新编科技大博览

BaiZheBuNaoDe
KEXUEMINGJIA

百折不挠的科学名家

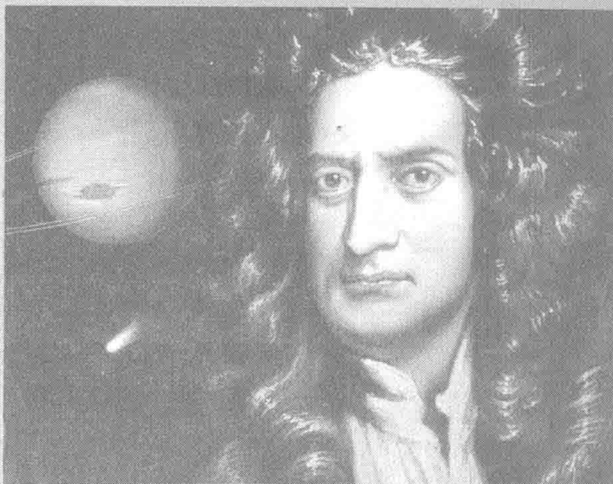
宋涛◎主编

第一位被载入史册的数学家商高
澡盆里发明浮力定律的阿基米德
深受爱戴和崇敬的女科学家居里夫人
给元素王国分门别类的门捷列夫

辽海出版社

文化百科丛书

新编科技大博览



BaiZheBuNaoDe
KEXUEMINGJIA

百折不挠的科学名家

宋涛◎主编

第一位被载入史册的数学家商高
澡盆里发明浮力定律的阿基米德
深受爱戴和崇敬的女科学家居里夫人
给元素王国分门别类的门捷列夫

辽海出版社

目　录

一、数学名家

第一位被载入史册的数学家商高

商高是我国古代的数学家。关于他的生平，历史上的记载很少。他是春秋时周朝人，大约生活于公元前12世纪。商高的数学成就主要是勾股定理和测量术。

中国古代最早的数学和天文学著作《周髀算经》上记载了一段周公与商高的对话。周公问："窃闻乎大夫善数也，请问古者包牺立周天历度。夫天不可阶而升，地不可得尺寸而度，请问数安从出？"商高答："数之法出于圆方，圆出于方，方出于矩，矩出九九八十一，故折矩以为勾广三，股修四，径隅五。既方其外，半之一矩，环而共盘。得成三、四、五，两矩共长二十有五，是谓积矩。故禹之所以治天下者，此数之所由生也。"这是有名的"周公问数"。这段对话用我们今天的话解释是这样的：周公问商高：古代时伏羲是怎样测量天文和历法的？天没有可攀的台阶，地又不能用尺去测量，这些数是从哪儿得出来的呢？商高回答：数是根据圆形和方形的数学道理计算出来的。圆来自于方，而方来自于直角三角形。直角三角形是根据乘除法的计算得出来的。将一条线段折三段围成直角三角形，一直角边（勾）为三，另一直角边（股）为四，则斜边（弦）为五。商高的证明是用右边的图来解释的。利用直角三角形三边的三、四、五的关系可知：方盘面积为49，

而四个阴影的三角形的面积之和为24，因此正方形BDLH的面积为49－24＝25，这种证明方法比欧几里得的几何原本中的证明更简明易懂。

周公曾是周武王的弟弟，他辅佐周武王的儿子执政。商高是贤才中杰出的人物之一，是周公的朋友。周公十分重视发展科学技术，虚心向商高学习科学知识。他曾请教商高用矩之道（矩：是由长与短两条带有刻度的直尺，一端相交成直角相联而成的），商高用六句话简要地概括了这一方法："平矩以正绳，偃矩以望高，覆矩以测深，卧矩以知远，环矩以为圆，合矩以为方。"这就是说：把矩放平了可以测定水平和铅直方向；把矩立起来，能够测量高度；把矩反过来倒竖可测深度；把矩平放可以测定水平距离；将矩环转一周，可得圆形；将两矩合起来可得到方形。

