MAKE THE AMBITIOUS
ONE EXCELLENT.

跨考教育®
WWW.KUAKAO.COM

理工社

官方指定考研图书

2015 KAOYANSHUXUE

考研数学(二)

历年真题权威详解

试卷版

考研数学阅卷组组长　张天德

10年（2005—2014）真题超精解

试卷评析：点明出题方向，透析必考点

错例分析：找准解题点，规避思维误区

阅卷人说：归纳题型技巧，以不变应万变

赠视频　2014年真题超精讲
2015高分备考指导

下载地址
http://book.kuakao.com/

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

2015KAOYANSHUXUE

考研数学(二)

历年真题权威详解

试卷版

考研数学阅卷组组长 张天德

副主编◎吕洪波 张焕玲
窦 慧 李 娜

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

考研数学(二)历年真题权威详解 / 张天德主编. —北京:北京理工大学出版社,2014.4
ISBN 978-7-5640-9028-9

Ⅰ.①考…　Ⅱ.①张…　Ⅲ.①高等数学-研究生-入学考试-题解　Ⅳ.①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 056854 号

出版发行 /北京理工大学出版社有限责任公司
社　　址 /北京市海淀区中关村南大街 5 号
邮　　编 /100081
电　　话 /(010)68914775(总编室)
　　　　　82562903(教材售后服务热线)
　　　　　68948351(其他图书服务热线)
网　　址 /http://www.bitpress.com.cn
经　　销 /全国各地新华书店
印　　刷 /河北天普润印刷厂
开　　本 /787 毫米×1092 毫米　1/16
印　　张 /15.25
字　　数 /358 千字
版　　次 /2014 年 4 月第 1 版　2014 年 4 月第 1 次印刷
定　　价 /32.80 元

责任编辑 /王玲玲
文案编辑 /王玲玲
责任校对 /孟祥敬
责任印制 /边心超

前　言

（一）

为了帮助参加硕士研究生入学考试的广大莘莘学子在最短的时间内轻松夺取考研数学高分，我们严格依据教育部制定的《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》，邀请到众多有着丰富命题、阅卷和辅导经验的一线名师精心编写了这本《考研数学（二）历年真题权威详解》。本书包含近十年的考研真题，答案解析扼要详实，方法指导高屋建瓴，考点总结提纲挈领，能极大地提高考生的解题技巧和思维方式，全面提升考生的基础能力和应考能力。

我们一向主张**“详研一套真题胜于十套模拟”**，这是因为历年的考研真题完全反映了考研命题的指导思想、基本原则和出题趋势，而所有考研题目又是从数不胜数的辅导材料中精挑细选出极具典型性和代表性的题目。而且通过反复研究真题，考生可以从中发现规律，归纳出考查的重点、难点及常考题型，准确把脉定位自己的薄弱环节，进一步明确复习方向。

（二）

本书包含最近的十套统考数学试题，内容编写系统、独到，主要特点是：

1. **全面归纳总结：既有对考点分布的汇总和常考知识点的归纳，同时又对重要题型的解题思路、解题方法和答题技巧进行了深层次的总结。**据此考生不仅可以从全局上对考试要点有整体性的把握，更可以纲举目张，系统的把握数学知识的内在逻辑性。

2. **互动能力提升：每套试卷的每个题目，从知识点到思路再到方法都给出了详实的点拨，部分难题、大题给出了一题多解，真正把每一个题目研究透。**通过对本书真题的研习，考生可以切实掌握考研数学考试的重点、难点以及深度，真正吃透题目解法，达到考试时胸有成竹的境界。

3. **深入剖析错节：根据编者多年的研究生入学考试数学阅卷经验，本书将各种典型错误解法放在相应的题目解答后面，考生可避免再犯同类的错误，杜绝失分现象。**培养思考错题、分析错题、善待错题的态度和习惯，可以有效减少失分。

我们在每套试卷中都独创性的设计了以下实用栏目，充分体现人性化：

试卷评析　采用直观、形象的图表形式，将每年的考点分类，明析考试大纲中的各部分内容在考研中所占的比重，方便考生从总体上把握试题的分布和变化趋势，对考研有一个动态的了解，做到“知己知彼”。

