

水电能源系统最优调控 的先进理论与方法

杨俊杰 安学利 刘 力 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

水电能源系统最优调控的 先进理论与方法

杨俊杰 安学利 刘 力 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书从流域径流特性分析及预报、水电能源系统优化调度决策和水电机组动力学特性及运行状态评估等内容出发,对复杂水电能源系统最优调控的理论和方法进行系统深入研究。全书内容分为三篇,第一篇为流域径流特性分析及预报的理论与方法研究;第二篇为水电能源系统优化调度决策的理论与方法研究;第三篇为水电机组动力学特性及运行状态评估的理论与方法研究。

本书适用于从事水电能源系统规划调度与管理工作的科技工作者、研究人员、工程技术人员和大专院校相关的教师和研究生。

图书在版编目(CIP)数据

水电能源系统最优调控的先进理论与方法 / 杨俊杰, 安学利, 刘力著. -- 北京: 中国水利水电出版社, 2014.12

ISBN 978-7-5170-2771-3

I. ①水… II. ①杨… ②安… ③刘… III. ①水利水电工程—最佳化—调控 IV. ①TV

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第311490号

策划编辑: 陈宏华 责任编辑: 张玉玲 加工编辑: 孙 丹 封面设计: 李 佳

书 名	水电能源系统最优调控的先进理论与方法
作 者	杨俊杰 安学利 刘 力 著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 68367658 (发行部)、82562819 (万水) 北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	三河市天润建兴印务有限公司
规 格	170mm×240mm 16开本 17.25印张 311千字
版 次	2015年4月第1版 2015年4月第1次印刷
定 价	48.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换
版权所有·侵权必究

前 言

水电能源不仅是洁净、廉价、可再生的绿色环保能源，同时也是电力系统理想的调峰、调频、事故备用电源，对电网的安全稳定运行具有重要作用。水电能源系统优化调控是水力发电企业生产技术管理和电力营销中的一项重要工作，是发挥电站潜力、充分利用水电多发洁净电能、减少其他能源消耗的有效措施。水电能源系统水力、电力联系复杂，电站之间具有补偿和协调能力，使得其运行方式灵活多变，在电力系统的经济运行中发挥着非常重要的作用。水电能源系统的优化调度不仅能够为水电企业带来巨大的经济效益，而且还对缓解电网丰枯、峰谷矛盾，提高电网的调峰、调频和事故备用等安全稳定运行能力以及防洪、生态环境有重大的影响。水电能源系统的优化调控涉及到水文循环、发电控制等诸多方面，国内外众多学者一直致力于研究能有效解决上述问题的各种方法。

水文系统具有非线性、多时间尺度性和混沌等特性，而受流域水文过程观测资料的限制以及对水文过程认识程度的局限，目前还难以完全用数学和物理方法来准确地描述和刻画其完整的演化过程，因此需要不断引入新的理论和方法，通过各种方法的有机结合，从流域可变时空尺度的角度来对系统进行分析 and 研究。因此，国内外的学者们在努力把握各种特性分析方法的特点和使用范围的基础上，通过取舍耦合，将合适的理论和方法引入到水文水资源的特性分析中，以推动水文特性分析研究的发展，为水资源规划与管理提供了科学的决策依据。

流域梯级联合调度决策是在水文循环、发电控制、电网安全、电能需求、市场交易规则、用电行为等约束条件下的大型、动态、非凸、非线性的多目标不确定性决策问题，较传统水电能源优化调度复杂得多，国内外众多学者一直致力于研究能有效解决上述问题的各种方法。然而，流域梯级水电能源系统中复杂目标的相互冲突和约束条件的耦合作用，使得问题的描述和模型的求解极为困难，至今几乎没有令人满意的解决方法，亟待进一步发展新的理论并探索其技术实现方法。

水电能源系统是一个水机电耦合的复杂非线性动力系统，其运行过程中，水电机组故障的产生和发展包含大量的不确定性因素，难以用数学模型对其进行精确描述。同时，随着水力发电机组日趋大型化、复杂化、自动化，转子系统的非线性振动现象异常突出，由此引发的非线性动力学行为引起学术和工程界的广泛关注。因此，深入研究水电机组的动力学行为，获得机组故障征兆描述的有力证据，解析机组故障的成因及其演化机理，实现水电机组的安全、可靠和高效运行，

