附：全国统一命题考试试题详解

工程数学 习题解答

概率论与数理统计（教材）

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

中国人民大学 姚唐生／主编

（公共课程）

M F E B

新编本

线装书局

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

工程数学(概率论与数理统计)教材
习题解答

(含全国统一考试试题详解)

主　编　姚唐生
副主编　宣　捷
编　者　濮人法

线装书局

图书在版编目(CIP)数据

工程数学(概率论与数理统计)习题解答/姚唐生主编.—北京:线装书局,2003.8

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

ISBN 7-80106-281-7

Ⅰ.工… Ⅱ.姚… Ⅲ.①概率论—应用—工程技术—高等教育—自学考试—解题②数理统计—应用—工程技术—高等教育—自学考试—解题 Ⅳ.TB114-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 070589 号

书　　　名:全国高等教育自学考试指定教材辅导用书
　　　　　　工程数学(概率论与数理统计)习题解答
著作责任者:姚唐生　主编
责 任 编 辑:李可可　于瑾
标 准 书 号:7-80106-281-7/G·77
出　版　者:线装书局
地　　　址:北京市朝阳区春秀路太平庄 10 号　100027
印　刷　者:天津市蓟县宏图印务有限公司
　　　　　　880 毫米×1230 毫米　大 32 开本　7.125 印张　190 千字
　　　　　　2003 年 10 月第 1 版　2003 年 10 月第 1 次印刷
　　　　　　印数:1～10000 册
定　　　价:15.00 元

说　明

本书是全国高等教育自学考试指导委员会组编的指定教材《工程数学(概率论与数理统计)》(范金城主编,辽宁大学出版社出版)的配套用书。

本书的特点:

1. **本书将指定教材全部章节的习题逐一做出详细的解答**,且解答的思路清晰,方法简便,易于读者理解和掌握。针对有些习题还列出了多种解法。

2. 每一章后都列有 2001 ~ 2003 年的统一考试试题,按考核内容归纳分类,解题过程详细,并有解题思路的分析,对选择题还给了选与不选的理由。

本书旨在帮助应试者全面掌握本课程的内容,熟悉相关知识的统考题型,掌握应试中所必需的技巧,从而取得理想的应试效果。

本书由中国人民大学姚唐生副教授编写,姚唐生副教授多年来从事高等教育自学考试的教学工作,积累了一整套行之有效的教学经验,并多次编写与高等数学相关的辅导教材。他负责的教学班的及格率和优秀率远远超出社会上的平均水平,在考研、成考、自考和专升本的考前辅导教学中,以其卓著的成绩和良好的信誉受到广大师生的好评。

我们相信本书的出版,对广大考生学习本课程具有切实的指导意义,从而帮助考生为顺利通过考试打下良好的基础。

一分耕耘,一分收获,祝广大考生在考试中取得优异的成绩。

编　者

2003 年 10 月

目　录

注 该章考试大纲不要求

第一章　随机事件与概率

习题1解答

（见教材第7页）

1. 设 A,B,C 表示三个随机事件，试以 A,B,C 的运算来表示下列事件：

(1) A,B,C 中恰好一个发生；

(2) A 不发生，而 B,C 中至少一个发生；

(3) A,B,C 中至少有两个发生；

(4) A,B,C 中不多于一个发生．

思路　此题要运用随机事件的和、差、积、逆的运算．

由 A,B,C 表示随机事件，可知

$\overline{A}$ 表示 A 不发生，$\overline{B}$ 表示 B 不发生，$\overline{C}$ 表示 C 不发生；

$A\overline{B}\,\overline{C}$ 表示 A,B,C 中恰 A 发生，而 B 与 C 不发生；

$\overline{A}B\overline{C}$ 表示 A,B,C 中恰 B 发生，而 A 与 C 不发生；

$\overline{A}\,\overline{B}C$ 表示 A,B,C 中恰 C 发生，而 A 与 B 不发生；

$AB\overline{C}$ 表示 A,B,C 中恰 A 与 B 发生，而 C 不发生；

$A\overline{B}C$ 表示 A,B,C 中恰 A 与 C 发生，而 B 不发生；

$\overline{A}BC$ 表示 A,B,C 中恰 B 与 C 发生，而 A 不发生；

ABC 表示 A,B,C 都发生；

$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$ 表示 A,B,C 都不发生．

解　(1) 可用 $A\overline{B}\,\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\,\overline{B}C$ 表示 A,B,C 中恰有一个发生．

(2) 可用 $\overline{A}(B\cup C)$ 表示 A,B,C 中 A 不发生，而 B,C 至少有一个发生．

(3) 可用 $AB\overline{C} \cup A\overline{B}C \cup \overline{A}BC \cup ABC$ 或 $AB \cup AC \cup BC$ 表示 A,B,C 中至少有两个发生 .