试题详解　透彻解析每道题目，点拨层层深入，完美再现命题人的意图。为此，我们设

置了一下几个特色板块：

【考点定位】从命题人的角度给出了想要考查的教材知识点，让考生掌握考研数学应该复习的重点内容。

【思路探索】从解题思路层面解析每一个题目，使考生不仅会做题目，而且会分析题目并会做同样类型的题目。

【错例分析】研习错误解法也是一种重要的学习方法。编者根据多年的考研阅卷工作的总结，给出了考试时往年考生常见的错误，研习他人和自己可能犯的错误，就能进一步明辨是非，不再重蹈覆辙。

【阅卷人说】就试题解答中所采用的方法进行总结，从解题的角度串起不同的知识点，使考生在潜移默化中培养数学思维模式。

测评结果　考研数学计算量很大，不少考生实际上无法在规定时间内完成所有题目。为此，我们建议考生按本书所给模式，模拟真实考场进行限时测评，既可以体会到考试的紧张感，提高计算速度，又可以根据自己的实际情况，对一些题目进行战略性的取舍。

（三）

就考研数学的复习而言，我们建议，首先制定一个合理的复习计划，因为数学内容多、任务重，准备不要太晚。其次，全面复习是基础，要重视课本。从近几年的试题来看，难度都不大，都是基本知识和基本技能的考查。因此复习时一定要吃透课本。最后，要详研真题，抓住重点。真题是任何模拟题都无法代替的，考生应该通过做真题进行查缺补漏，强化自己的能力。

阅读本书时，应先自己动手做题，再将自己的结果与本书中的解法相比较。考生从平时就要加强对自己计算能力的训练，同时尽量按步骤把每一个题目的解答过程写下来，一来避免出错，二来养成卷面整洁的习惯。另外我们建议考生把本书的全部试题做2～3遍，通过反复练习，把不明白的地方真正弄明白，达到看到类似的题目就能想到解题思路的地步，才可以在最后的考试中做到胸有成竹。

增值服务　本书附赠“2014年真题超精讲，2015高分备考指导”免费高清视频，下载地址为http://book.kuakao.com/。视频透彻地剖析了2014年考研真题各道试题、得分率，帮助考生了解考试重难点、命题方向，为2015年考研的学生定制考研数学高分备考攻略。

答疑解惑　考生有任何问题或建议，可以通过以下方式与编者进行相关内容的探讨：(1)新浪微博：@跨考图书；(2)考研数学QQ答疑群：233473636；(3)微信群：kuakao_tushu；(4)YY答疑群：80176频道。

本书由张天德主编，吕洪波、张焕玲、窦慧、李娜副主编。衷心希望我们的这本《考研数学(二)历年真题权威详解》能对您有所裨益。祝愿所有备考硕士研究生入学考试的学子们获取高分，心想事成！

编　者

绝密★启用前

2014年全国硕士研究生入学统一考试

数学(二)试题

一、填空题:1~8小题,每小题4分,共32分.下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的.

(1) 当 $x\to 0^+$ 时,若 $\ln^\alpha(1+2x)$,$(1-\cos x)^{\frac{1}{\alpha}}$ 均是比 x 高阶的无穷小,则 α 的取值范围是 【　】

(A) $(2,+\infty)$.　(B) $(1,2)$.　(C) $\left(\frac{1}{2},1\right)$.　(D) $\left(0,\frac{1}{2}\right)$

(2) 下列曲线中有渐近线的是 【　】

(A) $y=x+\sin x$.　(B) $y=x^2+\sin x$.

(C) $y=x+\sin\frac{1}{x}$.　(D) $y=x^2+\sin\frac{1}{x}$.

(3) 设函数 $f(x)$ 具有2阶导数,$g(x)=f(0)(1-x)+f(1)x$,则在区间 $[0,1]$ 上 【　】

(A) 当 $f'(x)\geqslant 0$ 时,$f(x)\geqslant g(x)$.　(B) 当 $f'(x)\geqslant 0$ 时,$f(x)\leqslant g(x)$.

(C) 当 $f''(x)\geqslant 0$ 时,$f(x)\geqslant g(x)$.　(D) 当 $f''(x)\geqslant 0$ 时,$f(x)\leqslant g(x)$.

(4) 曲线 $\begin{cases}x=t^2+7,\\ y=t^2+4t+1\end{cases}$ 上对应于 $t=1$ 的点处的曲率半径是

(A) $\frac{\sqrt{10}}{50}$.　(B) $\frac{\sqrt{10}}{100}$.　(C) $10\sqrt{10}$.　(D) $5\sqrt{10}$.