具有十分重要的理论意义和工程应用价值。

本书从水电能源系统的流域径流特性分析及预报、水电能源系统优化调度决策、水电机组动力学特性及运行状态评估等方面出发,采用先进的信息科学技术方法与手段,全面深入地研究水电能源系统最优调控的先进理论和方法,为复杂水电能源系统优化调控问题的解决提供一条有效的途径,并试图建立一种水电能源系统优化调控的新模式,为电力系统的运行管理决策提供科学的参考依据。

本书的出版得到了岭南师范学院计算机应用技术特色学科建设经费以及国家自然科学基金项目(编号 51309258)、广东省自然科学基金项目(编号: S2013040014926, S2012010009759)等资助。

本书的有些内容可能还不成熟,有待进一步研究和完善。限于作者水平,书中存在的不当之处,恳请读者批评指正。

编 者

2014 年 8 月

目 录

前言

第一篇 流域径流特性分析及预报的先进理论与方法

第 1 章 径流演化过程复杂特性分析方法	2
1.1 径流过程多尺度特性分析	2
1.1.1 小波分析方法	2
1.1.2 实例分析	7
1.2 径流时间序列混沌特性分析	12
1.2.1 相空间重构理论与方法	13
1.2.2 最大 Lyapunov 指数	17
1.2.3 实例分析	20
第 2 章 中长期径流过程预测先进理论与方法	23
2.1 基于支持向量机的径流多尺度耦合预测	23
2.1.1 统计学习理论	24
2.1.2 支持向量机	26
2.1.3 支持向量回归	31
2.1.4 基于差分进化的模型参数优选	39
2.1.5 实例分析	42
2.2 径流时间序列的混沌区间预测	43
2.2.1 混沌区间预测可行性	44
2.2.2 径流时间序列区间预测	45
2.2.3 实例分析	49

第二篇 水电能源系统优化调度决策的先进理论与方法

第 1 章 梯级电站调度决策的研究现状及面临的挑战	55
1.1 水电能源系统调度决策的研究现状	55
1.2 水电能源系统调度决策面临的挑战	56
1.2.1 电力市场环境梯级电站联合调度的特点	56
1.2.2 水电能源系统联合调度对多目标决策方法的挑战	57
1.3 多目标决策及研究现状	58

1.3.1	多目标决策问题的特点及分类	58
1.3.2	多目标最优化问题的数学描述	59
1.3.3	多目标决策方法的研究现状	60
第 2 章	梯级电站调峰容量效益最大的日发电计划研究	64
2.1	引言	64
2.2	数学模型描述	64
2.2.1	目标函数	64
2.2.2	约束条件	65
2.3	模型的求解算法	66
2.4	三峡梯级多目标日发电计划	69
2.5	小结	71
第 3 章	基于自适应网格多目标粒子群优化算法的水电能源系统多目标优化调度	72
3.1	引言	72
3.2	自适应网格多目标粒子群优化算法	73
3.2.1	算法的一般结构	74
3.2.2	非劣解密度自适应网格估计算法	75
3.2.3	基于 AGDEA 的 Pareto 最优解搜索算法	77
3.2.4	基于 AGDEA 的非劣解多样性保持技术	80
3.2.5	改善 AG-MOPSO 算法性能的辅助策略	80
3.2.6	约束多目标优化	82
3.2.7	AG-MOPSO 算法的实现	82
3.3	AG-MOPSO 算法的性能测试与分析	86
3.3.1	非劣解的质量评价指标	86
3.3.2	典型测试函数	88
3.3.3	网格密度对算法性能的影响	90
3.3.4	ϵ -Pareto 最优下 ϵ 对算法性能的影响	92
3.3.5	典型测试函数下算法性能的比较分析	92
3.4	基于 AG-MOPSO 算法的梯级多目标调度	102
3.4.1	多目标发电调度	102
3.4.2	多目标洪水调度	106
3.5	基于 AG-MOPSO 算法的水电联合调度	110
3.5.1	数学模型及算法实现	110
3.5.2	三峡梯级汛末不同拦蓄洪尾方案下的水电联合调度	110
3.6	小结	114
第 4 章	基于广义集对分析的梯级多属性调度决策	116

