中共广东省委党校学历培训系列教材

朱建华 吴源◎主编

经济数学基础

中共广东省委党校教材编审委员会组织编写

广东人民出版社

中共广东省委党校学历培训系列教材

经济数学基础

中共广东省委党校教材编审委员会组织编写

朱建华
吴　源　主编

广东人民出版社

图书在版编目（CIP）数据

经济数学基础／朱建华　吴　源主编 .—广州：广东人民出版社，2002.7
（中共广东省委党校学历培训系列教材）
ISBN 7-218-04020-9

Ⅰ. 经…　Ⅱ. 朱…　Ⅲ. 经济数学—党校—教材
Ⅳ. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 046704 号

责任编辑	王宁　钱进
责任技编	孔洁贞
封面设计	张力平
出版发行	广东人民出版社
印　　刷	广东新华印刷厂
开　　本	850 毫米×1168 毫米　1/32
印　　张	8.5
字　　数	210 千字
版　　次	2002 年 7 月第 1 版　2002 年 7 月第 1 次印刷
书　　号	ISBN 7-218-04020-9/F·664
定　　价	15.30 元

目 录

第一章 绪论

管理者的主要职责是作出决策．当他观察问题的时候，就自觉不自觉地开始这个进程．首先确定问题；然后制定目标，确认约束条件和评价方案；最后，选择明显的、最好的行动方案——选择最优解．这种过程可以是定性的，也可以是定量的．当遇到的问题可以用过去的经验或单凭个人判断就可解决时，就只采用定性方法．而在很多场合，数学工具的运用可以帮助管理者提高决策效率，作出最好的决策．

一、管理数学的含义

复杂的物质世界中，万物之间都客观地存在着直接或间接的数量联系．通过物质、能量和信息的交换，把事物联结在一起．数学就是根据这些真实的客观事物及其过程，以抽象的数量关系和空间形式来反映客观规律的一门独立的科学．数学是一切科学定量分析的主要工具，各门科学只有真正运用好数学，才能使自己达到真正完善的地步．这已为现代科学发展的历史所证明．

管理数学，则是为解决管理中提出的问题所运用的有关数学理论和方法的统称，是数学中的一部分，它是一种应用数学．

管理数学是数学的一部分，是以纯粹数学为理论基础的，是纯粹数学中某些理论和方法在管理中的具体应用．

管理数学与纯粹数学也有其明显的不同．管理数学在应用时，要在复杂的问题中抓住主要矛盾，简化问题，以便容易而又

实际地解决问题．因此，要求并不十分严密，可以舍掉一些因素，允许有一定误差．又如，检验管理数学成果的正确性并不是数学内部的或简单的逻辑验证，而是通过外部的实践，只有经过实践验证是正确的，这一成果才被承认，并且推广应用．

在经济管理学中常用到的数学，除初等数学和高等数学所提供的基础理论和方法以外，主要是数学的一些分支，如概率论、数理统计、线性代数、优选法、运筹法和模糊数学等．

概率论是从数量的角度来研究大量的随机现象，从中找出其内在必然的活动规律性．把数学的应用，从必然现象领域扩大到偶然领域．它在经济管理活动中的应用很广泛．

数理统计是以概率论为基础，运用统计学的方法来研究随机现象中母体（整体）与子体（局部）之间，以及各有关因素之间相互联系的规律性．

线性代数是研究线性函数的线性空间（某一类事物从量方面的抽象）和线性变换（反映线性空间中各变量间最基本的线性联系）的．它不仅可以解决经济管理中具有线性联系问题的极值，而且，运用矩阵计算，能密集、全面地反映相互依存的各个部分之间错综复杂的数量关系．并且，通过矩阵的求逆，在顺联系和逆联系交织的情况下，正确地评价和计算出各个部分之间的相关系数，从而保证各个部门之间的平稳与协调．

优选法是运用数学原理，合理安排试验点，减少试验的盲目性，以最少的试验次数，又快又准地找到最优方案的一种科学计算方法．

运筹学包括许多分支，如规划论、排队论、存贮论、决策论、搜索论、模型论和图论等．它研究在一定条件下，如何使有数量表现的各项经济活动取得最好效果．它可以使管理者在既定条件下，最合理地组织生产力，最有效地运用和筹划有限资源，以提高社会经济效益．应用运筹学处理问题有两个重要特点：一

是从全局观点出发，统筹规划；二是通过建立数学模型来进行求解，以得到最优方案.