(5) 设函数 $f(x)=\arctan x$.若 $f(x)=xf'(\xi)$,则 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\xi^2}{x^2}=$ 【　】

(A) 1.　(B) $\frac{2}{3}$.　(C) $\frac{1}{2}$.　(D) $\frac{1}{3}$.

(6) 设函数 $u(x,y)$ 在有界闭区域 D 上连续,在 D 的内部具有2阶连续偏导数,且满足 $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\neq 0$ 及 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$,则 【　】

(A) $u(x,y)$ 的最大值和最小值都在 D 的边界上取得.

(B) $u(x,y)$ 的最大值和最小值都在 D 的内部取得.

(C) $u(x,y)$ 的最大值在 D 的内部取得,最小值在 D 的边界上取得.

(D) $u(x,y)$ 的最小值在 D 的内部取得,最大值在 D 的边界上取得.

(7) 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & a & b & 0 \\ a & 0 & 0 & b \\ 0 & c & d & 0 \\ c & 0 & 0 & d \end{vmatrix} =$ 【　】

(A) $(ad-bc)^2$.　(B) $-(ad-bc)^2$.　(C) $a^2d^2-b^2c^2$.　(D) $b^2c^2-a^2d^2$.

(8) 设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 均为 3 维向量，则对任意常数 k,l，向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1+k\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_2+l\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关是向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关的 【　】

(A) 必要非充分条件.　(B) 充分非必要条件.

(C) 充分必要条件.　(D) 既非充分也非必要条件.

二、填空题：9～14 小题，每小题 4 分，共 24 分.

(9) $\int_{-\infty}^{1} \frac{1}{x^2+2x+5}\mathrm{d}x =$ ________.

(10) 设 $f(x)$是周期为 4 的可导奇函数，且 $f'(x)=2(x-1)$，$x\in[0,2]$，则 $f(7)=$________.

(11) 设 $z=z(x,y)$是由方程 $\mathrm{e}^{2yz}+x+y^2+z=\frac{7}{4}$确定的函数，则 $\mathrm{d}z\Big|_{(\frac{1}{2},\frac{1}{2})}=$________.

(12) 曲线 L 的极坐标方程是 $r=\theta$，则 L 在点$(r,\theta)=\left(\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$处的切线的直角坐标方程是________.

(13) 一根长度为 1 的细棒位于 x 轴的区间$[0,1]$上，若其线密度 $\rho(x)=-x^2+2x+1$，则该细棒的质心坐标$\bar{x}=$________.

(14) 设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-x_2^2+2ax_1x_3+4x_2x_3$ 的负惯性指数为 1，则 a 的取值范围是________.

三、解答题：15～23 小题，共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15)（本题满分 10 分）

求极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\int_1^x\left[t^2(\mathrm{e}^{\frac{1}{t}}-1)-t\right]\mathrm{d}t}{x^2\ln(1+\frac{1}{x})}$.

(16)(本题满分 10 分)

已知函数 $y=y(x)$ 满足微分方程 $x^2+y^2y'=1-y'$,且 $y(2)=0$,求 $y(x)$ 的极大值与极小值.

(17)(本题满分 10 分)

设平面区域 $D=\{(x,y)\mid 1\leqslant x^2+y^2\leqslant 4,x\geqslant 0,y\geqslant 0\}$,计算 $\iint\limits_D \frac{x\sin(\pi\sqrt{x^2+y^2})}{x+y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

(18)（本题满分 10 分）

设函数 $f(u)$ 具有 2 阶连续导数，$z=f(e^x\cos y)$ 满足

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=(4z+e^x\cos y)e^{2x}.$$

若 $f(0)=0, f'(0)=0$，求 $f(u)$ 的表达式.

(19)（本题满分 10 分）

设函数 $f(x), g(x)$ 在区间$[a,b]$上连续，且 $f(x)$ 单调增加，$0\leqslant g(x)\leqslant 1$. 证明：

(Ⅰ) $0\leqslant\int_a^x g(t)\mathrm{d}t\leqslant x-a, x\in[a,b]$；

(Ⅱ) $\int_a^{a+\int_a^b g(t)\mathrm{d}t} f(x)\mathrm{d}x\leqslant\int_a^b f(x)g(x)\mathrm{d}x$.

