



新数学教育哲学

郑毓信◎著



华东师范大学出版社

华东师范大学出版社

全国百佳图书出版单位

新数学教育哲学

郑毓信◎著



图书在版编目 (CIP) 数据

新数学教育哲学/郑毓信著. —上海:华东师范大学出版社, 2015. 5
ISBN 978-7-5675-3658-6

I. ①新… II. ①郑… III. ①数学教学—教育哲学
IV. ①O1-02

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 123310 号

新数学教育哲学

著 者 郑毓信
责任编辑 李文革
责任校对 时东明 高士吟
封面设计 卢晓红

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://hdsdcbs.tmall.com/>

印 刷 者 山东鸿君杰文化发展有限公司
开 本 700×1000 16 开
印 张 29.75
字 数 458 千字
版 次 2015 年 7 月第 1 版
印 次 2015 年 7 月第 1 次
书 号 ISBN 978-7-5675-3658-6/G·8365
定 价 64.80 元

出版人 王 焰

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

前言

开放的数学教育哲学研究

这是笔者在数学教育哲学方面的第三部著作,前两部分别是 1995 年四川教育出版社出版的《数学教育哲学》与 2008 年广西教育出版社出版的《数学教育哲学的理论与实践》。

前两部著作在学术界有一定影响,更受到了数学教育工作者的普遍欢迎。《数学教育哲学》不仅于 2001 年再版,台湾的九章出版社也于 1998 年出版了该书的繁体字版,这一著作并先后获得江苏省哲学社会科学优秀成果奖三等奖(1997)与全国优秀教育类图书评选(第四届)一等奖(1998)。《数学教育哲学的理论与实践》一书也获得了广西优秀图书奖(省部级)三等奖(2009)。

前两部著作具有不同的重点和特色。1995 年的《数学教育哲学》主要反映了作者建构数学教育哲学系统理论的具体努力。书中提出,“数学教育哲学”不应被等同于“数学哲学在数学教育领域的具体应用”,而应集中于这样三个基本问题:“什么是数学?”、“为什么要进行数学教育?”与“应当如何去进行数学教学?”,也即应当分别对数学观、数学教育观与数学教学观作出较为系统和深入的分析论述。与此相对照,2008 年出版的《数学教育哲学的理论与实践》则更加突出了数学教育哲学研究的实践性质,并以我国于 2001 年开始的新一轮数学课程改革作为直接的工作背景。

当然,上述两个方面又不应该被看成互不相干、彼此独立的。恰恰相反,在两者之间也存在相互依赖、互相促进的重要联系,特别是数学教育哲学的实践活动,不仅可以被看成相关理论思想的具体应用,而且也反过来促进了关于数学教育哲学基本问题与相关理论思想更为深入的思考与研究。更进一步说,笔者以为,理论建构与实践活动的相互促进应当成为中国数学教育哲学研究

的基本立场,这也就是指,数学教育哲学既不应成为纯粹的理论研究,我们也不应因为强调实践而忽视相关的理论建设。恰恰相反,我们应当始终保持对于数学教育实际活动的高度关注,并以此促进数学教育哲学的理论研究,同时也应很好地发挥数学教育哲学理论研究对于实际教育活动的促进作用。

事实上,这也正是当前这一著作的主要目标,即希望以过去这些年的课改实践为背景在数学教育哲学的理论建设上取得新的进展或突破。这就是本书何以取名为《新数学教育哲学》的直接原因。为了清楚地说明问题,以下再对本书与1995年出版的《数学教育哲学》作一具体比较。

首先,本书的基本内容仍可被看成是围绕“什么是数学”、“数学教育的基本目标”与“数学学习与教学活动的性质”这样三个问题展开的,也即与《数学教育哲学》有基本一致的理论架构。当然,这又是两者的一个明显不同,即在上述三个部分以外本书又增加了“做具有哲学思维的数学教师”这样一个部分,后者并清楚地表明了笔者的这样一个认识:数学教育哲学的理论研究决不应脱离数学教育的实际需要。