(4) 可用 $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} \cup A\overline{B}\,\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\,\overline{B}C$ 或 $\overline{AB \cup AC \cup BC}$ 表示 A,B,C 中不多于一个发生 .

2. 袋中有十个球,分别编有 1 至 10 的号码,从中任取一球,设:

A = {取得球的号码是偶数}

B = {取得球的号码是奇数}

C = {取得球的号码小于 5}

问下述运算分别表示什么事件:

(1) $A \cup B$;

(2) AB;

(3) AC;

(4) $\overline{A}\,\overline{C}$;

(5) $\overline{B \cup C}$.

解 设 $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

$A = \{2,4,6,8,10\}$

$B = \{1,3,5,7,9\}$

$C = \{1,2,3,4\}$

$\overline{A} = B, \overline{B} = A, \overline{C} = \{5,6,7,8,9,10\}$

(1) $A \cup B = \{2,4,6,8,10\} \cup \{1,3,5,7,9\} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\} = \Omega$

(2) $AB = \{2,4,6,8,10\} \cap \{1,3,5,7,9\} = \{\}$ 或 $\varnothing$

(3) $AC = \{2,4,6,8,10\} \cap \{1,2,3,4\} = \{2,4\}$

(4) $\overline{A}\,\overline{C} = \{1,3,5,7,9\} \cap \{5,6,7,8,9,10\} = \{5,7,9\}$

(5) $\overline{B \cup C} = \Omega - (B \cup C)$

$= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\} - (\{1,3,5,7,9\} \cup \{1,2,3,4\})$

$= \{6,8,10\}$

3. 随机点 x 落在区间 $[a,b]$ 上这一事件记作 $\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$. 设 $\Omega = \{x \mid -\infty < x < +\infty\}, A = \{x \mid 0 \leqslant x < 2\}, B = \{x \mid 1 \leqslant x < 3\}$.

问下述运算分别表示什么事件：

(1) $A\cup B$；

(2) AB；

(3) $\overline{A}$；

(4) $A\overline{B}$.

解 (1) $A\cup B=\{x\mid 0\leqslant x<2\}\cup\{x\mid 1\leqslant x<3\}$

$=\{x\mid 0\leqslant x<3\}$

(2) $AB=\{x\mid 0\leqslant x<2\}\cap\{x\mid 1\leqslant x<3\}$

$=\{x\mid 1\leqslant x<2\}$

(3) $\overline{A}=\Omega-A$

$=\{x\mid -\infty<x<+\infty\}-\{x\mid 0\leqslant x<2\}$

$=\{x\mid -\infty<x<0$ 或 $2\leqslant x<+\infty\}$

(4) 由 $\overline{B}=\Omega-B$

$=\{x\mid -\infty<x<+\infty\}-\{x\mid 1\leqslant x<3\}$

$=\{x\mid -\infty<x<1$ 或 $3\leqslant x<+\infty\}$

得 $A\overline{B}=\{x\mid 0\leqslant x<2\}\cap\{x\mid -\infty<x<1$ 或 $3\leqslant x<+\infty\}$

$=\{x\mid 0\leqslant x<1\}$

4. 若要击落飞机必须同时击毁2个发动机或击毁驾驶舱，记：

$A_1=\{$击毁第一个发动机$\}$；

$A_2=\{$击毁第二个发动机$\}$；

$B=\{$击毁驾驶舱$\}$.

试用 A_1,A_2 和 B 表示{飞机被击落}的事件.

解 {飞机被击落}

= {同时击毁两个发动机或击毁驾驶舱}

= {击毁第一个发动机} ∩ {击毁第二个发动机} ∪ {击毁驾驶舱}

$=A_1A_2\cup B$

习题2解答

（见教材第15页）

1. 已知 $A \subset B, P(A) = 0.2, P(B) = 0.3$，求：

(1) $P(\overline{A}), P(\overline{B})$；

(2) $P(A \cup B)$；

(3) $P(AB)$；

(4) $P(\overline{A}B)$；

(5) $P(A - B)$.

