成人中等学校高中课本

数学 上

SHUXUE

chengren

zhongdengxuexiao

gaozhong

keben

上海教育出版社

编写说明

根据国家教育委员会1992年制订的《成人高级中学数学教学大纲》，我们对1993年版成人中等学校的高中数学教材进行了修订和编写．

本教材按照《成人高级中学数学教学大纲》的要求，努力贯彻思想性、科学性和先进性相结合的原则．同时，在教学内容、体例安排、教材结构、练习设计等方面力求体现成人教学的特点，便于学员自学，利于促进教法改革．

本教材内容贯彻少而精的原则，精选那些学员从事生产实践和进一步学习现代科学技术所必需并已逐步普及的数学基础知识和基本技能．本教材内容贯彻理论联系实际的原则，精简繁复的数学运算要求，适当渗透现代数学思想．对学员普遍感到难以接受、理解的知识，采取局部调整教学内容结构，增加直观载体等方法，帮助学员理解抽象的数学知识．本教材内容分必学和选学（打“※”号部分或打“*”号的例题、习题）两部分，在教学中可以有一定的弹性．

本教材在例题、习题配置方面，尽量注意培养成人在理解基础上分析问题和解决问题的能力．为加强基础知识的落实和基本能力的培养，同时编写、出版了与课本配套的练习册，以供教学使用．

成人高中数学教材由康士凯主编，由康士凯、竺志平、汪祖亨、李兆民、耿嘉元等同志编写，由张福生审定．

在编写过程中，得到了国家教育委员会成人教育司、上海市教育委员会有关领导的热情关心和指导；并先后邀请江苏、浙江、北京、天津、辽宁、四川、安徽、湖南、河南、江西、福建、山东、黑龙江等教育部门的领导和有关教学、教研人员，对这套教材的指导思想、编写纲要、内容，进行了认真、细致的论证．在此谨表深切的谢忱．

限于编写水平，不妥之处在所难免，衷心欢迎广大教师、学员和行家进行批评指正．

上海市成人中等学校高中教材编写组

一九九六年十一月

目　录

第一章　集合、不等式、二次函数 …… 1
一　集　合 …… 1
二　不等式 …… 14
三　二次函数 …… 33
第二章　幂函数、指数函数和对数函数 …… 64
一　指数和对数 …… 64
二　幂函数、指数函数和对数函数 …… 89
第三章　三角函数 …… 127
一　角的概念的推广和角的度量 …… 127
二　任意角的三角函数 …… 137
三　三角函数的图象和性质 …… 161
四　解斜三角形 …… 179
五　两角和、两角差的三角函数 …… 193
※六　反三角函数和简单三角方程 …… 214
第四章　空间图形 …… 247
一　平　面 …… 247
二　空间两条直线 …… 258
三　空间直线和平面 …… 262
四　空间两个平面 …… 275
五　多面体 …… 289
六　旋转体 …… 314

附表

常用对数表…………………………………………………… 358
反对数表……………………………………………………… 361
正弦和余弦表………………………………………………… 364
正切和余切表………………………………………………… 367

第一章　集合、不等式、二次函数

一　集　合

1.1　集合

1.　集合的概念

在现实生活和数学中，我们常常需要把一些对象放在一起，作为一个整体来研究.

我们先考察下面几组对象：

(1) 1,2,3,4;

(2) 在平面内，与一条线段两个端点距离相等的所有的点;

(3) 所有的等腰三角形;

(4) 一个班级所有的学员;

(5) 华东行政区的六个省与一个直辖市.

它们分别是由四个数、平面内与这条线段两个端点距离相等的所有的点、所有的等腰三角形、这个班级所有的学员、华东行政区的所有省与直辖市所组成的. 像这样把某些确定的对象看作一个整体，这个整体叫做一个**集合**，简称**集**. 上述所列举的每一组对象的全体都分别组成一个集合. 集合中的各个对象叫这个集合的**元素**. 例如，(1)是由对象数 1,2,3,4 所组成的一个集合，其中 1、2、3、4 都是这个集合的元素.

我们通常用大写英文字母 A、B、C、…表示集合，用小写

英文字母 a、b、c、…表示集合的元素. 如果 a 是集合 A 的元素，就记作 $a \in A$，读作 a 属于集合 A；如果 a 不是集合 A 的元素，就记作 $a \notin A$，读作 a 不属于集合 A. 例如，如果用 A 来表示由数 1,2,3,4 组成的集合，由于 1、2、3、4 都是这个集合的元素，所以可以记作 $1 \in A$，$2 \in A$，$3 \in A$，$4 \in A$. 而其他的一些数，如 5、9 等都不是集合 A 的元素，可以记作 $5 \notin A$，$9 \notin A$.