其次,应当强调的是,尽管存在上述的共同点,本书又非先前工作的简单重复,或只是作了少量的增补和调整。恰恰相反,当前的著作集中地反映了作者关于什么是数学教育哲学的主要功能,以及我们应当如何去从事数学教育哲学研究的新的思考或不同认识。具体地说,较强的规范性或导向性正是1995年的《数学教育哲学》的主要特征,对此例如由书中对于观念(包括数学观、数学教育观和数学学习与教学观)转变,也即“由较为陈旧和落后的观念向更为先进和正确的观念的转变”的突出强调就可清楚地看出。但现在的著作中则采取了更加开放的立场,这也就是指,与各种简单化的断言和片面性的认识相比较,笔者现今更加倾向于清楚地指明问题的复杂性与观念的多样化,并希望以此为背景促进读者的独立思考,而不是简单地为此提供直接的解答。

再者,当前的著作也非纯粹的理论建构,而是希望能更好地体现理论研究的实践价值。从而,这事实上也就可以被看成上述的“开放性”的又一重要涵义,即对于数学教育实际活动的高度关注。

例如,本书第一部分中关于数学观的论述其主要目标就不是为“什么是数学”这一问题提供某种无可怀疑的最终解答。恰恰相反,书中不仅对多种不同

的数学观念进行了具体介绍,更集中分析了这些观念对于我们改进数学教育的实际工作究竟有哪些新的启示。同样地,如果说《数学教育哲学》一书中关于“数学教育目标与数学教育基本性质”的分析具有较强的理论色彩,那么,本书第二部分也更为明显地表现出了对于数学教育现实情况的高度关注,特别是希望能将这方面的理论研究与新一轮数学课程改革紧密地联系起来,也即能从理论高度对过去 10 多年的课改实践作出必要的总结与反思。

最后,也正是从上述角度去分析,笔者以为,如果说这仍然是笔者在这方面的最终理想,即希望数学教育哲学能“为数学教育提供坚实的理论基础”,那么,对于后者我们在现今也就应当作出新的不同理解:这里所说的“基础”并非是指某种具体的理论或观念,而是更加希望能有助于广大数学教育工作者真正学会独立思考,包括不断提高自己的理论素养,并能逐步养成反思的习惯与一定的批判精神,从而将自己的工作做得更好,特别是表现出更大的自觉性。

为了清楚地说明问题,以下再联系“什么是哲学”对本书的基本立场作进一步的分析说明,而这事实上也可被看成为以下问题提供了直接的解答:本书的论述在什么意义上可以被看成属于哲学的范畴?

具体地说,这正是笔者对于“什么是哲学”这样一个问题的一个基本认识:相对于各种具体的结论而言,哲学更应被看成一种思维方式,或者说,这正是哲学的主要功能,即有助于人们更为深入地去进行思考,特别是批判与反思,从而也就可以获得更为深入的认识。

作为对照,在此还可提及关于哲学的这样一个“经典的”定义:哲学是“人们对于整个世界(自然界、社会和思维)的根本观点的体系。自然知识和社会知识的概括和总结”。(《辞海》[简印本],上海辞书出版社,1979,第 746 页)显然,按照这一定义,哲学相对于其他一切学科而言就有更大的重要性,因为,它是所有这些学科知识在更高层面的概括与总结。但在笔者看来,我们在此又应深入地去思考这样两个问题:第一,所说的高度概括和总结是否存在?第二,如果存在的话,这种知识又有什么用?

