

# 混沌数字调制方案 及性能分析

蒋国平 杨 华 段俊毅 著



科学出版社

# 混沌数字调制方案及性能分析

蒋国平 杨 华 段俊毅 著

科 学 出 版 社

北 京

## 内 容 简 介

本书是一本关于混沌数字通信的科学专著。全书共 10 章, 以混沌理论为背景, 深入系统地介绍混沌数字调制(混沌键控)技术的基本原理及其性能分析方法。第 1 章简要介绍混沌理论、混沌信号的基本特征以及混沌信号在数字调制系统中的应用。第 2 章回顾一些经典的混沌数字调制和解调方式。第 3~7 章主要研究基于差分混沌移位键控的改进型混沌通信方案。第 8~10 章主要研究基于相关延迟移位键控的改进型混沌通信方案。

本书可作为信息与通信工程、电子科学与技术等学科的研究生和高年级本科生参考书, 也可供通信与电子工程科研及技术人员参考。

---

### 图书在版编目(CIP)数据

混沌数字调制方案及性能分析/蒋国平, 杨华, 段俊毅著. —北京: 科学出版社, 2015.10

ISBN 978-7-03-045528-4

I. ①混… II. ①蒋…②杨…③段… III. ①数字调制—解调技术 IV. ①TN761.93

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 203927 号

---

责任编辑: 余 丁 阆 瑞 / 责任校对: 郭瑞芝

责任印制: 肖 兴 / 封面设计: 迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京佳信达欣艺术印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2015 年 10 月第 一 版 开本: 720×1 000 1/16

2015 年 10 月第一次印刷 印张: 8 1/2 插页: 1

字数: 172 000

定价: 45.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

# 前 言

自 1990 年 Pecora 和 Carroll 发现两个耦合的混沌系统可以实现同步之后,学术界掀起一股将混沌理论应用于通信领域的研究热潮。经过二十多年的研究和发展,混沌通信技术已经成为非线性科学的一个重要研究分支,被列为当前科学界和工程领域的前沿课题之一。虽然目前混沌通信技术尚不具备实用化的条件,但是混沌在通信与信息领域表现出诱人的应用前景和重大的实用价值。混沌信号具有的许多特殊性质,如非周期性、类似于白噪声的宽频谱特性、长期的不可预测性、良好的自(互)相关特性、数目众多以及产生设备简单等,恰好可以满足保密通信、扩频通信和多用户通信系统对信号的某些特殊要求。

混沌数字调制技术使用非周期的宽带混沌信号取代传统数字调制中的正弦载波,直接实现频谱扩展。该技术不但可以保留传统扩频通信系统具有的低截获概率和减轻多径效应等特性,而且还在许多其他方面表现出了独特的优势,包括:混沌信号产生电路简单,可以降低系统的硬件成本;混沌信号携带的信息更难被截获或窃听,通信安全性得以提升;利用混沌系统的初值敏感性可以轻松获得大量混沌信号,非常适合在多用户环境中有效区分不同用户;提高扩频通信系统的性能,尤其是在系统复用的用户数、抑制用户间干扰和减小峰均比等方面具有重大意义。

本书共 10 章。第 1 章简单概述混沌的相关基础知识,包括混沌的定义、混沌信号的基本特性、混沌信号的产生,以及混沌在数字通信中的应用情况;第 2 章重点阐述五种典型混沌数字调制(混沌键控)技术的基本工作原理和三种常用的比特误码性能分析方法;第 3 章针对差分混沌移位键控(Differential Chaos Shift Keying, DCSK)系统比特传输速率不高的问题,提出双倍速差分混沌移位键控调制方案并对其各方面的性能展开深入研究;同时,借助对双倍速差分混沌移位键控通信系统的 BER 性能分析,比较高斯近似法、数值积分法和准确性能分析法各自的优缺点和适用范围;第 4 章研究相关策略减弱、消除判决变量中信号内干扰分量对双倍速差分混沌移位键控通信系统比特误码性能的不利影响;第 5 章提出参考信号调制差分混沌移位键控调制方案,简化双倍速差分混沌移位键控通信系统的收发设备结构;第 6 章为提高码移差分混沌移位键控通信系统的比特传输速率,提出正交差分混沌移位键控调制方案;第 7 章提出一种新的更加简单的相位分隔传输参考(Transmitted-Reference, T-R)传输机制,并将其应用于 DCSK 和 FM-DCSK 中,提出两种新的混沌数字调制方案;第 8 章为了降低判决变量中干扰分量对相关延迟移位键控(Correlation Delay Shift Keying, CDSK)系统比特误码性能的影响,提出一种新的参考自适应相关延迟移位键控调制方案;第 9 章提出无信号内干扰相关延迟移位键控调制方案,彻底消除参考自适应相关延迟