商高利用矩作为测量工具，运用相似三角形的原理"测天量地"，把测量学上升到理论，为后来的数学家推广复杂的"测望术"奠定了坚实的基础。

勾股弦的关系和用矩之道是商高的主要成就，商高的年代离我们虽然遥远，但他的科学创见却永远为后人纪念，他是世界上第一位被记载在史册上的数学家。

古希腊最伟大的数学家欧多克斯

欧多克斯（Eudoxus，约公元前400～前347年），古希腊数学家、天文学家。

大约在公元前400年，欧多克斯出生于小亚细亚的尼多斯的一个医生家庭。早年曾学习医学，后来跟随当时著名的数学

家阿尔希塔斯学习几何。当他来到雅典时，又怀着极大的热情进入刚成立不久的柏拉图学园，正是这个鼓励数学学习的地方，造就了一代伟大数学家。

柏拉图是当时雅典最伟大的哲学家。他曾漫游世界多年，向许多伟大思想家学习，后来逐渐形成自己的哲学思想体系。公元前378年，他返回雅典，建立了世界闻名的柏拉图学园。学园创立不久，就成为当时的思想中心，许多学者慕名而至，欧多克斯就是其中之一。柏拉图非常推崇数学的严密逻辑和美感，认为数学是锻炼人的思维的最佳途径，并将懂数学作为进入学园学习的必要条件。柏拉图不是数学家，但他创立的柏拉图学园却以其独特的风格培养了包括欧多克斯在内的许多杰出数学家。

在柏拉图学园求学时，欧多克斯生活贫困，为了节省费用，被迫在离学园十多公里远的地方住宿，每天不得不往返于两地之间，但他还是坚持了下来。后来，欧多克斯还曾到过埃及，在那里学习天文学。

欧多克斯被认为是仅次于阿基米德的数学家，他的数学贡献主要包括比例论和穷竭法两个方面。他还是一位天文学家。

比例论

欧多克斯探讨了公理法，他首先提出了现在被表述为“对于任意两个正数 a，b，必存在自然数 n，使得 $na>b$ 成立”这一重要的公理。运用公理法，欧多克斯建立了比例理论，其中包含了相当严密的实数定义。他引入“量”的概念，指出它代表线段、角、时间、面积、体积等能够连续变化的东西，而不是具体的数，由此而发，他定义了两个量的比，这样就把

可公度比与不可公度比统一了起来。这样就处理了无理量的问题，解决了因毕达哥拉斯学派发现的不可通约量造成的第一次数学危机。这些理论构成了欧几里得《几何原本》第五卷的主要内容。

欧多克斯还研究了“中末比”的问题，即将一已知直线分成两部分，使其中一部分是全线段与另一部分的比例中项。小线段与大线段之比即我们所熟知的黄金分割比，当时被称为中末比。若设大线段长度为1，小线段长度为x，则整个线段的长度是1+x，根据题意可得到方程：$x^2+x+1=0$，其正根为$\frac{\sqrt{5}-1}{2}=0.6180339\cdots$，即所谓中末比。欧多克斯发现了这种分割的许多特殊性质，均被记载于欧几里得的《几何原本》中。黄金分割被广泛地应用于绘画、建筑，成为人们构造优美造型的最佳选择。黄金分割还具有另外一个赫赫有名的应用，那就是用于优选法，被称为0.618法。从20世纪70年代在我国推广，取得了很大成功。著名天文学家开普勒曾说：“毕达哥拉斯定理和中末比是几何中的双宝。前者好比黄金，后者堪称珠玉。”

穷竭法

欧多克斯的另一个重要贡献是他利用穷竭法来求复杂几何图形的面积和体积。他用一系列已知的基本图形不断逼近不规则图形，使之无限接近原图形，比如用圆内接正多边形逼近圆，用欧多克斯的话说就是这个多边形从圆的内部“穷竭”了圆。他利用这种方法证明了：两圆面积之比等于其半径平方之比；两球体积之比等于其半径的立方之比等命题。穷竭法是