模糊数学是研究和处理现实世界中模糊性现象的数学分支.它是在确定模糊现象（模糊集）隶属函数的基础上，经过集合运算、模型识别确定其归类的.在生产、科学实验以至于日常生活中，存在着大量的模糊现象，都不易精确描述，经典的数学在这些地方是无能为力的.而模糊数学却能描述差异的中介过渡，用精确的数学语言描述模糊性，获得很多有用的结果，在管理科学以及其他许多学科中得到了具体应用.

二、管理数学的产生和发展

由于生产实践活动的需要，数学开始进入经济领域，并逐步发展形成管理数学.数学进入经济领域，首先是从统计开始的.1250 年意大利阿司提城、1288 年米兰城均有统计报告，对人口、职业、土地及其收获量等进行了数学统计.我国早在明朝初期(1370 年）就出现了“户帖”，也是世界上较早利用统计方法进行人口普查的先例.

政治经济学从其产生的时候起，就在某种程度上运用着数学的概念、公式、模型和计算方法.强调数学方法的重要意义是现代资产阶级政治经济学的一个主要特点.被马克思誉为现代政治经济学创始人的威廉·配第，把数学方法用到了政治经济学中来.在他的《政治算术》中，就用“数学、重量和尺度”对政治问题进行说明.

第二次世界大战以后，社会经济和科学技术已在全世界范围内得到了突飞猛进的发展，数学几乎已成为一切科学必不可少的有用工具.包括数学在内的各种科学方法被越来越广泛地用于计划、组织和作业控制方面的管理活动中.

当管理应用科学方法时，就有力促进了数学向实践的渗透，

促进了管理数学的不断发展．管理数学的内容越来越丰富．

值得注意的是，马克思主义经典作家们也非常重视运用数学方法研究经济理论问题．马克思在其不朽著作《资本论》中，就有多处运用数学方法来分析说明问题的．再生产图式，就是一个成功的数学模型．在研究资本主义经济危机时，他就曾经试图用升降曲线进行说明，他相信，只要材料、数据充分，就可能利用算式来确定经济危机的主要规律．马克思本人就有数学方面的著作．马克思认为，一种科学只有在成功地运用数学时，才算达到了真正完善的地步．毛泽东也要求我们，对情况和问题一定要注意到它们的数量方面，要有基本的数量分析，并且指出，为了分析数量，必须善于利用基本的统计、主要的百分比，掌握决定事物质量的数量界限．在改革开放的今天，我国的现代化建设呼唤着管理水平的提高，各种管理方法的应用得到了重视，管理数学的学习也就成为非常重要的问题了．

三、经济管理应用数学方法的必要性

数学方法广泛地应用于经济管理之中,是社会化大生产和市场经济发展的必然结果,是经济科学和管理科学发展的客观要求．

首先，从实践的角度看，社会化大生产和市场经济的发展，使社会各种经济活动都直接、间接地联系在一起，它们互相依存，互相制约．这种内在的联系，主要表现为一定的数量关系．

为使社会再生产顺利进行，就要求各种数量必须保持一定的比例关系，虽然，由于社会经济制度不同，实现这种比例关系的形式也有所区别．作为社会化大生产的这种客观要求，是经济活动内在规律性的一种表现，无论社会制度如何，都不可违背．满足社会化大生产的这种要求，除了社会条件以外，还有一个方法问题．数学方法就是定量化分析的重要工具，社会化的大生产只有运用它，才能协调和控制种种经济数量关系，保证社会化大生

产的健康发展.