移位键控系统判决变量中的信号内干扰；第 10 章针对 CDSK 通信系统在无线通信中的信道衰落问题，提出一种单输入多输出 CDSK 通信方案。

本书研究得到了教育部新世纪优秀人才支持计划项目（批准号：NCET-06-0510）、国家自然科学基金项目（批准号：60874091、61374180）和国家自然科学基金青年基金项目（批准号：61401226）的资助，在此深表感谢。也感谢家人对作者从事科研工作的支持和在生活中给予的关爱。

由于作者水平所限，书中难免有不足之处，恳请读者提出意见和建议。

作 者

2015 年 6 月 6 日于南京

# 目 录

## 前言

|       |                            |    |
|-------|----------------------------|----|
| 第 1 章 | 混沌概述 .....                 | 1  |
| 1.1   | 混沌的定义 .....                | 1  |
| 1.2   | 混沌信号的基本特征 .....            | 2  |
| 1.3   | 混沌信号的产生 .....              | 4  |
| 1.3.1 | Lorenz 系统 .....            | 4  |
| 1.3.2 | Chua's 混沌电路 .....          | 5  |
| 1.3.3 | Chebyshev 映射 .....         | 6  |
| 1.4   | 混沌在数字通信中的应用 .....          | 9  |
| 第 2 章 | 混沌数字调制技术 .....             | 11 |
| 2.1   | 研究现状 .....                 | 11 |
| 2.2   | 典型非相干混沌数字调制方案 .....        | 14 |
| 2.2.1 | 差分混沌移位键控 (DCSK) .....      | 14 |
| 2.2.2 | 调频差分混沌移位键控 (FM-DCSK) ..... | 16 |
| 2.2.3 | 相关延迟移位键控 (CDSK) .....      | 17 |
| 2.2.4 | 通用相关延迟移位键控 (GCDSK) .....   | 19 |
| 2.2.5 | 码移差分混沌移位键控 (CS-DCSK) ..... | 20 |
| 2.3   | 常用的性能分析方法 .....            | 22 |
| 2.3.1 | 高斯近似法 .....                | 22 |
| 2.3.2 | 数值积分法 .....                | 23 |
| 2.3.3 | 非中心 F 分布近似法 .....          | 24 |
| 第 3 章 | 双倍速差分混沌移位键控 .....          | 26 |
| 3.1   | 引言 .....                   | 26 |
| 3.2   | DBR-DCSK 系统模型 .....        | 27 |
| 3.2.1 | 信号形式 .....                 | 27 |
| 3.2.2 | 保密性分析 .....                | 27 |
| 3.2.3 | 发射机结构 .....                | 28 |
| 3.2.4 | 基于相关器的接收机结构 .....          | 29 |
| 3.3   | AWGN 信道中 BER 性能分析 .....    | 30 |

|       |                          |    |
|-------|--------------------------|----|
| 3.3.1 | 高斯近似法的分析结果               | 30 |
| 3.3.2 | 数值积分法的分析结果               | 33 |
| 3.3.3 | 准确性能分析法的分析结果             | 35 |
| 3.4   | Rayleigh 平衰落信道中 BER 性能分析 | 37 |
| 3.5   | 仿真结果                     | 38 |
| 3.5.1 | 理论误码性能与仿真误码性能的比较         | 38 |
| 3.5.2 | 混沌序列长度对系统 BER 性能的影响      | 40 |
| 3.5.3 | 与 CDSK 系统 BER 性能的比较      | 41 |
| 3.5.4 | 与 DCSK 系统 BER 性能的比较      | 41 |
| 第 4 章 | DBR-DCSK 系统中信号内干扰问题研究    | 43 |
| 4.1   | 引言                       | 43 |
| 4.2   | 减小信号内干扰的 DBR-DCSK 接收机    | 43 |
| 4.2.1 | ISIR 算法基本原理              | 44 |
| 4.2.2 | 接收机结构                    | 45 |
| 4.2.3 | 误码性能分析                   | 46 |
| 4.2.4 | 仿真结果                     | 49 |
| 4.3   | 无信号内干扰的 DBR-DCSK 调制方案    | 51 |
| 4.3.1 | 系统模型                     | 52 |
| 4.3.2 | 误码性能分析                   | 55 |
| 4.3.3 | 仿真结果                     | 56 |
| 第 5 章 | 参考信号调制差分混沌移位键控           | 58 |
| 5.1   | 引言                       | 58 |
| 5.2   | RM-DCSK 系统模型             | 58 |
| 5.2.1 | 信号形式                     | 58 |
| 5.2.2 | 保密性分析                    | 59 |
| 5.2.3 | 发射机结构                    | 60 |
| 5.2.4 | 接收机结构                    | 61 |
| 5.3   | AWGN 信道中 BER 性能分析        | 61 |
| 5.3.1 | 高斯近似法的分析结果               | 62 |
| 5.3.2 | 准确性能分析法的分析结果             | 63 |
| 5.4   | Rayleigh 平衰落信道中 BER 性能分析 | 64 |
| 5.4.1 | 高斯近似法的分析结果               | 64 |
| 5.4.2 | 准确性能分析法的分析结果             | 65 |
| 5.5   | 仿真结果                     | 66 |
| 5.5.1 | 理论误码性能与仿真误码性能的比较         | 66 |