通常，对一些常用的数的集合，我们用如下特定的大写英文字母来表示.

全体自然数所组成的集合简称**自然数集**，用 N 表示；

全体整数所组成的集合简称**整数集**，用 Z 表示；

全体有理数所组成的集合简称**有理数集**，用 Q 表示；

全体实数所组成的集合简称**实数集**，用 R 表示.

对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的. 这就是说，哪些对象是它的元素，哪些对象不是它的元素，可以明确地作出判断. 例如，对于整数集 Z，任何一个整数都是它的元素，任何一个非整数都不是它的元素，因此 $-3 \in Z$，$2 \in Z$；而 $-\frac{1}{2} \notin Z$，$\sqrt{3} \notin Z$.

对于一个给定的集合，集合中的元素各不相同. 这就是说，集合中的任何两个元素都是不同的对象. 因此集合中的元素不重复出现.

例 1 用适当的符号表示下列各题中，数与数集之间的关系：

(1) $a=|-3|$，a 与 N；　　(2) $b=-3^{-1}$，b 与 Z；

(3) $c=\sqrt{\frac{2}{9}}$，c 与 Q；　　(4) $d=-\sqrt{\frac{4}{25}}$，d 与 Q.

解 (1) $\because a=|-3|=3$，$\therefore a \in N$.

(2) $\because b=-3^{-1}=-\frac{1}{3}$，$\therefore b\notin Z$.

(3) $\because c=\sqrt{\frac{2}{9}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$，$\therefore c\notin Q$.

(4) $\because d=-\sqrt{\frac{4}{25}}=-\frac{2}{5}$，$\therefore d\in Q$.

通常，我们把含有有限个元素的集合叫做**有限集**，如本节开头列举的(1)、(4)、(5)这三组对象所组成的集合都是有限集；含有无限个元素的集合叫做**无限集**，如本节开头列举的(2)、(3)这两组对象所组成的集合都是无限集. 显然，数集 N、Z、Q、R 都是无限集.

2. 集合表示的两种常用方法

集合的表示方法，常用的有列举法和描述法.

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号"{ }"内就可以表示集合. 这种表示集合的方法，叫做**列举法**.

例如，由数 1，2，3，4 组成的集合，可以表示为

$$A=\{1,2,3,4\}.$$

用列举法表示集合时，不必考虑集合中元素之间的顺序，并且集合中每个元素不重复出现.

在不致引起误解的情况下，把集合中元素的共同特性描述出来，写在大括号内也可以表示集合. 这种表示集合的方法，叫做**描述法**.

例如，由一个班级所有的学员组成的集合，可以表示为

{一个班级所有的学员}；

由所有的等腰三角形组成的集合，可以表示为

{等腰三角形}.

运用描述法表示集合时，还常常先在大括号内写上这个

集合的元素的一般形式，然后划一条竖线，再在竖线右边写上这个集合的元素的公共属性.

例如，由不等式 $2x-3>9$ 的所有的解组成的集合，可以表示为

$$\{x|2x-3>9\}.$$

于是，由数 1，2，3，4 组成的集合，可以表示为

$$\{小于 5 的自然数\}，或\{x|0<x<5, x\in N\}.$$

可见，一个集合用描述法的表示形式不是唯一的.

例 2 把下列用描述法表示的集合改用列举法表示：

(1) $A=\{x|x^2-3x-4=0\}$；

(2) $B=\{x|2(x-2)<x+2, x\in N\}$.

解 (1) 由于一元二次方程 $x^2-3x-4=0$ 的两个解为 $x_1=-1$，$x_2=4$，所以集合 A 用列举法可以表示为

$$A=\{-1,4\}.$$

(2) 由于不等式 $2(x-2)<x+2$ 的解为 $x<6$，所以集合 B 用列举法可以表示为

$$B=\{1,2,3,4,5\}.$$

在这本课本中，我们把求得的方程的解，用集合表示，称为**方程的解的集合**，简称为**方程的解集**. 如 $\{-1,4\}$ 就是方程 $x^2-3x-4=0$ 的**解集**. 把求得的不等式的解，用集合表示，称为**不等式的解的集合**，简称为**不等式的解集**. 如 $\{x|x<6\}$ 就是不等式 $2(x-2)<x+2$ 的解集.

