}$是以 a 为首项，q 为公比的等比数列，S_n 为其前 n 项和. (1)当 S_1,S_3,S_4 成等差数列时，求 q 的值； (2)当 S_m,S_n,S_l 成等差数列时，求证：对任意自然数 k，a_{m+k},a_{n+k},a_{l+k}也成等差数列. (2012 版第 198 页，例 6.2 变式 1)
点评：等差数列与等比数列的交汇问题. 相似度 90%.	
2012 江苏 20 已知各项均为正数的两个数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$满足：$a_{n+1}=\frac{a_n+b_n}{\sqrt{a_n^{\ 2}+b_n^{\ 2}}}$，$n\in\mathbf{N}^*$. (1)设 $b_{n+1}=1+\frac{b_n}{a_n}$，$n\in\mathbf{N}^*$，求证：数列$\left\{\left(\frac{b_n}{a_n}\right)^2\right\}$是等差数列； (2)设 $b_{n+1}=\sqrt{2}\cdot\frac{b_n}{a_n}$，$n\in\mathbf{N}^*$，且$\{a_n\}$是等比数列，求 a_1 和 b_1 的值.	第六章　数列与不等式核心预测题 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=\frac{5}{2}$，且 $a_n=\frac{4a_{n-1}-1}{a_{n-1}+2}(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$. 设 $b_n=\frac{1}{a_n-1}$，证明数列$\{b_n\}$是等差数列，并求数列$\{a_n\}$的通项公式. (2012 版第 275 页，核心预测题八)
点评：证明数列为等差或等比数列，考查代数的变形能力与分析能力. 相似度 70%.	

<table>
<tr>
<td>

2012 广东理 19

设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，满足 $2S_n=a_{n+1}-2^{n+1}+1,n\in\mathbf{N}^*$，且 a_1,a_2+5,a_3 成等差数列.

(1)求 a_1 的值；

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(3)证明：对一切正整数 n，有$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}<\frac{3}{2}$.

</td>
<td>

第六章　数列与不等式

核心考点四　数列与不等式的综合

数列$\{a_n\}$中，$a_1=2,a_{n+1}=\frac{n+1}{2n}a_n(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设 $b_n=\frac{a_n^2}{16n^2-a_n^2}$，若数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 T_n，求证：$T_n<\frac{1}{2}$.

(2012 版第 218 页，例 6.26 变式 2)

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

点评：考查利用数列的递推公式求通项公式及不等式证明问题. 对于 $\sum\limits_{i=1}^{n}a_i<C$ 或 $\sum\limits_{i=1}^{n}a_i>C$（$C$ 是常数）的数列不等式的证明，一般考虑对 a_n 进行放缩，目标是变成可求和的情形，通常为可裂项相消或压缩等比的数列. 证明时要注意对照求证的结论，调整和控制放缩的度. 以上两题均转化为压缩等比数列求和. 相似度 95%.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

2012 上海理 23

对于数集 $X=\{-1,x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，其中 $0<x_1<x_2<\cdots<x_n,n\geqslant 2$，定义向量集 $Y=\{\boldsymbol{a}\mid\boldsymbol{a}=(s,t),s\in X,t\in X\}$. 若对任意 $\boldsymbol{a}_1\in Y$，存在 $\boldsymbol{a}_2\in Y$，使得 $\boldsymbol{a}_1\cdot\boldsymbol{a}_2=\mathbf{0}$，则称 X 具有性质 P. 例如$\{-1,1,2\}$具有性质 P.

(1)若 $x>2$，且$\{-1,1,2,x\}$具有性质 P，求 x 的值；

(2)若 X 具有性质 P，求证：$1\in X$，且当 $x_n>1$ 时，$x_1=1$；

(3)若 X 具有性质 P，且 $x_1=1,x_2=q$（q 为常数），求有穷数列 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的通项公式.

</td>
<td>

第六章　数列与不等式创新题

已知数集 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}(1\leqslant a_1<a_2<\cdots<a_n,n\geqslant 2)$具有性质 P：对任意的 $i,j(1\leqslant i\leqslant j\leqslant n)$，$a_ia_j$ 与$\frac{a_j}{a_i}$两数中至少有一个属于 A.