|       |                         |    |
|-------|-------------------------|----|
| 5.5.2 | 混沌序列长度对系统 BER 性能的影响     | 67 |
| 5.5.3 | 与其他系统 BER 性能的比较         | 68 |
| 第 6 章 | 正交差分混沌移位键控              | 70 |
| 6.1   | 引言                      | 70 |
| 6.2   | ODCSK 系统模型              | 70 |
| 6.2.1 | 发射机结构                   | 71 |
| 6.2.2 | 接收机结构                   | 72 |
| 6.3   | BER 性能分析                | 75 |
| 6.3.1 | 高斯近似法的分析结果              | 76 |
| 6.3.2 | 数值积分法的分析结果              | 77 |
| 6.4   | 仿真结果                    | 78 |
| 6.4.1 | 理论误码性能与仿真误码性能的比较        | 78 |
| 6.4.2 | Walsh 序列长度对系统 BER 性能的影响 | 80 |
| 6.4.3 | 扩频因子对系统 BER 性能的影响       | 81 |
| 6.4.4 | 混沌序列长度对系统 BER 性能的影响     | 81 |
| 6.4.5 | 不同系统 BER 性能的比较          | 82 |
| 第 7 章 | 相位分隔 T-R 传输机制           | 83 |
| 7.1   | 引言                      | 83 |
| 7.2   | 相位分隔 T-R 传输的基本原理        | 83 |
| 7.3   | 相移差分混沌移位键控              | 84 |
| 7.3.1 | 系统结构                    | 84 |
| 7.3.2 | AWGN 信道中 BER 性能分析       | 86 |
| 7.3.3 | 仿真结果                    | 86 |
| 7.4   | 相移调频差分混沌移位键控            | 88 |
| 7.4.1 | 系统结构                    | 88 |
| 7.4.2 | AWGN 信道中的 BER 性能分析      | 90 |
| 7.4.3 | 仿真结果                    | 92 |
| 第 8 章 | 参考自适应相关延迟移位键控           | 94 |
| 8.1   | 引言                      | 94 |
| 8.2   | RA-CDSK 系统模型            | 94 |
| 8.2.1 | 发射机结构                   | 94 |
| 8.2.2 | 接收机结构                   | 95 |
| 8.2.3 | 信号形式                    | 95 |
| 8.3   | AWGN 信道中 BER 性能分析       | 96 |



|        |                           |     |
|--------|---------------------------|-----|
| 8.4    | 仿真结果                      | 99  |
| 8.4.1  | 理论误码性能与仿真误码性能的比较          | 99  |
| 8.4.2  | 混沌序列长度对系统 BER 性能的影响       | 99  |
| 8.4.3  | 与 CDSK 系统 BER 性能的比较       | 100 |
| 8.4.4  | 与 GCDSK 系统 BER 性能的比较      | 101 |
| 第 9 章  | 无信号内干扰的相关延迟移位键控           | 102 |
| 9.1    | 引言                        | 102 |
| 9.2    | CDSK-NII 系统模型             | 102 |
| 9.2.1  | 信号形式                      | 102 |
| 9.2.2  | 发射机结构                     | 103 |
| 9.2.3  | 接收机结构                     | 103 |
| 9.3    | AWGN 信道中 BER 性能分析         | 104 |
| 9.4    | 仿真结果                      | 107 |
| 9.4.1  | 理论误码性能与仿真误码性能的比较          | 107 |
| 9.4.2  | 混沌序列长度对系统 BER 性能的影响       | 108 |
| 9.4.3  | 复帧长度对系统 BER 性能的影响         | 108 |
| 9.4.4  | 与 CDSK、GCDSK 系统 BER 性能的比较 | 109 |
| 9.4.5  | 与 RA-CDSK 系统 BER 性能的比较    | 110 |
| 第 10 章 | 单输入多输出相关延迟移位键控            | 111 |
| 10.1   | 引言                        | 111 |
| 10.2   | SIMO-CDSK 系统模型            | 111 |
| 10.2.1 | 发射机结构                     | 111 |
| 10.2.2 | 接收机结构                     | 112 |
| 10.3   | Rayleigh 平衰落信道中 BER 性能分析  | 113 |
| 10.4   | 仿真结果                      | 115 |
| 10.4.1 | 理论误码性能与仿真误码性能的比较          | 115 |
| 10.4.2 | 混沌序列长度对系统 BER 性能的影响       | 116 |
| 10.4.3 | 时间延迟对系统 BER 性能的影响         | 116 |
| 参考文献   |                           | 118 |
| 彩图     |                           |     |