习 题 一

1. 写出下列集合中所有的元素：

(1) {大于 2 且小于 10 的奇数}；

(2) {小于 7 的正的偶数};

(3) $\{x|2x^2-x-1=0\}$;

(4) {一年中有 31 天的月份}.

2. 填空题:(用符号"∈"或"∉"连接下列元素与集合)

(1) 1 __ N, 0 __ N, -2 __ N, 0.4 __ N, $\sqrt{3}$ __ N;

(2) 1 __ Z, 0 __ Z, -2 __ Z, 0.4 __ Z, $\sqrt{3}$ __ Z;

(3) 1 __ Q, 0 __ Q, -2 __ Q, 0.4 __ Q, $\sqrt{3}$ __ Q;

(4) 1 __ R, 0 __ R, -2 __ R, 0.4 __ R, $\sqrt{3}$ __ R.

3. 用适当的符号表示下列各题中数与数集之间的关系:

(1) $a=(\frac{1}{2})^{-3}$, a 与 N;　　(2) $b=-\sqrt{9}$, b 与 Z;

(3) $c=\sqrt{8}$, c 与 Q;　　(4) $d=\sqrt{0.25}$, d 与 Q.

4. 选用适当的方法表示由下列对象所组成的集合,然后说出它是有限集还是无限集:

(1) 大于 3 且小于 11 的偶数的集合;

(2) 一元二次方程 $25x^2-9=0$ 的解集;

(3) 大于 4 且小于 7 的实数的集合;

(4) 所有的正的偶数的集合.

5. 把下列用描述法表示的集合改用列举法表示:

(1) $A=\{x|x^2+4x=0\}$;

(2) $B=\{x|2(1-x)+1=3x-2\}$;

(3) $C=\{x|-3<x\leqslant 2, x\in Z\}$;

(4) $D=\{x|1-x\geqslant -3, x\in N\}$.

6. 先把下列集合用不等式的解集来表示,然后用适当的符号分别表示元素 a、b 与集合 A、B 的关系:

(1) $a=-1, A=\{x|3(x+1)<1+x\}$;

(2) $b=\sqrt{2}$, $B=\{x|3-(1-x)>3.4\}$.

1.2 子集、交集、并集、补集

1. 子集

在某工厂的机修车间中，如果以工种为对象，这个车间的第一小组的工种所组成的集合 A 是{车工，钳工}，而这个车间的所有工种所组成的集合 B 是{车工，钳工，金工，木工}. 容易看出，这里集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，也就是说集合 A 的任何一个元素都属于集合 B.

一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都属于集合 B(即如果 $a\in A$，那么 $a\in B$)，那么就把集合 A 叫做集合 B 的**子集**，记作

$$A\subseteq B(\text{或 } B\supseteq A),$$

读作 A 包含于 B(或 B 包含 A).

例如，任何自然数都是整数，这说明自然数集 N 的每一个元素都是整数集 Z 的元素，所以自然数集 N 是整数集 Z 的子集，即 $N\subseteq Z$(或 $Z\supseteq N$).

显然，对于任何一个集合 A，有 $A\subseteq A$.

如果集合 A 是集合 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**，记作

$$A\subset B(\text{或 } B\supset A).$$

集合 B 同它的真子集 A 之间的关系，可以用图 1-1 中 B 同 A 的关系来说明，其中 A、B 两个圈的内部分别表示集合 A、B.

显然，自然数集 N 是整数集 Z 的真子集，可以表示为

$N\subset Z$(或 $Z\supset N$). 对于数集 N、Z、Q、R 来说，有 $N\subset Z\subset Q\subset R$.

如果在集合 A 中，存在一个元素不属于集合 B，那么称集合 A 不是集合 B 的子集或真子集，可记作 $A\nsubseteq B$(或 $B\nsupseteq A$)，或 $A\not\subset B$(或 $B\not\supset A$)，读作 A 不包含于 B(或 B 不包含 A).

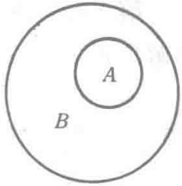

图 1-1

我们知道，方程 $x+1=x+3$ 无解，为了表示这种不含任何元素的情况，我们引入空集的概念，**空集**不含任何元素，记作$\varnothing$. 例如：

$$\{\text{小于零的正整数}\}=\varnothing,$$

$$\{x\,|\,x+1=x+3\}=\varnothing,$$

$$\{\text{有两个内角是直角的三角形}\}=\varnothing.$$

我们规定**空集是任何集合的子集**. 也就是说，对于任何集合 A，有

$$\varnothing\subseteq A(\text{或 } A\supseteq\varnothing).$$

例 1 写出集合$\{a,b\}$的所有的子集和真子集.