解 (1) 由 $P(A) = 0.2$

可知 $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.2 = 0.8$

由 $P(B) = 0.3$

可知 $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.3 = 0.7$

(2) 由 $A \subset B$

可知 $A \cup B = B$

因而 $P(A \cup B) = P(B) = 0.3$

(3) 由 $A \subset B$

可知 $AB = A$

因而 $P(AB) = P(A) = 0.2$

(4) 由 $A \subset B$

可知 $\overline{A}B = (\Omega - A)B = \Omega B - AB = B - A$

因而

$$
\begin{aligned}
P(\overline{A}B) &= P(B - A) \\
&= P(B) - P(A) \\
&= 0.3 - 0.2 \\
&= 0.1
\end{aligned}
$$

(5) 由 $A \subset B$

可知

$$
\begin{aligned}
A - B &= A\overline{B} = A(\Omega - B) \\
&= A\Omega - AB \\
&= A - A
\end{aligned}
$$

$= \varnothing$

因而 $P(A-B) = P(\varnothing) = 0$

2. 已知 A,B 两个事件满足条件

$$P(AB) = P(\overline{A}\,\overline{B}),且\ P(A) = p,$$

求 $P(B)$

解 由事件的运算：

$\overline{A}\,\overline{B} = (\Omega - A)(\Omega - B)$

$= \Omega + AB - \Omega A - \Omega B$

$= \Omega - (A \cup B)$

又 $P(\Omega) = 1$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

$P(A) = p$

可知 $P(AB) = P(\overline{A}\,\overline{B})$

$= P[\Omega - (A \cup B)]$

$= P(\Omega) - P(A \cup B)$

$= 1 - P(A) - P(B) + P(AB)$

因而 $P(B) = 1 - P(A) = 1 - p$

3. 设 A,B,C 是三个事件，且

$$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$$

$$P(AB) = P(BC) = 0, P(AC) = \frac{1}{8}$$

求 A,B,C 至少有 1 个发生的概率．

解 A,B,C 中至少有一个发生，即 $A \cup B \cup C$，其概率即 $P(A \cup B \cup C)$，

由 $ABC \subset AB$，并且 $P(AB) = 0$，可知

$0 \leqslant P(ABC) < P(AB) = 0$，即 $P(ABC) = 0$.

由三个事件和的概率公式可知

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 0 - \frac{1}{8} - 0 + 0$$

$$= \frac{5}{8}$$

4. 有50件产品，其中45件正品，5件次品．今从中任取3件，求其中恰好有1件次品的概率．

解　从50件产品中，任取3件的取法，应该用组合数公式计算，即 $C_{50}^{3} = \frac{50 \times 49 \times 48}{3 \times 2 \times 1} = 19600$

从50件产品中任取3件，恰有1件次品的取法为

$$C_5^1 C_{45}^2 = 5 \times \frac{45 \times 44}{2 \times 1} = 4950$$

因而从50件产品中任取3件恰有1件次品，作为事件记作 A，其概率可用古典概型的概率公式计算如下：

$$P(A) = \frac{C_5^1 C_{45}^2}{C_{50}^3} = \frac{4590}{19600} = \frac{59}{392} \approx 0.253 \text{ 或 } 25.3\%$$

5. 从1,2,3,4,5五个数码中，任取3个不同数码排成三位数，求：

(1) 所得三位数为偶数的概率；

(2) 所得三位数为奇数的概率．

解　从数码1,2,3,4,5中，任取3个，排成三位数，其排列数，应该用排列数公式计算，即

$$P_5^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

而排成三位奇数，其排列数为

$$P_3^1 P_4^2 = 3 \times 4 \times 3 = 36$$

排成三位偶数，其排列数为

$$P_2^1 P_4^2 = 2 \times 4 \times 3 = 24$$

因而所得三位数为奇数作为事件记作 A，其概率为

$$P(A) = \frac{P_3^1 P_4^2}{P_5^3} = \frac{36}{60} = \frac{3}{5} = 0.6$$

所得三位数为偶数作为事件记作 B，其概率为

$$P(B) = \frac{P_2^1 P_4^2}{P_5^3} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5} = 0.4$$