4.1	引言	116
4.2	广义集对分析的联系数理论	117
4.2.1	联系数理论	117
4.2.2	模糊联系数理论	127
4.3	基于集对分析的多属性决策方法	130
4.3.1	联系数决策矩阵	130
4.3.2	决策方法	134
4.4	基于模糊集对分析的多属性决策方法	138
4.4.1	模糊联系数决策矩阵的建立	138
4.4.2	模糊联系数的排序方法	140
4.5	多属性调度决策 (I)	141
4.5.1	问题描述	141
4.5.2	决策分析	143
4.6	多属性调度决策 (II)	145
4.6.1	问题描述	145
4.6.2	决策分析	146
4.7	多属性调度决策 (III)	149
4.7.1	区域用水水平的综合评价	150
4.7.2	水资源配置方案的综合评价	155
4.7.3	水资源规划方案的综合评价	159
4.8	小结	163

第三篇 水电机组动力学特性及运行状态评估的先进理论与方法

第 1 章	水力发电机组轴系振动研究概况	167
1.1	转子动力学研究综述	167
1.2	水力发电机组振动研究概述	171
第 2 章	水力发电机组振动故障诊断策略研究综述	174
第 3 章	刚性连接平行不对中转子系统振动特性	178
3.1	引言	178
3.2	平行不对中转子系统运动模型	179
3.3	平行不对中转子系统振动特性	183
3.3.1	转子系统横向振动特性	183
3.3.2	从动轴质量对转子振动特性的影响	184
3.3.3	驱动轴质量对转子振动特性的影响	184
3.3.4	质量偏心量对转子振动特性的影响	185

3.3.5	联轴节平行不对中量对转子振动特性的影响	186
3.3.6	不同转速时转子系统轴心轨迹	187
3.4	本章小结	188
第4章	轴向推力作用下转子轴心轨迹特性	189
4.1	引言	189
4.2	质量不平衡转子系统动力学模型	190
4.3	数值仿真	192
4.3.1	转子横向纵向振动时频特性	192
4.3.2	不同转速时转子系统轴心轨迹	192
4.3.3	轴向推力频率不同时转子系统轴心轨迹	195
4.4	本章小结	196
第5章	叶片作用下转子系统动力学行为	197
5.1	引言	197
5.2	转轮叶片作用下的转子系统动力学方程	197
5.3	叶片参数对转子系统振动特性的影响	200
5.3.1	计算参数	200
5.3.2	转子系统振动的时频特性	200
5.3.3	转轮叶片质量对转子系统振动特性的影响	201
5.3.4	叶片质心到主轴的距离对转子系统振动特性的影响	202
5.3.5	转轮叶片数对转子系统振动特性的影响	202
5.4	叶片断裂对转子系统振动特性的影响	202
5.4.1	计算参数	203
5.4.2	转子系统正常运转时振动的时频特性	203
5.4.3	转子系统有1个叶片断裂时振动的时频特性	204
5.4.4	转子系统有2个轴对称叶片断裂时振动的时频特性	204
5.4.5	转子系统有2个相邻叶片断裂时振动的时频特性	205
5.4.6	叶片部分断裂对转子系统振动特性的影响	206
5.5	本章小结	207
第6章	悬臂转子系统非线性动力学特性研究	208
6.1	引言	208
6.2	悬臂转子系统动力学方程	208
6.3	计算结果及分析	212
6.3.1	计算参数	212
6.3.2	转子系统振动的时频特性	212
6.3.3	轴承支承刚度对转子系统振动特性的影响	213