社会经济活动一个很重要的方面，就是要对未来有一个准确的估计、把握. 我们说，未来是在过去、现在的基础上发展过来的，而面对纷繁复杂的过去、现在，如何抓住规律，判断其未来的趋势，这也需要人们具有一定的能力，尤其是运用数学工具的能力，把握事物未来发展的趋势，作出合乎时宜的决策，保证社会经济活动的健康发展. 在科学技术突飞猛进的今天，任何忽视从数量上把握未来发展趋势的做法都会吃亏的.

其次，从理论研究角度看，经济科学和管理科学的发展，要求对经济理论、经济管理理论的研究以及对经济活动的控制，在定性分析的基础上，加强定量分析，以便从数量关系的分析中，更深入地认识经济规律，推动这两门科学的发展.

经济现象、经济活动过程以及经济规律，都包含质和量两个方面，是质和量的辩证统一. 对这些问题的探索研究，既要在一定质的基础上深入地研究事物的量的变化，又要在事物数量变化的过程中把握其质的变化. 在这个过程中，细致地研究事物本身的量度、事物之间的数量关系及数量变化的规律，是十分关键的一环. 这一研究和探索，必须以数学方法为工具才能深入进行. 没有数学方法，就没有定量分析，不进行定量分析，只停留在定性分析基础上，经济科学和管理科学就不能向前发展. 因此，运用数学方法进行定量研究，不仅是经济科学与管理科学发展的需要，而且，也是一切科学发展的需要.

四、数学方法在经济管理中的应用

(一) 数学方法在经济管理中的主要作用

数学方法的作用可反映在以下方面：

1. 有利于搜集和整理情报资料. 概率论、数理统计、假设检验、抽样技术及参数估计都运用于信息工作之中.

2. 有利于作出科学的预测和正确的决策. 运用数学的方法，可对信息和统计资料进行加工，以作科学的预测，并以已有的信息与预测的结果为依据，编制出最优计划和规划，作出正确的决策.

3. 编制计划，搞好综合平衡. 宏观的及微观的经济管理，实质都是正确处理系统内、系统间及整个大系统的各种数量关系，这一问题是通过数学方法，编制、分析与计算全国、地区和企业的实物或价值形式表现的投入产出表来实现的，这样就可能比较准确地确定经济活动中重大比例关系，实现综合平衡.

4. 合理组织生产，充分利用经济资源，科学地管理企业. 利用数学方法可以制定出在一定条件下最合理、最经济的管理方案，解决生产计划、组织管理中最优规划的问题，提高经济效益，有效地利用社会资源.

（二）数学方法的应用关键在于建立管理数学模型

在经济管理中运用数学方法，要制定、求解、检验、修正和从理论上说明管理数学模型.

在解决实际问题过程中，常用文字、数字、符号、平面图形、立体图形等描述现实客观事物的某些特征和内在联系，这就是所谓模型. 模型是现实客观事物的一定形式的体现和抽象. 在管理中应用的数学模型称之管理数学模型. 它以社会经济活动为内容，以数学方法为工具，二者结合起来，把各因素间的数量关系抽象为数学表达形式，再现被研究的某种管理现象.

制定管理数学模型，要求深刻而又具体地了解管理过程的本质、规律性及其相互联系，还要舍掉对经济过程的发展趋势仅起次要作用的因素和特征，以利于模型的实际利用和使模型具有典型性. 认真学习管理数学模型的基本知识，掌握不同类型的数学模型及其适用范围，掌握建模的方法等，将大大有利于管理数学知识在实践中的运用.

第二章 线性代数

第一节 行列式

在生产经营管理和商品的流通和交换过程中，有许多问题可以直接或近似地表示成一些变量间的线性关系，因此研究变量间的线性关系是非常重要的. 例如线性方程组和矩阵，而行列式则是研究它们的一种重要工具.