解 集合$\{a,b\}$的所有的子集是$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{a,b\}$；其中$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$是它的真子集.

对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，并且 $A\supseteq B$，那么称集合 A 与集合 B **相等**，记作

$$A=B,$$

读作 A 等于 B.

例 2 用适当的符号来表示下列各题中的两个集合之间的关系：

(1) $A=\{x\,|\,x-1\leqslant 0\}$，$B=\{x\,|\,x-2<0\}$；

(2) $C=\{x \mid x^2-3x+2=0\}$, $D=\{x \mid 0<x<3, x\in N\}$.

解 (1) 不等式 $x-1\leqslant 0$ 的解为 $x\leqslant 1$，集合 A 用不等式的解集表示为$\{x \mid x\leqslant 1\}$；

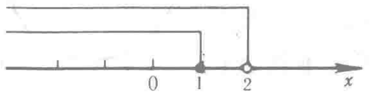

图 1-2

不等式 $x-2<0$ 的解为 $x<2$，集合 B 用不等式的解集表示为$\{x \mid x<2\}$.

把集合 A、B 在数轴上表示出来，如图 1-2 所示.

所以 $A\subset B$.

(2)方程 $x^2-3x+2=0$ 的解为 $x_1=1$，$x_2=2$，集合 C 用方程的解集表示为$\{1,2\}$；

而集合 D 用列举法表示为$\{1,2\}$.

所以 $C=D$.

2. 交集

设有三个集合 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{3,4,5\}$，$C=\{3,4\}$. 可以看出，集合 C 是由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素(即 A、B 的公共元素的全体)所组成的.

一般地，由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做集合 A、B 的**交集**，记作 $A\cap B$(读作 A 交 B)，即 $A\cap B=\{x \mid x\in A, 且\ x\in B\}$.

两个集合 A、B 的交集，可以用图 1-3 中的阴影部分来表示.

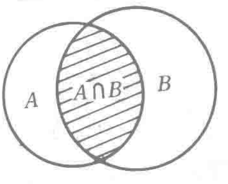

图 1-3

由交集的定义可知，对于任何集合 A、B，有

$$A\cap B=B\cap A,\quad A\cap A=A,\quad A\cap\varnothing=\varnothing,$$
$$A\cap B\subseteq A,\quad A\cap B\subseteq B.$$

例 3 设 $A=\{-3,-1,1\}$,$B=\{-1,0,1\}$,$C=\{0,1,2\}$,求 $A\cap B$,$B\cap C$,$C\cap A$.

解 $A\cap B=\{-1,1\}$,

$B\cap C=\{0,1\}$,

$C\cap A=\{1\}$.

例 4 设 $A=\{x\mid 5x-4>3(x-4)\}$,$B=\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{2}x+2<4-\frac{3}{2}x\right\}$,求 $A\cap B$.

解 不等式 $5x-4>3(x-4)$ 的解为 $x>-4$,集合 A 可表示为 $\{x|x>-4\}$;

不等式 $\frac{1}{2}x+2<4-\frac{3}{2}x$ 的解为 $x<1$,集合 B 可表示为 $\{x|x<1\}$.

把集合 A、B 在数轴上表示出来,如图 1-4 所示.

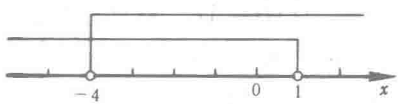

图 1-4

所以 $A\cap B=\{x|x>-4\}\cap\{x|x<1\}=\{x|-4<x<1\}$.

3. 并集

设有三个集合 $A=\{1,2,3,4\}$,$B=\{3,4,5\}$,$C=\{1,2,3,4,5\}$.可以看出,集合 C 是由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的.

一般地,由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做集合 A、B 的并集,记作 $A\cup B$(读作 A 并 B),即 $A\cup B=\{x|x\in A,\text{或 } x\in B\}$.

图 1-5(1)、(2)、(3)中的阴影部分分别表示各种情况下集合 A、B 的并集 $A\cup B$.

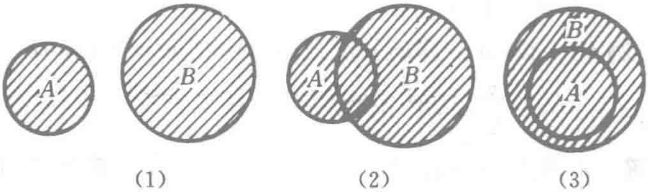

图 1-5

注意:集合中的元素是不重复出现的.因此,求两个集合的并集时,这两个集合的公共元素在并集中只能出现一次.