在此我们当然不可能对上述问题作出全面分析。但是,仅仅依据普通的逻辑知识我们就可立即看出相关论点的缺陷或不足之处。具体地说,正如人

们普遍了解的,一个概念的外延越大其内涵就越小。由此可见,尽管我们在此所涉及的主要是判断(知识),而非概念,但仍然可以作出如下的大致推论:即使我们能对自然科学、社会科学和思维科学的相关知识作出概括和总结,其覆盖面之大也就直接决定了相关结论的内涵必定极端贫乏,也即只是一些干巴巴的教条,而这当然不能被看成哲学的精髓所在。

另外,相信任何一个对哲学稍有涉及的人也一定会注意到哲学的这样一些特征:哲学与一般知识相比应当说更为明显地表现出了多元性和不连续性;我们在哲学中所看到的又似乎并非纯粹的客观知识,因为,各种哲学理论应当说都十分深刻地打上了其创造者的个人烙印;人们在此所主要关注的似乎也不是结论的真理性,因为,即使是基本立场的严重错误(如完全颠倒了物质和精神的关系),人们也不会因此而完全抹杀相关哲学家的理论贡献,恰恰相反,只要相关的分析论述对于人们有一定的启示作用,或者说其中多少包含一定的合理成分,人们就仍然愿意承认他的工作具有一定的学术价值。

综上所述,哲学的主要功能不是为相关问题提供明确的解答,而是通过理论分析,特别是深入的批判,促使人们更为深入地去进行思考,包括积极的反思和自我批判,从而就可获得更为深入的认识,特别是实现更大的自觉性。显然,在这样的意义上,哲学就可说是一种聪明学、智慧学。但这又正是哲学的特殊性所在:哲学并不直接告诉人们应当如何如何去做,恰恰相反,哲学家往往会通过理论分析,特别是通过对存在问题的剖析和批判促使人们更为深入地去进行思考,并最终通过独立思考获得新的、更为深入的认识,从而真正变得聪明起来。

由于新的认识正是对于先前已建立的认识的一种超越,因此,在所说的意义上,“更为深入的思考”也就可以说是一种反思,哲学则更可以定义成“反思的学问”,或者说,我们应将“反思性”和“批判性”看成哲学思维最为重要的特征。

希望本书也能对于广大数学教育工作者,特别是一线教师发挥上述的作用,即能够促进读者更为深入地去进行思考,从而也就能在更为自觉的水平上去从事自己的工作,特别是能切实避免或纠正由于思维的简单化或片面性所可能导致的种种消极后果。

容易想到,这事实上也正是 1995 年的《数学教育哲学》的“前言”中关于“数学教育哲学”基本意义的如下分析的主旨所在:“我们的数学教师不是天天在教数学吗?难道他们还不知道什么是数学、为什么要教数学和如何去教数学吗?又何劳你来告诉他们这些‘常识性’的东西呢?对于这一问题也许可以简单地回答如下:作者在此所希望的正是通过理论的分析促进读者由对于上述问题的朴素的、不自觉的认识向自觉认识的转化。另外,这无疑也是这方面我们应当高度重视的一个基本事实:一个人尽管掌握了不少的数学知识,但却可能仍然不了解数学的本质;类似地,一个数学教师也可能在从事了多年的数学教学以后,对为什么要教数学和应当如何去教数学仍然缺乏明确的认识。当然,这种不自觉的状态必然会对实际的教育工作产生消极的影响,特别是在不自觉的状态下,人们往往会成为各种错误观念或理论的俘虏。”

除此以外,笔者以为,我们还应从更为宏观的角度认识数学教育哲学的意义,包括“数学教育哲学”在当代兴起的必然性和合理性。

具体地说,正如以下两个实际事例所清楚表明的,对于数学教育哲学的普遍关注的确可被看成数学教育现代发展的一个重要迹象:第一,一些年前台湾师范大学林福来教授带领一批数学教育工作者去访问著名的荷兰弗赖登塔尔数学教育研究所,双方进行了自由交谈。令林福来教授十分吃惊的是,弗赖登塔尔数学教育研究所时任所长德朗根(J. de Lange)在交谈中首先提到的竟然是这样一个问题:“什么是台湾数学教育的哲学基础?或者说,台湾的数学教育建立在什么样的哲学思想之上?”^①第二,作为国际程序委员会的一名委员,笔者曾直接参与了为 2004 年于丹麦哥本哈根召开的第 10 届国际数学教育大会(ICME-10)确定各项议程的工作。具体地说,国际程序委员会的第一次会议所确定的大会议程并没有包括“数学教育哲学”这样一个论题。但在会后征求意见时,有不少学者提出应将后一主题包括在内,程序委员会后来也采纳了这一建议,这就是后来的 DG4(discussion group 4)。