现代极限概念的几何先驱，同时也是微积分的核心方法，由此我们说欧多克斯是仅次于阿基米德的数学家并不为过。

数学史上的里程碑

毕达哥拉斯（Pythagoras，约公元前560～前480年），古希腊数学家，在天文学、哲学及音乐理论方面也有很深造诣。

毕达哥拉斯出生于爱琴海上的萨摩斯岛。早年多方游历，曾到达埃及、巴比伦等地，师从许多数学家学习数学、天文学知识。回到家乡后，毕达哥拉斯开始招收弟子，聚众讲学。大约在公元前520年，毕达哥拉斯不满于当政者的暴政，离开家乡，迁往意大利南部的一个小岛，并在那里定居下来。当时同他在一起的只有他的母亲和惟一的一名门徒。在小岛上安顿下之后，毕达哥拉斯重新开始广收门徒，逐渐创立了著名的毕达哥拉斯学院。那是一个融宗教、政治、学术研究于一体的秘密组织，许多群众包括妇女和上层人士也积极参加活动，在当时形成一种空前的学术氛围，为毕达哥拉斯学派在各个领域的学术研究创造了良好的外部环境。

毕达哥拉斯学派的信徒一部分是普通听众，他们只是听讲教义，而没有资格接受高深的知识；另一部分成员则是在经过长期的训练和严格考核后成为属于毕达哥拉斯学派的真正弟子。他们要发誓坚持学派的信仰，严守学派的秘密。毕达哥拉斯学派在这一点上很像普通的宗教组织，但与它们不同的是他们将数学纳入他们的教义之中，认为世界上的一切事物都是由数来构成的，上帝用数来统治世界。“万物皆数”的思想根深蒂固，这也为毕达哥拉斯学派能在数学研究上取得一系列重要

成果提供了思想上的条件。

毕达哥拉斯学派对数作了许多深入的研究，比如他们认识到数与音乐的关系、数与几何图形的关系、数与天体运行的关系等等，并把学员的课程分为四个部分：算术——研究数的绝对理论；音乐—研究数的应用；几何—研究静止的量；天文—研究运动的量，合称为“四道”。

尽管毕达哥拉斯学派赋予数以神秘的色彩，他们在数的研究方面还是做出了许多卓越的贡献。例如完全数（如果一个数等于除它本身以外的全部因子的和，那么这样的数就称为完全数）的发现，他们发现 6 和 28 是完全数，因为 $6=1+2+3$；$28=1+2+4+7+14$。由毕达哥拉斯学派开创的完全数的研究，至今仍是数论领域的重要课题。

毕达哥拉斯还发现了另一类特殊的数——亲和数，他发现 284 这个数除它本身以外的所有因子之和等于 220，而 220 除了它本身以外的所有因子的和恰好等于 284，即：

$220=1+2+4+71+142$,

$284=1+2+4+5+10+22+44+55+110$

毕达哥拉斯将它们称为亲和数，并把它们作为友谊的象征。

毕达哥拉斯定理的发现和证明是毕达哥拉斯学派最重要的数学成就之一，在我国一般称之为勾股定理。我们知道最初的几何学兴起于生产生活实际需要，比如土地丈量等活动。勾股定理作为几何学中的一个重要内容，也是源于测量土地等活动。事实上，人们在 1945 年通过研究美索不达米亚出土的泥版书，发现早在毕达哥拉斯之前一千多年的古巴比伦人就已经知道了这个定理，我国和印度早于毕达哥拉斯年代的数学著作

中对这一定理的内容也有所叙述，但都没有像毕达哥拉斯那样给出定理的严格证明。或许这也是世界数学界将它称为毕达哥拉斯定理，并把它视为一个“数学史上的里程碑”的原因吧！