6.3.4 质量偏心对圆盘 1 振动特性的影响	214
6.3.5 质量偏心对圆盘 2 振动特性的影响	216
6.4 本章小结	217
第 7 章 立式质量偏心转子弯扭耦合振动分析	219
7.1 引言	219
7.2 立式质量偏心转子弯扭耦合运动方程的建立	219
7.3 立式质量偏心转子弯扭耦合特性分析	221
7.3.1 转子稳态振动时的弯扭耦合特性分析	221
7.3.2 转子瞬态振动时的弯扭耦合特性分析	222
7.4 数值仿真与讨论	226
7.5 本章小结	229
第 8 章 刚性连接转子系统振动特性研究	231
8.1 引言	231
8.2 刚性连接转子系统动力学模型	231
8.3 数值仿真	233
8.3.1 转子系统瞬态振动特性	234
8.3.2 转子系统稳态振动特性	234
8.3.3 扭振固有频率对转子系统耦合特性的影响	236
8.4 转速变化时的转子系统弯振特性	237
8.5 本章小结	237
第 9 章 水力发电机组振动故障诊断策略	239
9.1 引言	239
9.2 水力发电机组振动故障概述	239
9.2.1 水电机组振动故障的特点	239
9.2.2 引起水电机组振动的原因	240
9.3 水力发电机组振动故障诊断策略研究	241
9.4 基于信息熵和 Parks 聚类的水电机组振动故障诊断	242
9.4.1 Parks 聚类原理	242
9.4.2 信息熵理论	243
9.4.3 基于信息熵和 Parks 聚类的水电机组振动故障诊断	244
9.5 本章小结	246
参考文献	248

第一篇 流域径流特性分析及预报的先进理论与方法

水文系统是一个复杂的高度非线性系统，其中，径流的变化对整个系统的演化起主导作用，并会对资源环境和区域经济产生重大影响。由于受气象、自然地理、流域特性等多因素的综合影响，流域径流的变化具有多种不确定性，表现出非线性、多时间尺度性和混沌等特性，而受流域水文过程观测资料的限制以及对水文过程认识程度的局限，目前还难以完全用数学和物理方法来准确地描述和刻画其完整的演化过程。以前主要用传统研究方法和手段，或基于单个水文站对流域径流的演化规律进行分析和预测，从线性角度或近似为线性问题去研究本质上是非线性的水文时空变化问题，这必将引发许多无法妥善解决的困难。为了摆脱这种困境，需要不断将新的理论和方法引入到水科学研究中，通过各种方法的有机结合，从流域可变时空尺度的角度来对系统进行分析 and 研究。

近年来，随着计算机技术的进一步完善和普及，使得复杂理论和方法的实现成为现实，这大大加速了各种特性分析方法在水文领域中的应用。在此基础上，大量新颖的理论和方法被不断引入到水科学中，促进了特性分析研究的迅猛发展。考虑到水文水资源具有多方面的特性，对其进行全面系统的分析和研究是相当复杂的。因此，国内外的学者们在努力把握各种特性分析方法的特点和使用范围的基础上，通过取舍耦合，将合适的理论和方法引入到水文水资源的特性分析中，以推动水文特性分析研究的发展，为水资源规划与管理提供了科学的决策依据。

本篇在总结吸收前人研究成果的基础上，运用小波、混沌、支持向量机等现代分析及预测理论，并结合传统的理论分析方法，对流域径流的周期、趋势和混沌性等演化特性进行了深入研究，在此基础上建立了基于小波分析和支持向量回归的径流多尺度耦合预测模型，构建了一种中长期径流区间预测的混沌时间序列方法，以便为今后水资源管理的政策制定者、研究人员以及公众提供未来径流变化的背景。

第 1 章 径流演化过程复杂特性分析方法

1.1 径流过程多尺度特性分析

受气象、地理、人类活动等多种因素的综合影响,径流的变化过程通常具有一定的不确定性,且往往包含有多种时间尺度变化和局部运动,是一个复杂的非线性系统。因此,要深入了解流域径流过程变化的特点,就必须考虑在不同的时间尺度下,从局部变化的特性上来对其进行分析。

小波分析(Wavelet Analysis)是由傅立叶(Fourier)分析、样条理论、数值分析等多个学科相互交叉而发展起来的一门新兴的数学理论和方法,被认为是调和分析这一学科分支在近半个世纪以来工作的结晶。作为一种强有力的信号分析工具,小波分析在时频两域都具有良好的局部性质,克服了 Fourier 方法只考虑时频域间一一映射的缺陷。另外,小波分析不是在时频平面上来描述函数,而是在时间一尺度平面上,能从不同的时间尺度上来观察问题,通过平移和伸缩等功能对问题进行多尺度细化分析,能有效地从函数或序列中提取信息,适合于探测正常信号中夹带的瞬态反常现象并充分突出其特征,所以被誉为信号分析的显微镜。