由此可见,数学教育哲学的确可被看成国际数学教育研究的一个新热点。当然,从理论的角度看,我们又应更为深入地去思考:数学教育哲学的兴起究

① 据林福来教授介绍,他当时的回答是:“我们的哲学就是没有哲学!”就当时的场合而言,这或许不失为一个较好的遁词。但是,我们究竟又能在这种坦率的“无知”背后隐藏多久呢?!

竟是一种纯粹的时髦,还是有一定的必然性?

由以下的事实我们可清楚地看出数学教育哲学在现代的兴起并非偶然,它有其一定的必然性,或者说,这即是从不同侧面十分清楚地表明了数学教育哲学对于实际数学教育活动的积极意义:

第一,每个数学教师,无论其自觉与否,总是在一定观念的指导或影响下从事自己的教学工作的。例如,法国著名数学家托姆(R. Thom)就曾突出地强调了数学观对于数学教学的特殊重要性:“事实上,无论有着怎样的主观愿望,所有的数学教学法,……都依赖于数学哲学。”类似地,美国著名数学哲学家赫斯(R. Hersh)也曾明确指出:“主要的问题并不在于什么是最好的教学法,而是数学究竟是什么。……如果我们不正视关于数学性质的问题,关于教学……的争论就不可能得到解决。”(P. Ernest, *The Philosophy of Mathematics Education*, The Falmer Press, 1991, 第Ⅲ页)

第二,如果说观念对于教师教学工作的影响主要是一种不自觉的行为,那么,由数学教育理论研究,特别是数学教育改革与观念之间的关系,我们即可更为清楚地看到数学教育哲学对于数学教育的特殊重要性。后者即是指,任何一个较为深刻的数学教育理论都必然地反映出一定的数学观和数学教育(学)观念,任何一次重大的数学教育改革也都必然地依赖于观念上的深入分析与思考。

在此我们还可特别提及这样一个事实:自 20 世纪 60 年代以来,在国际范围内已经有过多次重要的数学教育改革,包括 60 年代的“新数运动”、80 年代的“问题解决”(就美国而言,在 70 年代并有所谓的“回到基础”)、90 年代的“建构主义”与“大众数学”,以及从 90 年代一直延续到 21 世纪初的“课标运动”,等等。尽管这些改革运动的基本思想并不相同,但所有这些运动又都不能说取得了很大成功,毋宁说,对于数学教育的现状人们始终存在普遍的不满情绪。由此可见,作为必要的总结,我们就应从理论高度对数学教育的整体情况作出更为深入的反思,包括究竟什么是数学教育的主要问题,我们又应如何去改进数学教育,等等。显然,从后一角度去分析,数学教育哲学的兴起也就不可避免了。因为,归根结底地说,哲学正是反思的学问,而又正如我们在以上所已指明的,这就应当成为数学教育哲学研究的基本定位,即应当从理论高

度对数学教育的各个基本问题与相关实践作出认真的总结与反思。

总之,这正是本书的基本目标,即希望能对我国的数学教育事业,包括新一轮数学课程改革的深入发展发挥一定的促进作用。

由以下两个实例相信读者即能更好地理解本书的基本立场与主要特征:

第一,课改初期,在听了笔者关于新一轮数学课程改革的讲演以后,有不少一线教师和其他一些人员(如教材编写人员等)都有这样的反映:“对于如何进行数学课程改革我们原来是清楚的,但在听了郑教授的报告以后,我们反而不知道应当如何去作了!”笔者以为,所说的“困惑”或许就可被看成新的进步的实际开端。因为,只有通过更为深入的思考,包括必要的批判与反思,我们才能不断深化自己的认识,并切实避免或减少由于盲目追随潮流或是认识上的片面性所可能导致的各种严重后果。