一、二、三阶行列式

(一) 二阶行列式

二元线性方程组的一般形式是

$$(\mathrm{I})\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, & ①\\ a_2x+b_2y=c_2. & ② \end{cases}$$

我们用加减消元法来解方程组（Ⅰ）:

①$\times b_2-$②$\times b_1$，消去 y，得

$$(a_1b_2-a_2b_1)x=c_1b_2-c_2b_1, \qquad ③$$

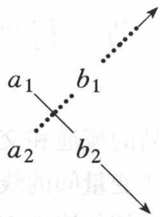
②$\times a_1-$①$\times a_2$，消去 x，得

$$(a_1b_2-a_2b_1)y=a_1c_2-a_2c_1. \qquad ④$$

设 $a_1b_2-a_2b_1\neq 0$，则由③和④得方程组（Ⅰ）的解为:

$$
\begin{cases} x=\dfrac{c_1b_2-c_2b_1}{a_1b_2-a_2b_1}, \\ y=\dfrac{a_1c_2-a_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1}. \end{cases} \tag{1-1}
$$

在上式（1－1）中，两个分母都是 $a_1b_2-a_2b_1$，其中 a_1，a_2，b_1，b_2 是方程组（Ⅰ）的未知数 x，y 的系数，为了便于记忆与讨论，把 a_1，a_2，b_1，b_2 按照方程组（Ⅰ）中原来的位置排列成一个正方形：



可以看出，$a_1b_2-a_2b_1$ 就是这个正方形中用实线表示的对角线（叫做主对角线）上两个数的积，减去用虚线表示的对角线（叫做次对角线）上两个数的积所得的差．通常在这四个数的两旁各加一竖线，用记号

$$
\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \tag{1-2}
$$

来表示 $a_1b_2-a_2b_1$，即

$$
\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=a_1b_2-a_2b_1.
$$

记号（1－2）叫做二阶行列式．a_1，a_2，b_1，b_2 叫做行列式的元素．横排叫行，纵排叫列．a_1，b_1 是第一行；a_2，b_2 是第二行．a_1，a_2 和 b_1，b_2 依次是第一、第二列，$a_1b_2-a_2b_1$ 叫做行列式（1－2）的展开式．

如果上式（1－1）中的两个分子也用行列式来表示，就有

$$c_1b_2-c_2b_1=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix},\ a_1c_2-a_2c_1=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}.$$

这样，上式（1-1）可写成

$$\begin{cases} x=\dfrac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}, \\ y=\dfrac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}. \end{cases} \quad \left(\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}\neq 0\right)$$

为了方便起见，通常令

$$D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix},\ D_1=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix},\ D_2=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix},$$

则方程组（Ⅰ）的解可写成

$$\begin{cases} x=\dfrac{D_1}{D}, \\ y=\dfrac{D_2}{D}. \end{cases} \quad (D\neq 0)$$

（二）三阶行列式

我们仍用加减消元法来解三元线性方程组

$$(\mathrm{II})\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1, & ① \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2, & ② \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3. & ③ \end{cases}$$

先消去 z：

①$\times c_3-$③$\times c_1$，得

$$(a_1c_3-a_3c_1)x+(b_1c_3-b_3c_1)y=d_1c_3-d_3c_1, \quad ④$$

②×c_1－①×c_2，得

$$(a_2c_1-a_1c_2)x+(b_2c_1-b_1c_2)y=d_2c_1-d_1c_2, \quad ⑤$$

③×c_2－②×c_3，得

$$(a_3c_2-a_2c_3)x+(b_3c_2-b_2c_3)y=d_3c_2-d_2c_3, \quad ⑥$$

由④，⑤和⑥三式消去 y，得

$$(a_1b_2c_3-a_3b_2c_1+a_2b_3c_1-a_1b_3c_2+a_3b_1c_2-a_2b_1c_3)x$$
$$=d_1b_2c_3-d_3b_2c_1+d_2b_3c_1-d_1b_3c_2+d_3b_1c_2-d_2b_1c_3, \quad ⑦$$