(1)分别判断数集$\{1,3,4\}$与$\{1,2,3,6\}$是否具有性质 P，并说明理由；

(2)证明：$a_1=1$，且$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{a_1^{-1}+a_2^{-1}+\cdots+a_n^{-1}}=a_n$；

(3)证明：当 $n=5$ 时，a_1,a_2,a_3,a_4,a_5 成等比数列.

(2012 版修订压轴题中的推理、证明重点思维方法)

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

点评：主要考查数集、集合的基本性质、元素与集合的关系等基础知识，属于信息给予题，通过定义“X 具有性质 P”这一概念，考查考生分析探究及特殊化、极端化等思想应用的推理论证能力. 集合问题一直是近几年的命题重点，应引起足够的重视. 相似度 95%.

</td>
</tr>
</table>

序

“考大学、上大学”是全国许多中学生的理想和愿望，为实现这个目标，他们不辞辛苦、日以继夜地看书、做题.“题海战术”对数学的复习能起到一定的作用，但不能解决根本问题. 我认为，复习数学应该从打好基础和狠抓常考题型的解题方法与技巧入手. 本书的作者们深谙高考数学命题的规律，站在比较高的层面上，根据考纲的要求，对过去的高考数学真题进行深入细致地分析研究，归纳总结出题型的解题方法和规律，确有独到之处，难能可贵.

对于本书的特点，由于我作为第一读者体会不够，文字表达能力有限，只能用我的印象——“新”、“全”、“精”、“透”四个字告诉读者.

新，含义有二：根据新课标编写的辅导教材，体例比较新颖、独到，是以题型为纲，而不是搞“题海战术”.

全，书的内容比较全面. 凡考纲要求的知识点、考点都有了，而且进行了独具匠心的编排，使人不感其繁而杂，却饶有风趣.

精，数学题千千万万，又变化无穷，如何精选和编制富有启发性的例题来诠释某个题型，实属不易，本书作者们做到了，而且通过变式启迪思维，达到触类旁通、举一反三的效果.

透，一个题型一个题型讲透，不留疑问，不产生歧义，收到集腋成裘之功效. 书中的评注堪称点睛之笔，虽寥寥数语却能开阔眼界，有更上一层楼之感.

以上是我的读书心得，难免挂一漏万，有说得不准确的地方，敬请广大读者——准备高考的年轻朋友、辅导老师一起来品评.

陈传理

前　　言

为了满足高三考生的高考数学复习要求，我们专门编写了《新课标高考数学题型全归纳》、《30 分钟拿下高考数学选择题、填空题》和《洞穿高考数学解答题核心考点》作为贯穿高三不同复习阶段的三本辅导丛书.

在高考冲刺阶段时间紧、任务重的情况下，为了帮助同学们赢得时间，快速击破高考的最后壁垒，我们悉心研究了近六年来的高考数学试题，经过层层筛选，提炼出核心考点，构造常考模型，才有了《洞穿高考数学解答题核心考点》的问世. 相信本书在启迪思维、开拓思路、提高应试技巧诸方面将起到良师益友的作用.

本书特点：

1. 内容系统、全面. 本书系统介绍了高考数学解答题的六大板块，即三角函数、立体几何、概率统计、解析几何、函数与导数、数列与不等式及创新题的命题规律和解题方法，研究并挖掘出重要模型，可谓高考数学的巅峰之作. 让考生“秒杀”高考解答题，达到口述解答题的从容境界.

2. 解法快捷. 本书针对各种题型均总结出解题方法、规律和技巧(如数列与不等式中经典不等式的应用，独特的解题方法会令读者有耳目一新的感觉)，这是本书的精华之一. 编者以实用性、针对性和高效性为原则，让读者掌握解题规律和方法，可以举一反三、触类旁通，大大提高解题能力.

3. 精选典例. 本书编者以近六年的高考数学真题和模拟题为素材，通过分析、归纳，遴选出高考解答题六大板块的核心考点(题型)及例题，所选例题极具典型性和代表性，例题的解答以题型所总结出的“思路提示”的解题方法和规律为指导，体现通解通法，考生可从中体会该题型的解题方法，丰富解题经验.