第二,课改以来,笔者曾在很多场合给数学教育工作者,特别是一线教师作过各种讲演或报告。尽管具体论题由于对象与场合的不同,特别是课改现实情况的变化有所改变,但笔者始终抱有这样一个目标,即希望从数学教育哲学的角度去进行分析能达到更大的深度,从而也就能给聆听者更大的启发。特别是,尽管这是数学教育的专门报告,但仍然能够使听者深切地感受到其中的“哲学味”,从而也就可能使听者因此而萌发出在后一方面进一步学习的愿望。

希望本书也能达到这样的效果,从而不仅能对促进我国数学教育事业的深入发展发挥积极的作用,而且也能促使更多的数学教育工作者,特别是一线教师成为“具有哲学思维的数学教育工作者”,包括进一步促进数学教育哲学本身的理论建设。

让我们一起努力,走得更远,更好!

目 录

前言：开放的数学教育哲学研究 / 1

第一部分 什么是数学

第 1 章 数学观的多样性与数学的辩证性质 / 3

- 1.1 数学观念的重要性与多样性 / 3
- 1.2 分析与思考 / 10
- 1.3 数学发展的辩证性质 / 13

第 2 章 数学模式论及其教育涵义 / 26

- 2.1 数学：模式的科学 / 26
- 2.2 模式论的数学本体论与数学认识论 / 39
- 2.3 “数学模式论”与数学教学 / 53

第 3 章 数学活动论及其教育涵义 / 70

- 3.1 数学的“知识成分” / 71
- 3.2 数学的“观念成分” / 92
- 3.3 “数学活动论”与动态的数学观念 / 105

第 4 章 数学文化论与数学的文化价值 / 111

- 4.1 数学的文化观念 / 111

- 4.2 数学的文化价值 / 118

第二部分 数学教育目标与数学教育的性质

第5章 数学教育目标的现代发展 / 137

- 5.1 从“精英教育”到“大众数学” / 137
5.2 数学教育的“三维目标” / 155

第6章 数学教育的性质及其“现代化问题” / 174

- 6.1 数学教育的基本矛盾 / 174
6.2 文化视角下的数学教育 / 180
6.3 数学教育的基本哲学 / 195
6.4 数学教育的“现代化问题” / 214

第三部分 数学学习观与数学教学观

第7章 认知心理学、建构主义与数学教育 / 235

- 7.1 研究的基本立场 / 235
7.2 从行为主义到认知心理学 / 237
7.3 建构主义的学习观与教学观 / 261

第8章 “社会—文化视角”下的学习观与教学观 / 284

- 8.1 “情境学习理论”与学习的本质 / 284
8.2 知识、权力与教育 / 292
8.3 “课堂文化”：数学教育的微观文化研究 / 305
8.4 “社会—文化视角”下的课堂教学 / 311

- 8.5 认识的必要深化 / 320

第四部分 做具有哲学思维的数学教师

第9章 “改革热潮中的冷思考” / 337

- 9.1 数学教学方法的研究与改革 / 337
- 9.2 “立足专业成长,关注基本问题” / 345
- 9.3 “理论的实践性解读”与“教学实践的理论性反思” / 369

第10章 数学教师专业成长的6个关键词 / 383

- 10.1 教育、数学与数学教育 / 383
- 10.2 知识、思维与“理性精神” / 388
- 10.3 方法、模式与教学能力 / 396
- 10.4 专业知识: 理论或实践性知识? / 410
- 10.5 “作为研究者的教师” / 417
- 10.6 “教书匠”、智者与大师 / 428

附录 莫让理论研究拖了实际工作的后腿 / 435

后记 / 462

第一部分
什么是数学

这一部分的论述集中于“什么是数学”这样一个问题。第1章首先强调了数学观念的多样性与数学的辩证性质,这也是我们在这一方面应当采取的基本立场;第2章至第4章则分别对“数学活动论”、“数学模式论”与“数学文化论”这样几种在当前具有广泛影响的数学观念进行了介绍分析,特别是具体地剖析了它们的教育涵义。