6. 电话号码由六个数字组成，每个数字可以是0,1,2,…,9中任一个数（但第一个数字不能为0），求电话号码是由完全不相同的数

字组成的概率．

解　由0,1,2,…,9这十个数字任意组成6个数字的电话号码，其排列数为

$$P_{10}^1P_{10}^1P_{10}^1P_{10}^1P_{10}^1P_{10}^1 = 10^6$$

若第一个数字不能为0,并且六个数字完全不相同,其排列数为

$$P_9^1P_9^5 = 9\times9\times8\times7\times6\times5 = 136080$$

因而由完全不相同的数字组成第1个数字不为0的六位电话号码作为事件记作 A,其概率可用古典概型的概率公式计算如下：

$$P(A) = \frac{P_9^1P_9^5}{10^6} = \frac{136080}{1000000} = 0.13608$$

7．袋中有5个白球和3个黑球,从其中任取2个球,求：

(1) 取得的二球同色的概率；

(2) 取得的二球至少有一个是白球的概率．

解　从装有5个白球和3个黑球的袋中任取两个球,其组合数为 $C_8^2 = 28$

而任取两个球同色,其组合数为

$$C_5^2 + C_3^2 = 13$$

任取两个球至少有一个白球,其组合数为

$$C_5^1C_3^1 + C_5^2 = 25$$

因而取得的两个球同色作为事件记作 A,其概率为

$$P(A) = \frac{C_5^2 + C_3^2}{C_8^2} = \frac{13}{28}$$

取得的两个球至少有一个白球作为事件记作 B,其概率为

$$P(B) = \frac{C_5^1C_3^1 + C_5^2}{C_8^2} = \frac{25}{28}$$

习题3解答

（见教材第29页）

1. 一批零件共100个，次品率为10%，每次从其中任取一个零件，共取3次，取出后不放回，求第三次才取得合格品的概率。

解　100个零件的次品数为 $100\times10\%=10$，

正品数为 $100-10=90$，

第 i 次取得合格品（或次品），作为事件记作 A_i（或$\overline{A_i}$），$i=1,2,3$，第三次才取得合格品作为事件记作$\overline{A_1}\ \overline{A_2}A_3$，其概率可用概率乘法公式

$$P(A_1A_2)=P(A_1)P(A_2/A_1)$$

计算如下：

$$P(\overline{A_1}\ \overline{A_2}A_3)=P(\overline{A_1})P(\overline{A_2}/\overline{A_1})P(A_3/\overline{A_1}\ \overline{A_2})$$

$$=\frac{C_{10}^1}{C_{100}^1}\frac{C_9^1}{C_{99}^1}\frac{C_{90}^1}{C_{98}^1}$$

$$=0.0083$$

（**注**　教材第297页，此题答案0.0583应为0.0083）

2. 10个零件中有3个次品和7个合格品，每次从其中任取一个零件，共取3次，取出后不放回，求：

(1) 这3次都不抽到合格品的概率；

(2) 这3次中至少有一次抽到合格品的概率。

解　第 i 次取得合格品（或次品）作为事件记作 A_i（或$\overline{A_i}$），$i=1,2,3$，

3次都没取得合格品作为事件记作$\overline{A_1}\ \overline{A_2}\ \overline{A_3}$，其概率为

$$P(\overline{A_1}\ \overline{A_2}\ \overline{A_3})=P(\overline{A_1})P(\overline{A_2}/\overline{A_1})P(\overline{A_3}/\overline{A_1}\ \overline{A_2})$$

$$=\frac{C_3^1}{C_{10}^1}\frac{C_2^1}{C_9^1}\frac{C_1^1}{C_8^1}$$

$$=0.0083$$

3次至少有一次取得合格品作为事件记作 $A_1\cup A_2\cup A_3$，其概率为

$$P(A_1\cup A_2\cup A_3)=1-P(\overline{A_1\cup A_2\cup A_3})$$

$$= 1 - P(\overline{A_1}\ \overline{A_2}\ \overline{A_3})$$
$$= 1 - 0.0083$$
$$= 0.9917$$

3. 设10件产品中有4件不合格品，现从中连续抽取两次，每次一件，取出后不放回，求第二次取得合格品的概率．

解　第1次取得合格品或次品作为事件记作 A 或 $\overline{A}$，第2次取得合格品作为事件记作 B，显然 $B = \Omega B = (A \cup \overline{A})B = AB \cup \overline{A}B$，其概率可用全概率公式

$$P(B) = P(A)P(B/A) + P(\overline{A})P(B/\overline{A})$$

计算如下：

$$P(B) = P(AB \cup \overline{A}B)$$
$$= P(A)P(B/A) + P(\overline{A})P(B/\overline{A})$$
$$= \frac{C_6^1}{C_{10}^1} \cdot \frac{C_5^1}{C_9^1} + \frac{C_4^1}{C_{10}^1} \cdot \frac{C_6^1}{C_9^1}$$
$$= \frac{1}{3} + \frac{4}{15}$$
$$= 0.6$$

4. 某车间有三台设备生产同一型号的零件，每台设备的产量分别占车间总产量的25%、35%、40%，如果各台设备的废品率分别是0.05、0.04、0.02，今从全车间生产的零件中任取一件，求此件是废品的概率是多少？