# 第1章 混沌概述

作为非线性科学的一个重要分支,混沌理论的研究及应用是当前科学界和工程领域的一个前沿课题。作为非线性动力学系统特有的一种运动形式,混沌现象在自然界中广泛存在。事实上,自然界存在的大部分运动都是貌似随机、难以预测的混沌运动,确定性的规则运动只在局部范围或较短的时间内存在。在发现混沌现象之后,学术界首先从理论上对混沌系统的动力学行为进行了分析研究<sup>[1-4]</sup>,随后混沌科学的研究不断与生物学<sup>[5-7]</sup>、经济学<sup>[8-10]</sup>、电子信息学<sup>[11-23]</sup>等学科相互渗透,在现代科学技术的不同领域发挥着越来越重要的作用。

## 1.1 混沌的定义

混沌现象最早是由法国学者 Poincaré 在 20 世纪初发现的<sup>[24]</sup>。1963 年, Lorenz 在对气象变化情况进行计算机模拟时,偶然发现混沌的基本特性之一——对初始条件的敏感性,即初始条件的细微差别可能引起模拟结果的巨大变化,正式揭开了混沌理论的诞生。作为 20 世纪物理学三大成就之一,混沌的发现消除了拉普拉斯关于决定式可预测性的幻想,成为继相对论、量子理论之后的又一重大科学发现<sup>[25]</sup>。

混沌是确定系统受到内部随机性的影响而对外表现出的一种复杂的、貌似无规则的运动。本质上,混沌并不是真正的无序和混乱,而更像是没有周期的有序行为。1975 年, Li 和 Yorke 在论文 *Period three implies chaos* 中第一次使用术语“混沌”来表示确定系统的内在随机行为。经过一百多年的研究和总结,学术界目前仍然没有对混沌形成统一、严格的定义。

在数学上,现阶段被大家普遍接受的混沌定义方法主要有两种: Li 和 Yorke 给出的基于运动轨迹非周期性的混沌定义<sup>[26]</sup>以及 Devaney 给出的基于初始条件敏感性的混沌定义<sup>[27]</sup>。

### 1. 基于运动轨迹非周期性的混沌定义<sup>[26]</sup>

给定闭区间  $Y$  和连续映射  $g: Y \rightarrow Y$ , 若映射  $g$  的周期点周期无上界且  $Y$  上存在不可数子集  $S$ , 同时满足:

- (1) 任意  $x, y \in S$  且  $x \neq y$ ,  $\limsup_{n \rightarrow \infty} |f^n(x) - f^n(y)| > 0$ 。

(2) 任意  $x, y \in S$  且  $x \neq y$ ,  $\liminf_{n \rightarrow \infty} |f^n(x) - f^n(y)| = 0$ 。

(3) 任意  $x \in S$  且  $y$  为  $g$  的任一周期点,  $\limsup_{n \rightarrow \infty} |f^n(x) - f^n(y)| > 0$ 。

则认为映射  $g$  在  $Y$  上是混沌的。

上面的定义指出混沌运动存在不可数的无穷多个稳定的非周期轨道和可数的无穷多个稳定的周期轨道, 同时至少还存在一个不稳定的非周期轨道<sup>[28]</sup>。

## 2. 基于初始条件敏感性的混沌定义<sup>[27]</sup>

给定集合  $Y$  和映射  $g: Y \rightarrow Y$ , 若该映射满足下面的三个条件, 则称映射  $g$  在  $Y$  上是混沌的。

(1)  $g$  具有初始条件敏感性。

(2)  $g$  是拓扑传递的, 即从一个任意小的邻域出发, 经过迭代后最终状态能够移动到任意其他邻域。即系统不能被分解为两个在  $g$  下互不影响的子系统。