考虑到水科学的独特性,结合现代科学理论和技术,将小波方法分析应用于水文水资源领域以深入挖掘水文过程的内在规律,不仅可以进一步拓展小波分析的应用领域,还能为全面揭示水文系统的演变过程开辟一条新的途径。

1.1.1 小波分析方法

定义 1.1.1 设存在函数 $\psi(t) \in L^2(R)$, 且满足条件

$$C_\psi = \int_R \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty \quad (1-1-1)$$

则称 $\psi(t)$ 为允许小波,称式(1-1-1)为“允许条件”。式中, $\hat{\psi}(\omega)$ 为 $\psi(t)$ 的傅立叶变换, $L^2(R)$ 由 R 上平方可积函数构成,即 $f(t) \in L^2(R) \Leftrightarrow \int_R |f(t)|^2 dt < +\infty$ 。

定义 1.1.2 设函数 $\psi(t) \in L^2(R)$, 满足允许条件, 且 $\hat{\psi}(0) = 0$, 即 $\int_R \psi(t) dt = 0$,

则称 $\psi(t)$ 为一个基本小波或母小波。将母小波 $\psi(t)$ 经伸缩和平移后得

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1-1-2)$$

则称 $\psi_{a,b}(t)$ 为小波函数。式中 a 为收缩因子, 以反映函数的尺度, b 为平移因子, 以检测小波函数在 t 轴上的平移位置, $a, b \in R$ 且 $a \neq 0$ 。

由上述定义可以看出, 小波函数不仅要求具有一定的局部性, 还要求具有一定的震荡性, 即其包含某种频率特征, 在一个区间上会很快地收敛于 0 或恒等于 0, 因此称 $\psi(t)$ 为“小”波。

(1) 小波变换

类似于 Fourier 变换, 小波变换的基本思想就是在簇基函数张成的空间上将信号进行投影来表征该信号, 下面介绍几种常见的小波变换:

1) 连续小波变换

计算连续小波变换的基本方法是数值近似计算方法, 首先计算出每一尺度下各个离散位置的小波变换, 然后将结果显示出来。从频域看, 用不同的 a 值做处理相当于不同中心频率的带通滤波器做处理; 从时域看, 表现为信号在各局部时段的处理结果。两者结合起来, 就有可能在某一尺度下的一定范围内将信号特性加以突出。因此, 对于任意的函数 $f(t) \in L^2(R)$, 其连续小波变换定义为:

$$W_f(a, b) = \left\langle f, \psi_{a,b} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_R f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (1-1-3)$$

式中, a, b, t 均为连续变量, $\psi(t)$ 是基本小波, $\overline{\psi(t)}$ 表示其复共轭, $\langle, \rangle$ 表示内积运算。简单地说, $W_f(a, b)$ 是连续小波在尺度 a 和位移 b 上与信号的内积, 表示信号与该点所代表的小波的相似程度。

如果母小波满足式 (1-1-1), 则可以通过连续小波变换系数来反演得到原信号 $f(t)$, 即对任意 f 上连续的点 $x \in R$, 其重构公式 (逆变换) 为

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a^2} W_f(a, b) \psi_{a,b}(t) da db \quad (1-1-4)$$

连续小波变换是线性变换, 具有以下重要性质:

- 线性: 一个多分量信号的小波变换等于各个分量的小波变换之和;
- 平移不变性: 若 $f(t)$ 的小波变换为 $W_f(a, b)$, 则 $f(t-\tau)$ 的小波变换为 $W_f(a, b-\tau)$;

- 伸缩共变性：若 $f(t)$ 的小波变换为 $W_f(a, b)$ ，则 $f(ct)$ 的小波变换为 $\frac{1}{\sqrt{c}}W_f(ca, cb)$ ， $c > 0$ ；
- 自相似性：对应不同尺度参数 a 和平移参数 b 的连续小波变换之间是相似的；
- 冗余性：小波变换的冗余性事实上是自相似性的直接反映，而小波变换在不同的 (a, b) 之间的相关性增加了分析和解释小波变换结果的困难。因此，小波变换的冗余度应尽可能减小，这也是小波分析中的主要问题之一。