解　从全车间生产的零件中任取一件是第 i 台设备生产的作为事件记作 A_i，$i = 1,2,3$，其概率为

$P(A_1) = 0.25$,

$P(A_2) = 0.35$,

$P(A_3) = 0.40$,

从全车间生产的零件中任取一件是废品作为事件记作 B，并且此废品是第 i 台设备生产的作为事件记作 A_i/B，$i = 1,2,3$，其概率为

$P(A_1/B) = 0.05$,

$P(A_2/B) = 0.04$,

$P(A_3/B) = 0.02$

由 $B = \Omega B = (A_1 \cup A_2 \cup A_3)B$

$= A_1 B \cup A_2 B \cup A_3 B$

可知其概率用全概率公式计算如下：

$$P(B) = P(A_1)P(B/A_1) + P(A_2)P(B/A_2) + P(A_3)P(B/A_3)$$

$$= 0.25 \times 0.05 + 0.35 \times 0.04 + 0.40 \times 0.02$$

$$= 0.0345$$

5. 两台车床加工同样的零件，第一台出现废品的概率为 0.03，第二台出现废品的概率为 0.02，加工出来的零件放在一起，又知第一台加工的零件数是第二台加工零件数的两倍．求：

(1) 任取一个零件是合格品的概率；

(2) 任取一个零件，若是废品，它为第二台车床加工的概率．

解　从加工的零件中任取一件是第 i 台车床加工的作为事件记作 A_i，$i = 1,2$，其概率为 $P(A_1) = \dfrac{2}{3}$，$P(A_2) = \dfrac{1}{3}$

从加工的零件中任取一件是合格品或废品作为事件记作 B 或 $\overline{B}$，第 i 台车床加工的合格品或废品作为事件记作 B/A_i 或 $\overline{B}/A_i$，其概率为

$P(\overline{B}/A_1) = 0.03$，

$P(B/A_1) = 1 - P(\overline{B}/A_1) = 1 - 0.03 = 0.97$，

$P(\overline{B}/A_2) = 0.02$，

$P(B/A_2) = 1 - P(\overline{B}/A_2) = 1 - 0.02 = 0.98$，

由 $B = \Omega B = (A_1 \cup A_2)B = A_1 B \cup A_2 B$，

可知其概率用全概率公式计算如下：

$$P(B) = P(A_1)P(B/A_1) + P(A_2)P(B/A_2)$$

$$= \frac{2}{3} \times 0.97 + \frac{1}{3} \times 0.98$$

$$\approx 0.973$$

(2) 任取一个零件是废品，并且是第二台车床加工的作为事件记作 A_2/B，其概率可用逆概率公式．

计算如下：

$$P(A_2/\overline{B})=\frac{P(A_2\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{P(A_2)P(\overline{B}/A_2)}{1-P(B)}=\frac{\frac{1}{3}\times 0.02}{1-0.973}=0.246$$

6. 对以往数据分析结果表明，当机器调整得良好时，产品的合格率为 90%；而当机器发生某一故障时，其合格率为 30%；机器开动时，机器调整良好的概率为 75%．试求已知某日首件产品是合格品时，机器调整得良好的概率．

解 将机器开动时，机器调整良好或发生某一故障作为事件记作 A 或 $\overline{A}$，某日的首件产品是合格品作为事件记作 B，机器调整良好或发生某一故障时，生产的产品是合格品作为事件记作 B/A 或 $B/\overline{A}$，其概率分别为

$P(A)=0.75$,

$P(\overline{A})=1-P(A)=0.25$

$P(B/A)=0.9$,

$P(B/\overline{A})=0.3$

将某日的首件产品是合格品，并且是机器调整良好时生产的作为事件记作 A/B，其概率可用贝叶斯(即逆概率)公式

计算如下：

$$\begin{aligned}P(A/B)&=\frac{P(AB)}{P(B)}\\&=\frac{P(A)P(B/A)}{P(A)P(B/A)+P(\overline{A})P(B/\overline{A})}\\&=\frac{0.75\times 0.9}{0.75\times 0.9+0.25\times 0.3}\\&=0.9\end{aligned}$$

7. 一批产品共有 N 个，其中 M 个是次品，从这批产品中任取一个检查，记录其等级后，仍放回去，如此连续抽查 n 次．求：

(1) n 次都取得合格品的概率；

(2) n 次中至少有一次取得次品的概率．

解 (1) 任取一个产品，检查为合格品(或次品)的概率，可记作

$$p=\frac{N-M}{N}=1-\frac{M}{N}\left(\text{或 } q=\frac{M}{N}\right)$$