(20)（本题满分 11 分）

设函数 $f(x)=\dfrac{x}{1+x}, x\in[0,1]$. 定义函数列：

$$f_1(x)=f(x), f_2(x)=f(f_1(x)), \cdots, f_n(x)=f(f_{n-1}(x)), \cdots$$

记 S_n 是由曲线 $y=f_n(x)$，直线 $x=1$ 及 x 轴所围平面图形的面积，求极限 $\lim\limits_{n\to\infty} nS_n$.

(21)（本题满分 11 分）

已知函数 $f(x,y)$ 满足 $\dfrac{\partial f}{\partial y}=2(y+1)$，且 $f(y,y)=(y+1)^2-(2-y)\ln y$，求曲线 $f(x,y)=0$ 所围图形绕直线 $y=-1$ 旋转所成旋转体的体积.

(22)（本题满分 11 分）

设 $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3 & -4\\ 0 & 1 & -1 & 1\\ 1 & 2 & 0 & -3\end{pmatrix}$，$E$ 为 3 阶单位矩阵.

（Ⅰ）求方程组 $Ax=0$ 的一个基础解系.

（Ⅱ）求满足 $AB=E$ 的所有矩阵 B.

(23)（本题满分 11 分）

证明 n 阶矩阵 $\begin{pmatrix}1 & 1 & \cdots & 1\\ 1 & 1 & \cdots & 1\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 1 & 1 & \cdots & 1\end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix}0 & \cdots & 0 & 1\\ 0 & \cdots & 0 & 2\\ \vdots & & \vdots & \vdots\\ 0 & \cdots & 0 & n\end{pmatrix}$ 相似.

2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学(二)真题点评

答案速查

一、选择题

(1) B　(2) C　(3) D　(4) C　(5) D　(6) A　(7) B　(8) A

二、填空题

(9) $\frac{3\pi}{8}$　(10) 1　(11) $-\frac{1}{2}(\mathrm{d}x+\mathrm{d}y)$　(12) $\frac{2}{\pi}x+y-\frac{\pi}{2}=0$　(13) $\frac{11}{20}$　(14) $[-2,2]$

三、解答题

(15) $\frac{1}{2}$

(16) $y(x)$的极小值为 $y(-1)=0$,极大值为 $y(1)=1$

(17) $-\frac{3}{4}$

(18) $f(u)=\frac{1}{16}(\mathrm{e}^{2u}-\mathrm{e}^{-2u}-4u)$

(19) 略

(20) 1

(21) $V=\left(2\ln 2-\frac{5}{4}\right)\pi$

(22) (Ⅰ) 一个基础解系为 $\boldsymbol{\alpha}=\begin{pmatrix}-1\\2\\3\\1\end{pmatrix}$

(Ⅱ) $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}2&6&-1\\-1&-3&1\\-1&-4&1\\0&0&0\end{pmatrix}+(k_1\boldsymbol{\alpha},k_2\boldsymbol{\alpha},k_3\boldsymbol{\alpha})$

k_1,k_2,k_3 为任意常数.

(23) 略.

测评结果

题型 / 测评项目	选择题 1～8	填空题 9～14	解答题 15～18	解答题 19～21	解答题 22～23	合计
建议用时	25 分钟	25 分钟	65 分钟	40 分钟	25 分钟	180 分钟
实际用时						
得　　分						

试卷评析

考点分布表一(高等数学部分)

考　　点	极限	一元微分学	一元积分学	多元微分学	多元积分学	微分方程
分　　数	22	22	15	32	10	15

考点分布表二(线性代数部分)

考　　点	行列式	矩阵	向量	线性方程组	特征值	二次型
分　　数	4	7	4	4	11	4

2014年数学(二)试卷的难度跟往年相比基本持平，题型大部分是往年的常考题型.题目入手不困难，而且计算量不太大，个别题目比较新颖，如第(12)题已知极坐标方程，要求写出切线的直角坐标方程，形式很新，实质上考的还是导数的变化，难度不大，但考查了考生做题的灵活性.

高等数学部分都是常考题型，中规中矩，应用题目难度降低，如果考生平时复习时注意基础知识的全面复习，不会失分太多.总体来看，高等数学部分的得分率应该比往年提高.