2) 离散小波变换

由于小波变换 $W_f(a, b)$ 是在时间—尺度平面上的连续函数，它们之间的相关性很大。因此，人们希望能够在一些离散位移和离散尺度下也能计算小波变换，使得在小波变换相关性降低的同时，又不会丢失信息，即通过这些小波变换仍然可以重构原信号 $f(t)$ 。因此，有必要讨论连续小波 $\psi_{a,b}(t)$ 和连续小波变换 $W_f(a, b)$ 的离散化。

对于任意一个信号，离散小波变换第一步运算是将信号分为低频部分（近似部分）和离散部分（细节部分），其中，近似部分代表了信号的主要特征；第二步对低频部分再进行相似运算，依次进行到所需要的尺度。

通常，把连续小波变换中尺度参数 a 和平移参数 b 的离散公式分别取作 $a = a_0^j$ ， $b = ka_0^j b_0$ ，这里 $j, k \in \mathbb{Z}$ ，扩展步长 $a_0 \neq 1$ 是固定值。所以，对应的离散小波函数 $\psi_{j,k}(t)$ 可写作

$$\psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{a_0^j}} \psi\left(\frac{t - ka_0^j b_0}{a_0^j}\right) \quad (1-1-5)$$

而离散化小波变换系数则可表示为

$$C_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi_{j,k}(t)} dt \quad (1-1-6)$$

其重构公式为

$$f(t) = C \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (1-1-7)$$

式中， C 是一个与信号无关的常数。由式 (1-1-6) 可以看出，通过调整 j 值，可以使离散小波变换实现时频局部化功能，但是与连续小波变换不同的是，离散小波变换不具有平移不变性。

3) 二进小波变换

在离散小波变换中, 伸缩和平移系数是可数的, 重构过程用求和的形式给出。如果伸缩和平移能够满足一定的对应关系, 则称为二进小波变换。

在连续小波变换中, 如果参数 $a = 2^j$, $j \in Z$, 而参数 b 为连续值, 则可以得到二进小波:

$$\psi_{2^j, b}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t-b}{2^j}\right) \quad (1-1-8)$$

此时, $f(t) \in L^2(R)$ 的二进小波变换的定义为

$$W_f(2^j, b) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{2^j}\right)} dt \quad (1-1-9)$$

介于离散小波和连续小波之间的二进小波只是对尺度参数 a 进行了离散化, 在时域上它仍然保持平移量连续变化。因此, 二进小波变换具有连续小波变换的平移不变性, 这是它与离散小波变换之间最大的区别。

(2) 常用小波函数

同傅立叶分析不同, 小波函数不是唯一存在的, 且决定了小波变换的效率和效果, 所以小波函数的选取就成了十分重要的问题。目前广泛使用的有 Haar 小波、Daubechies 小波、Mexican Hat 小波、Morlet 小波等。

1) Haar 小波

Haar 函数是一组互相正交归一的函数集。Haar 小波由它衍生而得, 其定义如下:

$$\psi_H(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1/2 \\ -1 & 1/2 \leq x < 1 \\ 0 & x \notin [0, 1) \end{cases} \quad (1-1-10)$$

Haar 小波是所有已知小波中最简单的。显然, Haar 小波不是连续可微函数。

2) Daubechies 小波系

法国学者 Daubechies 对尺度取 2 的整幂条件下的小波变换进行了较深入的研究, 从两尺度差分方程的系数 $\{h_k\}$ 出发提出了 Daubechies 小波, 一般简写为 dbN, N 为小波阶数。除了 db1 (即 Haar 小波) 外, 其余的 db 系列小波函数不具有对称性 (即非线性相位), 且没有显式表达式, 但其 $\{h_k\}$ 可以用很简单的解析形式表达。

dbN 函数是紧支撑标准正交小波, 它提供了比 Haar 更有效的分析和综合, 并具有以下特点:

● 假设

$$P(y) = \sum_{k=0}^{N-1} C_k^{N-1+k} y^k \quad (1-1-11)$$

式中, C_k^{N-1+k} 为二项式的系数, 则有

$$|m_0(\omega)|^2 = \left(\cos^2 \frac{\omega}{2} \right)^N P \left(\sin^2 \frac{\omega}{2} \right) \quad (1-1-12)$$