4. 针对性强. 本书除了在“第一部分”各章节设有“核心考点”及其“思路提示”外，还在“第二部分”相应地设置了“核心预测题”. 编者将近几年高考试题和模拟题中的相关问题收集到一起提供给读者，以求快速掌握高考命题思路和解题方法. 其中在 2010 年、2011 年和 2012 年高考试题中，众多省(市)的高考题被直接命中.

本书适合参加高考的文、理科考生在复习时研读(其中文科考生对标有“ * ”号的内容不作要求)，也可作为高中数学教师的教学参考资料. 编者相信，书中所总结的解题方法对读者提高解题能力一定有所帮助，所以本书不仅是广大考生的良师益友，也是教师的得力助手.

编者虽倾心倾力，但能力有限，若有疏漏和不妥之处，敬请广大读者和数学同行指正.

愿此书伴随莘莘学子步入理想的大学！

张永辉

2012 年 10 月于北京

目　　录

第二部分 数学解答题核心预测题

第三部分 参考答案

洞穿高考

第一部分

数学解答题核心考点

第一章　三角函数

高考数学中，三角函数的考点有三角函数的定义、终边相同的角与三角函数值的象限符号、化简求值、三角函数的图像和性质与解三角形，其中核心考点是三角函数的图像和性质与解三角形. 为什么说它们是核心考点呢？其一，在高考数学试卷中的三角函数试题（约占 15～18 分）里，这部分约占三分之二的分值（约占 10～12 分）；其二，它们都是研究三角函数的中心内容；其三，它们都与实际生活和其他边缘学科有紧密联系；其四，它们对三角函数的其他考点有较高的覆盖率.

核心考点一　三角函数的图像和性质

思路提示： 1. 熟练、准确地作出 $\begin{cases} y=\sin x, x\in[0,2\pi] \\ y=\cos x, x\in[0,2\pi] \\ y=\tan x, x\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases}$ 的简图，其中函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$ 的图像要抓住“五点”（三个“零点”，两个“极值点”）.

2. 用公式把已知函数化成有相同角的相同函数（简称同角同函），常见方法有：

(1)用两角和差公式或诱导公式变成“同角”（如 $\dfrac{x}{2}$，x，$2x$）三角函数形式；

(2)用降幂公式或倍角公式（升幂公式）变成“同角”的三角函数形式；

(3)逆用两角和差公式或辅助角公式化 $a\sin x+b\cos x$ 为 $A\sin(\omega x+\varphi)$ 的“同函”三角函数形式；

(4)用同角三角函数基本关系化“切”为“弦”三角函数形式.

【例 1.1】 (2012 山东理 17)已知向量 $\boldsymbol{m}=(\sin x,1)$，$\boldsymbol{n}=\left(\sqrt{3}A\cos x,\dfrac{A}{2}\cos 2x\right)(A>0)$，函数 $f(x)=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}$ 的最大值为 6.

(1)求 A；

(2)将函数 $y=f(x)$ 的图像向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位，再将所得图像上各点的横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$，纵坐标不变，得到函数 $y=g(x)$ 的图像，求 $g(x)$ 在 $\left[0,\dfrac{5\pi}{24}\right]$ 上的值域.

解析 (1) $f(x)=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=\sqrt{3}A\sin x\cos x+\dfrac{A}{2}\cos 2x=A\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\dfrac{1}{2}\cos 2x\right)=A\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$.

因为 $A>0$，$f(x)$ 的最大值为 6，知 $A=6$.

(2)由(1)得，$f(x)=6\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$，将函数 $f(x)$ 的图像向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位得到

$y=6\sin\left[2\left(x+\dfrac{\pi}{12}\right)+\dfrac{\pi}{6}\right]=6\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图像，

再将得到的图像上各点的横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$，纵坐标不变，得到 $y=6\sin\left(4x+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

因为 $x\in\left[0,\dfrac{5\pi}{24}\right]$，所以 $\dfrac{\pi}{3}\leqslant 4x+\dfrac{\pi}{3}\leqslant\dfrac{7\pi}{6}$，得 $\sin\left(4x+\dfrac{\pi}{3}\right)\in\left[-\dfrac{1}{2},1\right]$，