线性代数部分考查的是基本题型，对基本概念、基本结论的要求较高.如第(23)题考查了相似矩阵的多个概念、性质、判别方法的综合运用.线性代数部分的得分率与往年的相持平.

试题详解

一、选择题

(1) B

【考点定位】无穷小的比较.

【思路探索】利用无穷小比较的定义或者等价无穷小的常用结论做出判断.

解　当 $x\to 0$ 时，$\ln^{\alpha}(1+2x)\sim(2x)^{\alpha}$

$$(1-\cos x)^{\frac{1}{\alpha}}\sim\left(\frac{x^2}{2}\right)^{\frac{1}{\alpha}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\cdot x^{\frac{2}{\alpha}}$$

所以 $\alpha>1$ 且 $\frac{2}{\alpha}>1$，即 $1<\alpha<2$.

故应选 B.

阅卷人说>>>

本题用到等价无穷小的常用结论：

当 $x\to 0$ 时，$\ln(1+x)\sim x$，$1-\cos x\sim \dfrac{x^2}{2}$.

另外，本题也可以用定义，通过以下两极限确定 α：

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln^{\alpha}(1+2x)}{x}=0,\lim_{x\to 0}\frac{(1-\cos x)^{\frac{1}{\alpha}}}{x}=0.$$

(2) C

【考点定位】 求渐近线.

【思路探索】 利用渐近线定义判断哪条曲线有斜渐近线.

解 对于 $y=x+\sin\dfrac{1}{x}$，可知

$$a=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x+\sin\frac{1}{x}}{x}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\sin\frac{1}{x}\right)=1,$$

$$b=\lim_{x\to\infty}[f(x)-ax]=\lim_{x\to\infty}\sin\frac{1}{x}=0.$$

所以 $y=x$ 是 $y=x+\sin\dfrac{1}{x}$ 的斜渐近线.

故应选 C.

阅卷人说>>>

渐近线的定义：

若 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$，则称直线 $y=A$ 为曲线 $y=f(x)$ 的水平渐近线（将 $x\to+\infty$ 改为 $x\to-\infty$ 仍有此定义）.

若 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=A$，则称直线 $x=x_0$ 为曲线 $y=f(x)$ 的铅直渐近线（将 $x\to x_0^+$ 改为 $x\to x_0^-$ 仍有此定义）.

若 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a(a\neq 0)$，且 $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-ax]=b$，则称直线 $y=ax+b$ 为曲线 $y=f(x)$ 的斜渐近线（将 $x\to+\infty$ 改为 $x\to-\infty$ 仍有此定义）.

(3) D

【考点定位】 曲线的凹凸性定义及判断方法.

【思路探索】 利用凹凸性并结合图 14-1 可快速得出结论.

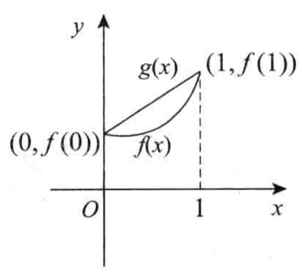

图 14-1

解 当 $f''(x)\geqslant 0$ 时，$f(x)$ 是凹函数.

而 $g(x)=[f(1)-f(0)]x+f(0)$ 可视为连接 $(0,f(0))$ 与 $(1,f(1))$ 的直

线段，如图 14-1 所示，则 $f(x)\leqslant g(x)$.

故应选 D.

阅卷人说》》

本题也可以构造辅助函数而判断.

令 $F(x)=g(x)-f(x)=f(0)(1-x)+f(1)x-f(x)$,

则 $F(0)=F(1)=0, F'(x)=-f(0)+f(1)-f'(x), F''(x)=-f''(x)$.

若 $f''(x)\geqslant 0$，则 $F''(x)\leqslant 0$，$F(x)$ 在 $[0,1]$ 上为凸的.

又 $F(0)=F(1)=0$，所以当 $x\in[0,1]$ 时，$F(x)\geqslant 0$,

从而 $g(x)\geqslant f(x)$.

(4) C

【考点定位】曲线的曲率问题.

【思路探索】先对参数方程求导，再代入曲率半径公式.