式中, $m_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k=0}^{2N-1} h_k e^{-ik\omega}$ 。

- 小波函数和尺度函数的有效支撑长度为 $2N-1$, 小波函数的消失矩阶数为 N ;
- dbN 大多数不具有对称性, 对于有些小波函数, 不对称性是非常明显的;
- 正则性随着序号 N 的增加而增加;
- 函数具有正交性。

3) Mexican Hat 小波

Mexican Hat 小波是 Gauss 平滑函数的二阶导数, 由于波形与墨西哥草帽轮廓线相似而得名, 其函数形式为:

$$\psi(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-1/4} (1-t^2) e^{-t^2/2} \quad (1-1-13)$$

式中, 系数 $\frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-1/4}$ 主要是保证 $\psi(t)$ 的归一化, 即 $\|\psi\|^2 = 1$ 。

Mexican Hat 函数在时间域与频率域都有很好的局部化, 并且满足

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (1-1-14)$$

由于它的尺度函数不存在, 所以不具有正交性。

4) Morlet 小波

Morlet 小波是单频率复正弦函数, 具有较好的时、频域局部性, 其函数的定义为:

$$\psi(t) = e^{i\omega_0 t} e^{-t^2/2} \quad (1-1-15)$$

式中, ω_0 表示常数; i 为虚数。其傅立叶变换为:

$$\psi(\omega) = \sqrt{2\pi} e^{-(\omega-\omega_0)^2/2} \quad (1-1-16)$$

Morlet 小波的时间尺度 a 与周期 T 有如下关系:

$$T = \frac{4a\pi}{\omega_0 + \sqrt{2 + \omega_0^2}} \quad (1-1-17)$$

(3) 小波方差图

将域中所有时间尺度下的小波系数进行平方取值,再对其做积分,所得值即为小波方差:

$$Var(a) = \int_{-\infty}^{+\infty} |W_f(a, b)|^2 db \quad (1-1-18)$$

小波方差的一个重要意义在于它能够根据时间尺度来分解序列的样本方差,可以视为在单一尺度下随机信号序列的平均能量。因此,通过描述小波方差随尺度变化的过程,小波方差图能够完整地反映出时间序列中各尺度的能量强弱随尺度变化的特性,进而可以方便地找出时间序列中的主周期。

1.1.2 实例分析

根据三峡流域宜昌站的多年年平均径流量(1882~2006年)资料,其年径流变化过程曲线如图 1-1-1 所示。对流量时间序列进行距平处理,可以使距平值比原信号更接近于零,这样做出的小波系数图的振幅不会太大,从而能更好地反映出系数波动的细节。整理后的年径流距平序列见图 1-1-2。

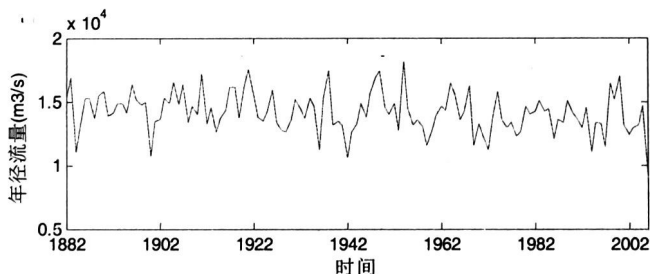


图 1-1-1 宜昌站天然年径流过程曲线(1882~2006年)

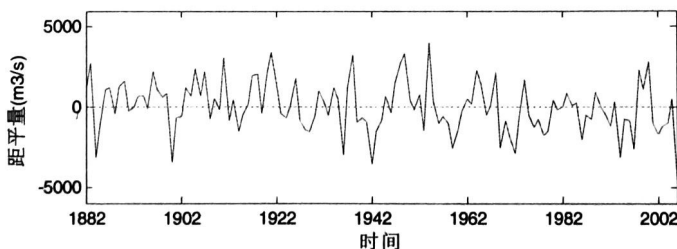


图 1-1-2 宜昌站年径流距平序列(1882~2006年)