设

$$a_1b_2c_3-a_3b_2c_1+a_2b_3c_1-a_1b_3c_2+a_3b_1c_2-a_2b_1c_3\neq 0,$$

由⑦式，得

$$x=\frac{d_1b_2c_3-d_3b_2c_1+d_2b_3c_1-d_1b_3c_2+d_3b_1c_2-d_2b_1c_3}{a_1b_2c_3-a_3b_2c_1+a_2b_3c_1-a_1b_3c_2+a_3b_1c_2-a_2b_1c_3}, \quad ⑧$$

用同样的方法，可求得 y 和 z：

$$y=\frac{a_1d_2c_3-a_3d_2c_1+a_2d_3c_1-a_1d_3c_2+a_3d_1c_2-a_2d_1c_3}{a_1b_2c_3-a_3b_2c_1+a_2b_3c_1-a_1b_3c_2+a_3b_1c_2-a_2b_1c_3}, \quad ⑨$$

$$z=\frac{a_1b_2d_3-a_3b_2d_1+a_2b_3d_1-a_1b_3d_2+a_3b_1d_2-a_2b_1d_3}{a_1b_2c_3-a_3b_2c_1+a_2b_3c_1-a_1b_3c_2+a_3b_1c_2-a_2b_1c_3}. \quad ⑩$$

仿照二阶行列式，用记号

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad (1-3)$$

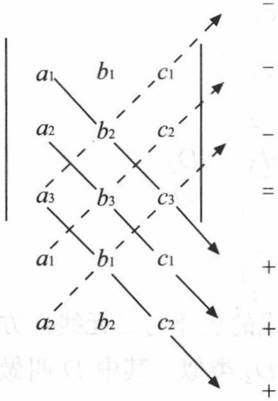
表示

$$a_1b_2c_3-a_3b_2c_1+a_2b_3c_1-a_1b_3c_2+a_3b_1c_2-a_2b_1c_3, \quad (1-4)$$

即

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=a_1b_2c_3-a_3b_2c_1+a_2b_3c_1-a_1b_3c_2+a_3b_1c_2-a_2b_1c_3.$$

记号（1－3）叫做三阶行列式.（1－4）式叫做三阶行列式（1－3）的展开式. 三阶行列式有三行三列 9 个元素. 其展开式共有六项，每项都是不同行不同列的三个元素的乘积，三个正项，三个负项. 利用这一特点，可得三阶行列式的展开法如下：



$$= a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2-a_3b_2c_1-a_1b_3c_2-a_2b_1c_3.$$

这就是说，实线上三个元素的积取正号，虚线上三个元素的积取负号，然后相加便是三阶行列式的展开式，这种展开法叫做对角线展开法.

注意：对角线展开法只适用于二、三阶行列式.

有了三阶行列式，上式⑧，⑨和⑩可简写为：

$$x=\frac{\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}=\frac{D_1}{D},$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}=\frac{D_2}{D},$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}=\frac{D_3}{D}.$$

行列式 D，D_1，D_2 和 D_3 构成的规律与二元线性方程组的解所对应的二阶行列式 D，D_1 和 D_2 类似. 其中 D 叫做方程组的系数行列式.

例 1 计算行列式：

$$D_1=\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{vmatrix};\ D_2=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 4 & 7 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

解：$D_1=2\times 3-5\times(-1)=11$,

$$\begin{aligned} D_2 &=1\times 7\times 3+4\times 2\times(-2)+0\times 1\times 1-(-2)\times 7\times 1 \\ &\quad -0\times 4\times 3-1\times 2\times 1 \\ &=17. \end{aligned}$$

例 2 解线性方程组：

$$\begin{cases} 3x+2y+z=14, \\ x+y+z=10, \\ 2x+3y-z=1. \end{cases}$$