解 $$\left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{t=1}=\left.\frac{2t+4}{2t}\right|_{t=1}=3$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{t=1}=\left.\frac{-\frac{2}{t^2}}{2t}\right|_{t=1}=-1$$

曲率 $k=\dfrac{|y''|}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}=\dfrac{1}{10\sqrt{10}}$，曲率半径 $R=\dfrac{1}{k}=10\sqrt{10}$.

故应选 C.

(5) D

【考点定位】未定式极限.

【思路探索】先确定 ξ^2，再用洛必达法则求极限.

解 $f(x)=\arctan x, f'(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$.

由于 $f(x)=xf'(\xi)$，所以 $\arctan x=\dfrac{x}{1+\xi^2}$.

则 $\xi^2=\dfrac{x-\arctan x}{\arctan x}$;

$$\lim_{x\to 0}\frac{\xi^2}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{x-\arctan x}{x^2\arctan x}=\lim_{x\to 0}\frac{x-\arctan x}{x^3}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\frac{1}{1+x^2}}{3x^2}=\frac{1}{3}.$$

故应选 D.

阅卷人说》》

求未定式极限方法多样，本题使用洛必达法则时，结合等价无穷小代换（$x\to 0$ 时，$\arctan x\sim x$）较为简便.

（6）A

【考点定位】二元函数的最值问题.

【思路探索】利用连续函数在有界闭区域上最值求法做出判断.

解 因为 $u(x,y)$ 在 D 上连续，所以必有最大值和最小值. 如果在 D 内部有驻点 (x_0,y_0)，则在该点处

$$A=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},B=\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y},C=\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

由已知条件 $B\neq 0,A+C=0$，显然 $AC-B^2=-A^2-B^2<0$，

则在 D 内部 $u(x,y)$ 无最值，最值只能在 D 的边界上取得.

故应选 A.

阅卷人说》》

二元函数 $z=f(x,y)$ 在有界闭区域 D 上最值有两种情形：

① 在 D 的边界上取得；

② 在 D 的内部取得，此时最值点必为极值点.

若 (x_0,y_0) 为驻点，则 $AC-B^2>0$ 时，$f(x_0,y_0)$ 为极值；

$AC-B^2<0$ 时，$f(x_0,y_0)$ 非极值；

$AC-B^2=0$ 时，另作讨论.

（7）B

【考点定位】行列式计算.

【思路探索】行列式按某一行（列）展开.

解 由行列式展开定理按第一列展开：

$$\begin{vmatrix}0&a&b&0\\a&0&0&b\\0&c&d&0\\c&0&0&d\end{vmatrix}=-a\begin{vmatrix}a&b&0\\c&d&0\\0&0&d\end{vmatrix}-c\begin{vmatrix}a&b&0\\0&0&b\\c&d&0\end{vmatrix}$$

$$=-ad\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}+bc\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}$$
$$=-ad(ad-bc)+bc(ad-bc)$$
$$=-(ad-bc)^2.$$

故应选 B.

阅卷人说》》》

本题难度极低，按任意一行或一列展开都可以降阶.

行列式展开定理：

$$D=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}A_{ik},D=\sum_{k=1}^{n}a_{kj}A_{kj}.$$

(8) A

【考点定位】 向量的线性无关性.

【思路探索】 利用线性无关的判别法并结合反例.

解 因为$(\boldsymbol{\alpha}_1+k\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_2+l\boldsymbol{\alpha}_3)=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3)\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ k & l\end{pmatrix}$

$$=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3)\boldsymbol{A}$$

对任意的常数 k,l,矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩都为 2,

所以若向量 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关,则

$\boldsymbol{\alpha}_1+k\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_2+l\boldsymbol{\alpha}_3$ 一定线性无关.

而当 $\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_3=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ 时,

对任意的常数 k,l,向量 $\boldsymbol{\alpha}_1+k\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_2+l\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关,但 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性相关.

故应选 A.

阅卷人说》》》

本题用到向量但线性相关性与矩阵的秩的关系，常用结论如下：

① 设 $\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m)$，则 $r(\boldsymbol{A})<m$ 时，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 线性相关；

$r(\boldsymbol{A})=m$ 时，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 线性无关.

② 矩阵乘以满秩矩阵秩不变.或者，若 $\boldsymbol{G}$ 为列向量线性无关的矩阵，$\boldsymbol{H}$ 为行向量线性无关的矩阵，则 $r(\boldsymbol{GA})=r(\boldsymbol{AH})=r(\boldsymbol{A})$.