毕达哥拉斯断言：“在任何直角三角形中，斜边上的正方形等于两个直角边上的正方形之和”，即给出了勾股定理的一般表述。他还发现了用三个整数表示直角三角形边长的一种公式，也就是不定方程 $x^2+y^2=z^2$ 的一组解：$2n+1$，$2n^2+2n$ 分别是两个直角边，$2n^2+2n+1$ 是斜边，其实它们只是在斜边与一直角边之差为 1 时的一组整数解，而非方程的全部解。人们将满足以上方程的正整数称为毕达哥拉斯数或勾股数。

毕达哥拉斯以 a，b，c 为直角三角形的两直角边和斜边，作边长为 $a+b$ 的正方形，然后将边长为 $a+b$ 的正方形作两种不同的分割，采用等量相减的方法对定理进行了证明。

事实上，毕达哥拉斯定理是数学领域内证明方法最多的定理，1940 年 E. S. 卢米斯（Loomis）在他的著作《毕达哥拉斯定理》（The Pythagorean Proposition）中收集的毕达哥拉斯定理的证明方法达 370 种之多！

毕达哥拉斯学派的最重要贡献还在于他们发现了无理数。根据毕达哥拉斯定理，边长为 1 的正方形的对角线长度应为 $\sqrt{2}$，而 $\sqrt{2}$ 是不能用当时他们所知道的数（自然数和分数）来表示的。于是他们感到惶恐不安，因为这违背了他们“万物均可用数来表示”的信条，他们甚至将发现这一数的门徒希帕索斯投进大海，以掩盖发现了不可度量的数这一秘密。无理数的发现终于导致了数学史上的第一次数学危机，然而真理永远是无法被抹杀的，人们最终还是承认了无理数的存在，使得数系完成了从有理数到实数的扩张。

值得说明的是，虽然我们现在将许多数学发现全部归功于毕达哥拉斯，但事实上或许并非如此。因为当时毕达哥拉斯是通过口传心授的方式进行教学的，而他的学生又按照学派的规矩将一切发现都归功于他们崇拜的领袖。具体事实已无据可查，所以现在很难分辨哪些数学成就是毕达哥拉斯本人所创，哪些是他的门徒们的功绩。

注释《九章算术》的刘徽

刘徽，中国古代数学家，大约生活在公元3世纪。据数学史学家考证，他出生于淄乡，即今天的山东省邹平县。

刘徽注《九章算术》，在数学上做出了许多杰出的贡献，是与他当时生活的社会环境分不开的。自先秦到魏晋，齐鲁地区作为孔孟之道发祥地，一直在文化发展程度上居于全国前列。战国时期，齐桓公在其都城临淄设立稷下学宫，广招天下博学之士。历时150年间，该地区成为学术气氛最为活跃的研究中心。另外，公元2世纪和公元3世纪的齐鲁地区数学也较为发达，有一批数学家出现，包括郑玄、徐岳等人。在这样一种文化氛围中，使得刘徽有机会学习各种文化典籍，有机会接触到当时先进的数学知识，为他以后的数学研究积累了丰富的资料。

刘徽最大的成就是他注释了《九章算术》，在这一过程中，刘徽取得了许多创造性的成就。经他作注的《九章算术》对我国数学的发展产生了深远的影响，成为东方数学的代表作之一。刘徽的创造性工作，我们可以从以下几个方面加以概括。

刘徽与圆周率的计算

古往今来，世界上许多数学家运用各种方法计算过圆周率，为认识 π 这个数付出了无数心血。我国战国时期的数学著作《周髀算经》中已有“周三径一”之说，意思是圆的周长约是其直径的三倍。这是人们在长期的实际生产生活中摸索总结出的经验性知识，并不是通过严格的数学计算得到的精确值，人们在应用过程中也发现用它计算出来的圆周长和圆面积都比实际值小。后来的数学家利用各自的方法逐步将其精确化，从此踏上寻找圆周率精确值的漫漫旅程，今天的数学家利用计算机已经将圆周率精确到小数点后数亿位。