(3)  $g$  的周期点在  $Y$  中稠密。

其中, 初始条件敏感性的定义为: 设  $g(x)$  为  $[-1, +1]$  上的连续映射, 若存在集合  $Y \subset [-1, +1]$  ( $Y$  具有正的勒贝格测度) 和正实数  $\varepsilon > 0$ , 使得  $Y$  中每个元素  $x$  和  $x$  的每个邻域  $U$ , 存在一个  $y \in U$  和  $n \geq 0$  满足  $|f^n(x) - f^n(y)| > \varepsilon$ , 则称映射  $g(x)$  具有初始条件敏感性。

依据混沌现象所具有的一些基本特点, 物理学上定义的混沌系统为<sup>[29]</sup>:

(1) 初始条件极端敏感性。

(2) 长期的不可预测性。

(3) 运动轨迹的非周期性、无规则性。

(4) 有界性, 即在有限范围内运动。

(5) 至少具有一个正的 Lyapunov 指数, 有限的 Kohnogorov-Sinai 熵和连续功率谱。

(6) 具有分数维的奇异点集, 对耗散系统有分数维的奇异吸引子出现, 对于保守系统亦有奇异的混沌区。

## 1.2 混沌信号的基本特征

混沌信号是由混沌 (非线性动力学) 系统产生的有界、非周期、类随机信号<sup>[30]</sup>。一般来说, 混沌信号具有下面的基本特性。

(1) 类随机性: 混沌信号的变化介于周期信号和完全不可预测的随机信号之间, 如图 1.1 所示。

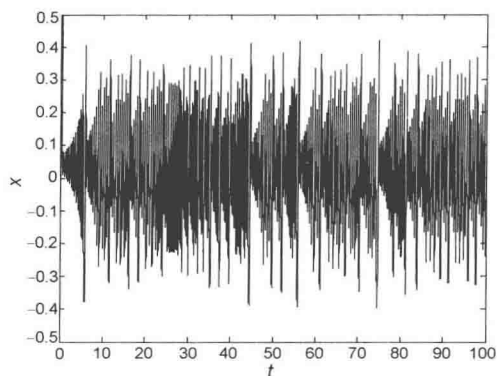


图 1.1 归一化的混沌信号时域波形图

(2) 长期的不可预测性 (初值敏感性): 混沌系统初始值的微小变化将导致系统运动轨迹的巨大差别, 从而使得混沌信号在较长的时间内是不可预测的, 如图 1.2 所示, 图中初始值 1 和初始值 2 仅仅相差 0.0002。

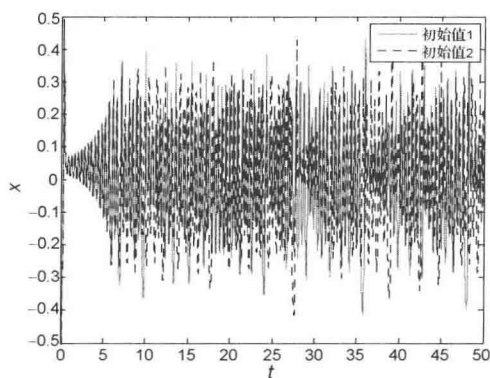


图 1.2 初始值变化对混沌信号的影响

(3) 有界性和遍历性: 混沌信号是有界的, 它始终在一个确定的区域内变化且在有限时间内将经过该区域内的所有状态点。

(4) 频谱特性 (宽带和低功率谱密度): 由于混沌信号具有类随机性, 混沌信号在频域内占据了很宽的频带范围, 功率谱密度较低, 且分布较平坦, 功率谱密度分布情况与白噪声类似。

(5) 良好的自 (互) 相关特性: 作为无限长的非周期信号, 混沌信号的自相关函数在除零点外的其他地方 (旁瓣) 都几乎为零, 互相关函数曲线几乎恒为零。经过截取后的有限长混沌信号自相关函数旁瓣以及互相关函数虽然不恒为零但仍非常接近于零, 如图 1.3 所示。