由并集的定义可知,对于任何集合 A、B 有

$$A\cup B=B\cup A,\quad A\cup A=A,\quad A\cup\varnothing=A,$$
$$A\cup B\supseteq A,\quad A\cup B\supseteq B.$$

例 5 设 $A=\{-3,-1,1\}$,$B=\{-1,0,1\}$,$C=\{0,1,2\}$,求 $A\cup B$,$B\cup C$,$(A\cap C)\cup B$.

解 $A\cup B=\{-3,-1,0,1\}$,

$B\cup C=\{-1,0,1,2\}$.

$A\cap C=\{1\}$,$\therefore\ (A\cap C)\cup B=\{-1,0,1\}$.

例 6 已知 N 为自然数集,Z 为整数集,Q 为有理数集,求 $N\cup Z$,$Z\cup Q$,$N\cap Q$.

解 $N\cup Z=\{\text{自然数}\}\cup\{\text{整数}\}=\{\text{整数}\}=Z$,

$Z\cup Q=\{\text{整数}\}\cup\{\text{有理数}\}=\{\text{有理数}\}=Q$,

$$N\cap Q=\{自然数\}\cap\{有理数\}=\{自然数\}=N.$$

例 7 设 $A=\{x\mid 2(x+1)<x+3\}$，$B=\{x\mid 3x-2>4\}$，求 $A\cup B$，$A\cap B$.

解 不等式 $2(x+1)<x+3$ 的解为 $x<1$，集合 A 可表示为 $\{x\mid x<1\}$；

不等式 $3x-2>4$ 的解为 $x>2$，集合 B 可表示为 $\{x\mid x>2\}$.

把集合 A、B 在数轴上表示出来，如图 1-6 所示.

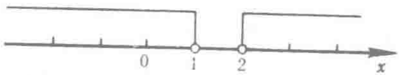

图 1-6

所以 $A\cup B=\{x\mid x<1\}\cup\{x\mid x>2\}=\{x\mid x<1，或\ x>2\}$，

$$A\cap B=\{x\mid x<1\}\cap\{x\mid x>2\}=\varnothing.$$

4. 补集

在研究集合与集合之间的关系时，在某些情况下，所有研究的集合都是一个给定的集合的子集，这个给定的集合便称为**全集**，用符号 I 表示. 也就是说，全集含有我们所要研究的问题中各个集合的全部元素.

例如，在研究数的集合时，常把实数集 R 看作全集. 设全集 $I=R$，有理数集 Q 是 R 的子集. 我们知道，无理数是实数，但不是有理数，由此可知无理数集是由实数集内所有不属于有理数集的元素所组成的.

一般地，已知全集 ，集合 $A\subseteq I$，由 I 中所有不属于集合

A 的元素所组成的集合，叫做集合 A 在集合 I 中的**补集**，记作 $\overline{A}$（读作 A 补），即

$$\overline{A}=\{x \mid x\in I,\text{且 } x\notin A\}.$$

由上面的例子可知道，对于全集 R 来说，有理数集 Q 的补集为 $\overline{Q}=\{\text{无理数}\}$.

图 1-7 中的长方形内部表示全集 I，圆内部表示集合 A，阴影部分表示集合 A 的补集 $\overline{A}$.

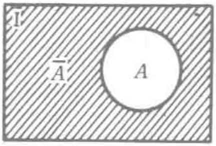

图 1-7

例如，如果全集 $I=\{-1,0,1,2,3\}$，$A=\{-1,2,3\}$，那么

$$\overline{A}=\{0,1\}.$$

容易看出，

$A\cup\overline{A}=\{-1,2,3\}\cup\{0,1\}=\{-1,0,1,2,3\}=I$,

$A\cap\overline{A}=\{-1,2,3\}\cap\{0,1\}=\varnothing$.

由补集的定义可知，对于任何集合 A，有

$$A\cup\overline{A}=I,\ A\cap\overline{A}=\varnothing,\ \overline{\overline{A}}=A,$$

其中 $\overline{\overline{A}}$ 表示 $\overline{A}$ 在 I 中的补集.

例 8 设 $I=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,3,4\}$，$B=\{3,6,7\}$，求 $\overline{A}$，$\overline{B}$，$\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cup B}$.

解 $\overline{A}=\{1,5,6,7\}$,

$\overline{B}=\{1,2,4,5\}$,

$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,5\}$.

$A\cup B=\{2,3,4,6,7\}$，$\therefore\ \overline{A\cup B}=\{1,5\}$.