刘徽在他的《九章算术》“圆田术注”中，论证了圆面积公式，给出了著名的圆周率计算方法——“割圆术”，并利用它计算出在当时相当精确的圆周率值。割圆术也成为数学史上伟大的创造之一。

刘徽从圆内接正六边形开始，使边数逐次加倍，作出正十二边形、正二十四边形…，并依次计算出它们的面积，这些结果将逐渐逼近圆面积，这样就可以求出圆周率的值，这种方法被称为刘徽割圆术。用刘徽的话来说，“割之弥细，失之弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆合体而无所失矣。”意思就是说把圆周分得越细，即圆内接正多边形的边数越多，用它的面积去代替圆面积，就丢失的越少。不断地分割下去，让边数不断地增多，那么边数无限多的正多边形的面积就与圆面积相等了。刘徽巧妙地利用极限思想，化“曲”为“直”，化“无限”为“有限”，对圆面积公式 $S = 1/2 \cdot CR$ 作了相当严格的逻辑证明。利用相关的结果，在当时的计数方法、计算法

则、计算工具等均不像今天这样方便的条件下，刘徽凭着他深刻的洞察力和执着钻研的精神，进行着艰苦的数字计算。推算到正 192 边形时，得出 $\pi=3.14$，或 $\pi=157/50$；推算到正 3072 边形时，可得到 $\pi=3927/1250$（≈ 3.1416），这在当时是相当精确的结果。为了纪念刘徽的功绩，人们把 $\pi=157/50$ 称为“徽率”。

刘徽的方法比希腊数学家阿基米德所用的方法更加巧妙。阿基米德用内接和外切正多边形确定圆面积的上、下限，而刘徽只用到了圆的内接正多边形。

刘徽的体积理论

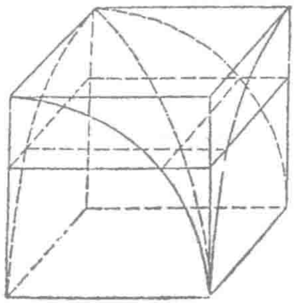
我们在学习立体几何时，会接触到这样一条公理：“夹在两个平行平面间的两个几何体，被平行于这两个平面的任意平面所截，如果截得的两个截面的面积总相等，那么这两个几何体的体积相等”。最早明确提出这一原理的是祖冲之的儿子祖暅（“缘幂势既同，则积不容异”）。而刘徽的体积理论则为这一原理的提出作了充分的准备。

《九章算术》时代，人们已经开始通过比较两个等高立体的最大截面积来解决某些体积问题，但并没有认识到必须保证任意等高处的截面积之比都等于最大截面积之比，才能进行比较。《九章算术》“开立圆术”认为球与外切圆柱之比等于 $\pi:4$，从而容易得出球体积公式

$$V=9/16\cdot D^3$$

其中 D 是球的直径。刘徽在“注”中指出此公式是错误的。他将两个底面半径等于球半径的圆柱正交，称其公共部分为牟合方盖（见下图）。刘徽指出球与外切牟合方盖的体积比

为 π∶4。这一结论为200年后祖冲之父子求出牟合方盖的体积，从而为得到正确的球体积公式奠定了坚实的基础。



球、牟合方盖与立方
（八分之一）

刘徽与计算方法

《九章算术注》中有几百个公式和解题方法，刘徽对每个算法的正确性均作了考察，并对各种算法的内在联系及应用进行了论述。“率”是这些工作中使用最普遍的工具，刘徽极大地发展了“率”的思想，从而将《九章算术》的算法提高到系统理论的高度。

“率”本是规格、标准之意。刘徽将率定义为“凡数相与者谓之率”，即相关的一组量称为率，用以讨论若干量之间的相关性，即相对的数量关系。这一概念要比我们现在常用的比率概念宽广得多。为了求出各物的率，要有一个公度作为标准，这个公度就是单位度量，亦即一，刘徽将它称为“数之母”。如五单位米可以化为一，则米率即为5，三单位粟可以化为一，则粟率即为3，米、粟的相与率为米5、粟3。由此可见率表示某物的度量与另一物的度量的相对关系，相当于现在密度、速度等意义。我们容易知道，分数的分子和分母也可以看成一种率关系。