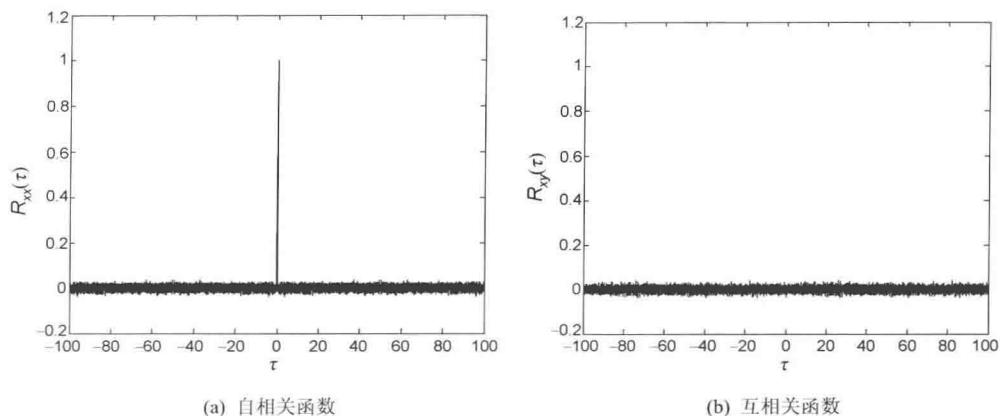


图 1.3 混沌信号的自相关和互相关函数波形图

### 1.3 混沌信号的产生

混沌信号可以由连续混沌系统（电路）和离散混沌系统（映射）产生。常见的连续混沌电路和离散混沌映射主要有以下几种。

#### 1.3.1 Lorenz 系统

1963 年, Lorenz 给出了一组差分方程作为一种简化的气象变化模型——Lorenz 系统<sup>[31]</sup>。该系统可以在合适的参数条件下产生混沌信号。下面给出了 Lorenz 系统的无量纲状态方程:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\sigma(x - y) \\ \dot{y} &= -y + rx - xz \\ \dot{z} &= -bz + xy\end{aligned}\quad (1.1)$$

当参数  $\sigma=16$ ,  $r=45.6$  和  $b=4$  时, 图 1.4 给出了仿真得到的 Lorenz 混沌吸引子的相平面轨迹图。图 1.5 还给出了相同条件下由公式 (1.1) 产生的三路 Lorenz 混沌信号的时域波形图。

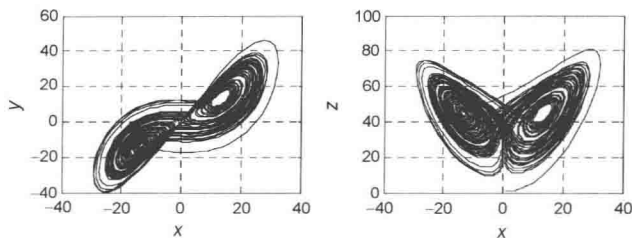


图 1.4 Lorenz 混沌吸引子的相平面轨迹

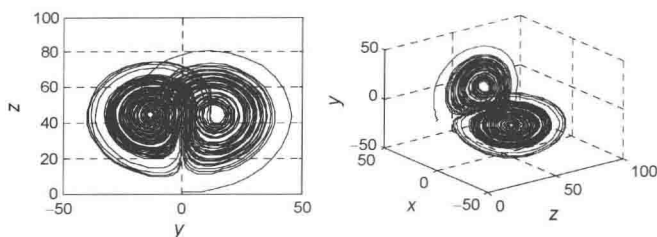


图 1.4 Lorenz 混沌吸引子的相平面轨迹 (续)

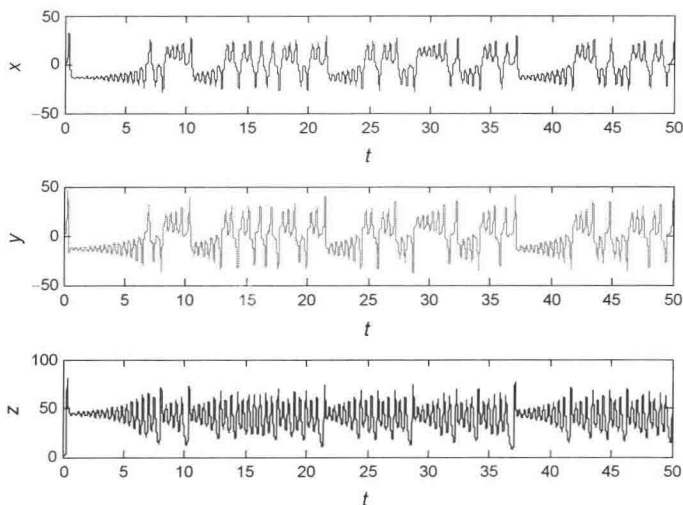


图 1.5 Lorenz 系统产生的混沌信号

### 1.3.2 Chua's 混沌电路

作为目前应用最广泛的一种混沌电路, Chua's 电路的无量纲方程为<sup>[32, 33]</sup>:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \alpha(y - x - f(x)) \\ \dot{y} &= x - y + z \\ \dot{z} &= -\beta y\end{aligned}\quad (1.2)$$

式中,  $f(x) = bx + \frac{1}{2}(a-b)(|x+E| - |x-E|)$  为斜率分别为  $a$  和  $b$  的三折线方程。

当  $\alpha = 9.78$ ,  $\beta = 14.97$ ,  $a = -1.31$ ,  $b = -0.75$  和  $E = 1$  时, 图 1.6 给出了仿真得到的 Chua's 电路吸引子的相平面轨迹图。图 1.7 还给出了相同条件下由公式 (1.2) 产生的三路 Chua's 混沌信号的时域波形图。