第 1 章

数学观的多样性与数学的辩证性质

作为数学观的具体分析,应当首先指明这样一个事实,即数学观念的多样性,这也就是指,我们在此不应致力于寻找某种高度一致、不容置疑的绝对性认识。当然,这又并非是指对于数学观的问题我们可以置之不理,而是应当更加注重各种观念的“实践性解读”,也即应当注意分析各种观念对于我们改进教学的启示意义。另外,从更高层面去分析,这显然也就十分清楚地表明了数学的辩证性质。

1.1 数学观念的重要性与多样性

“什么是数学”这一问题无论对于数学学习或是数学教学而言显然都具有特别的重要性。但就笔者的个人经历而言,尽管在整个学习期间数学始终处于最重要的地位,但即使是在师范院校数学系的专业学习过程中,却都始终没有认真地思考,甚至是直接接触过这样一个论题。当然,由于这一论题具有很强的哲学味,因此,对于中小学生来说,明确提出这样一个问题可能为时过早。但是,对于已经选定了数学专业的大学生而言,无论他们将来从事数学教育或是专门的数学研究,我们显然都应帮助他们认真地去思考这样一个问题,因为,这是由不自觉状态向自觉状态转变最为重要的一个环节。

大学毕业以后,自己成了一名中学数学教师,也正是从那个时候开始,“什么是数学”的问题可以说一直萦绕在自己心头。因为,作为一个数学教师,如果连“什么是数学”都没有搞清,岂不是一个天大的笑话?! 我们岂不是在“自欺欺人”?!

但是,数学难道不就是中小学所学的算术、几何、代数、三角等,乃至大学的微积分、拓扑学、抽象代数,等等?当然,所有这些学科都属于数学的范围,但就“什么是数学”这一问题而言,我们显然不能满足于简单的罗列,而应深入揭示数学的本质。事实上,由于数学始终处于不断的发展之中,因此,任何外延式的定义都不可能完整。另外,正像对于“人”的认识一样,对各个具体个人,如张三、李四的认识,尽管可以被看作为更一般的分析提供了必要基础,但又只有由特殊上升到了一般,也即进一步揭示出了“人”的共同本质,并以此为指导去进行新的认识,我们才能更为深刻地认识各个具体个人。

由于很快被卷入了“文革”这一政治大潮,学校的正常教学和生活完全被冲乱了,但笔者却因此获得了更多的阅读时间,当然,当时的阅读仅限于马恩列斯毛的经典著作。未曾预料的是,自己却正是通过阅读马克思和恩格斯的著作获得了关于“什么是数学”的第一个明确解答:“数学是关于现实的数量关系和空间形式的研究。”此外,笔者也因此获得了这样的心得体会:实际数学工作者(包括研究者与数学教师)应当具有一定的哲学素养。只有这样,我们才能更好地认识和把握自己的学科,也才能够真正实现由不自觉的(甚至是盲目的)状态向自觉的、能动的状态的重要转变。与此相对照,我们又完全“可以想象一个人可能在熟悉了大量数学之后,仍然不会欣赏数学的内在本质以及它在文化意义上的全部重要性”。(W. Shaff 语,载 J. Kapur 主编,《数学家谈数学本质》,北京大学出版社,1989,第 261 页)

“文革”结束以后,笔者进入南京大学哲学系开始了为期三年的硕士学习过程,哲学方面的“脱毛”并没有使我完全抛弃与数学的直接接触。恰恰相反,这一期间的现代数学学习使我更为深切地懂得了这样一个道理:哲学应当紧跟科学的发展,否则就将成为僵死的教条。就“什么是数学”的问题而言,这也就是指,相关解答应当正确反映数学的现代发展,反映数学家的实际活动。也正因此,我们就应高度重视数学家关于自己学科的论述。

然而,又只需稍加留心,就可发现数学家们关于自己学科的论述并不完全相同,甚至还可以说有很大的差别。

例如,数学通常被归属于(自然)科学的范围。当然,为了具体解答“什么是数学”,仅仅停留于这一论述还是不够的。因为,我们不仅应对数学为什么