刘徽还给出了率的一些重要性质，如：“一组成率的数，在投入运算时，其中一个缩小或扩大某倍数，则其余的数必须同时缩小或扩大同一倍数”。由此出发，刘徽给出了三种重要的等量交换：“约以聚之，乘以散之，齐同以通之”。“约以聚

之”就是说，分子、分母同时缩小同一倍数，称作约分，此时分数单位变大；“乘以散之”即分子、分母同时扩大相同的倍数，分数单位就会变小。同时，刘徽还指出经过这样两种运算之后，虽然分数单位发生了变化，表现的形式不同，但分数值不变，明确阐述了分数的基本性质。

在运算时，几个分数只有化成同一分数单位才能进行加减，从而刘徽提出“齐同术”即“齐同以通之”，也就是我们现在所说的通分。刘徽指出应先使诸分数的分母同一，而后使每个分数的分数值保持不变。

刘徽将《九章算术》中的许多算术问题解法进行了归纳总结，形成了一些系统的方法。如他高度评价了今有术，将《九章算术》中的许多术文归结为今有术，把其中包含的原理（若 A: B = a: b，则 B = Ab/a）称为“都术”即普遍方法，这一方法传到印度和西方后被称为三率法。

率在代数中的应用主要表现在方程术中，刘徽在方程的定义、方程直除法、互乘相消法消元中的齐同原理及方程新术等方面做了创造性的工作。另外，刘徽还把率应用于圆周率、面积、体积、勾股容方、容圆等许多几何问题的解法中。

《九章算术》粟米、衰分、均输三章都是关于比例和比例分配的问题，内容交错。刘徽用率将这三章的方法统一了起来，不仅把比例、比例分配归结为今有术，而且将分数、追及、利息等一般算术问题都化为今有问题，并将率应用于方程、面积、体积等问题，使得率成为计算问题的灵魂。

总之，刘徽的《九章算术注》不仅有概念、命题，而且还有联系这些命题的逻辑推理，它标志着我国古代数学已经形成了自己独具特色的理论体系。

另外，刘徽熟练地运用直角三角形的性质，推广了我国古代的“重差术”，写成了《海岛算经》一书，从书中所解决的问题可以看出刘徽已经掌握了相当复杂的测量和计算方法。

刘徽注《九章算术》，充分体现了他作为一个数学家应有的科学态度。他实事求是，不仅继承了《九章算术》所开创的数学联系实际的传统，更重要的是他没有盲目崇拜古人取得的成就。他在全面论证《九章算术》的公式、解法的同时，指出了其中的许多错误和不精确之处，并给以纠正或提出改善建议，他对许多问题的补充解法，大大丰富了《九章算术》的内容。但用对《九章算术》作注的形式展现自己的数学思想，在一定形式上也限制了刘徽的数学创造的展开及其数学思想对后世的影响，或许这该是最让人引以为憾的事情了。

数学泰斗祖冲之

祖冲之（429～500）是我国南北朝时代的一位杰出的科学家。祖冲之卓越的数学成就，在世界数学史上闪耀着光芒，他是代表中国古代数学高度发展水平的杰出人物。

从东晋到南北朝这一段时期内，由于经济文化生活的迅速发展，推动了科学的前进。这一时期出现了许多杰出的科学家，祖冲之是其中最杰出的人物之一。

祖冲之字文远，祖籍范遒县（今河北涞水县）他生活在南朝宋、齐之间。当过南徐州从事史公府参军等职，祖冲之的故乡范阳，在西晋末年的战乱中遇到破坏，他全家随北方居民，一起迁居到江南。据《隋书》记载，他的祖先有几代人研究历法，祖父祖昌当过刘宋王朝的大匠卿，是管理土木建筑