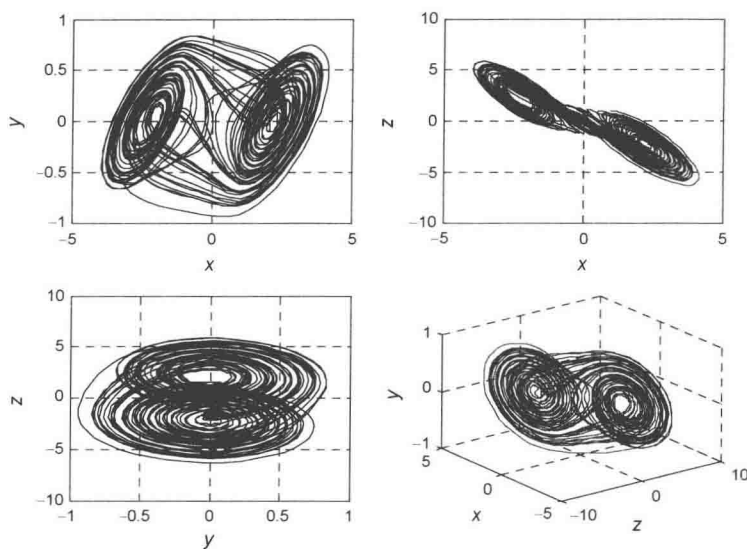


图 1.6 Chua's 电路吸引子的相平面轨迹

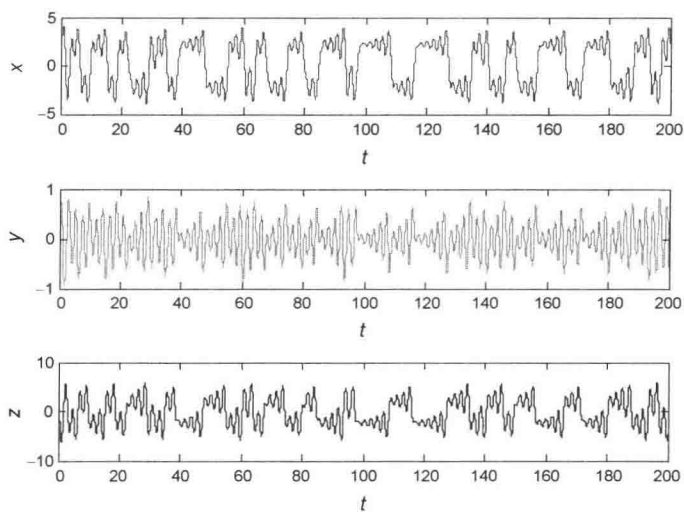


图 1.7 Chua's 电路产生的混沌信号时域波形

### 1.3.3 Chebyshev 映射

$n$  阶 Chebyshev 映射可以用下面的差分方程表示<sup>[34]</sup>:

$$x_{k+1} = \cos(n \arccos(x_k)), \quad x_k \in (-1, +1) \quad (1.3)$$

当  $n=1, 2, 3, 4$  时, 图 1.8 分别给出了由公式 (1.3) 产生的信号时域波形图。图 1.9

分别给出了  $n=2,3,4$  条件下仿真得到的 Chebyshev 映射图。从图中不难看出,  $n>1$  时, Chebyshev 映射产生的信号在时域上具备混沌特性。

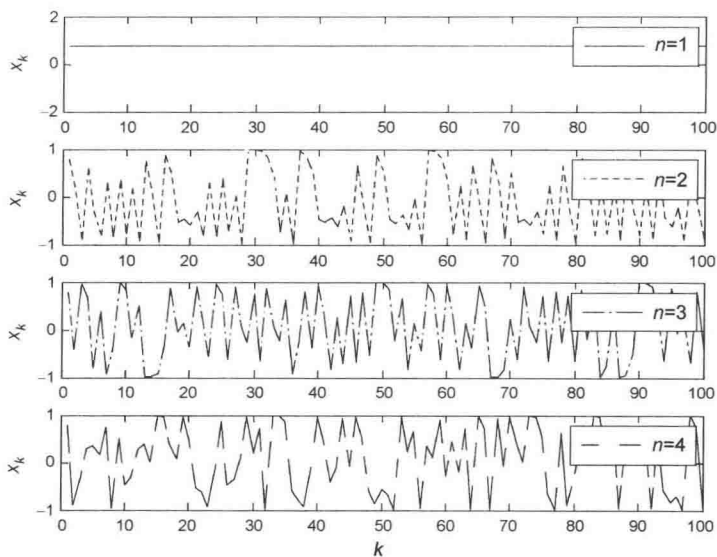


图 1.8 Chebyshev 映射产生的信号时域波形

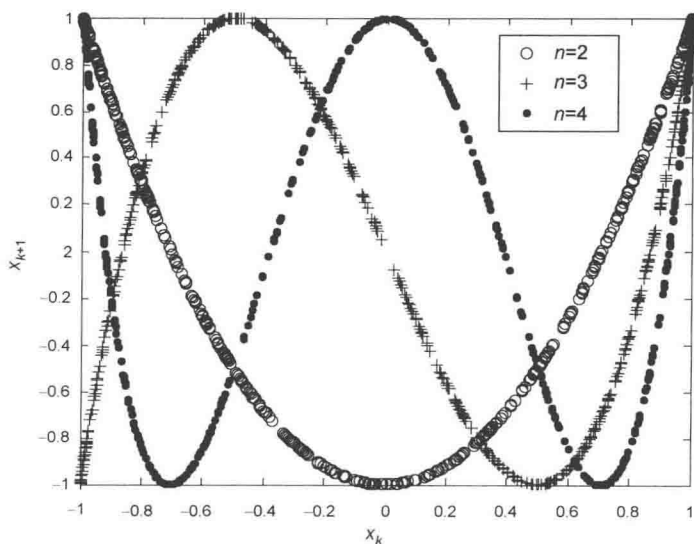


图 1.9 Chebyshev 映射图

下面以二阶 Chebyshev 映射为例, 简单说明一下混沌信号的统计特性。



首先, 二阶 Chebyshev 映射的表达式也可以改写为 Chebyshev 多项式函数 (Chebyshev Polynomial Function, CPF) 的形式<sup>[30]</sup>:

$$x_{k+1} = 1 - 2x_k^2, \quad x_k \in (-1, +1) \quad (1.4)$$

其概率密度函数为<sup>[35]</sup>

$$\rho_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}, & x \in (-1, 1) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1.5)$$

假设二阶 CPF 映射产生的混沌信号为无限长序列  $\{x_k\}$ , 由混沌信号的遍历性不难得到

$$E[x_k] = \lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{1}{\beta} \sum_{k=1}^{\beta} x_k = \int_{-1}^1 x \rho_X(x) dx = 0 \quad (1.6)$$

$$R_{xx}(m) = \begin{cases} \lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{1}{\beta} \sum_{k=1}^{\beta} x_k^2 - E^2[x_k] = \int_{-1}^1 \frac{x^2}{\pi\sqrt{1-x^2}} dx = 0.5, & m = 0 \\ 0, & m \neq 0 \end{cases} \quad (1.7)$$

$$\text{var}[x_k^2] = \lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{1}{\beta} \sum_{k=1}^{\beta} x_k^4 - E^2[x_k^2] = \int_{-1}^1 \frac{x^4}{\pi\sqrt{1-x^2}} dx - 0.25 = 0.125 \quad (1.8)$$

其中,  $E[\cdot]$  表示数学期望运算符,  $\text{var}[\cdot]$  表示方差运算符。

当序列长度  $\beta = 2000$  时, 图 1.10 给出了仿真得到的  $\{x_k\}$  自相关函数曲线。从图中不难发现, 由二阶 CPF 映射产生的有限长混沌信号在零点处的自相关值与公式 (1.7) 的分析结果完全一致。但是自相关旁瓣却并不恒等于零而是在零值附近小幅波动。

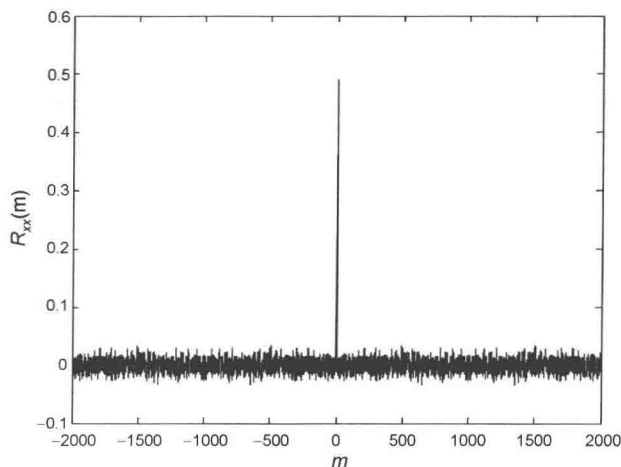


图 1.10 二阶 CPF 映射产生的混沌信号自相关函数