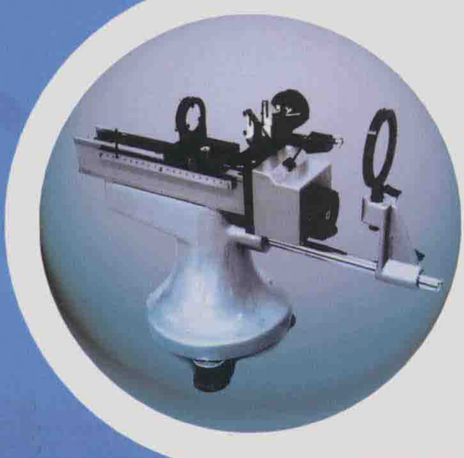
普通高等教育农业部“十二五”规划教材

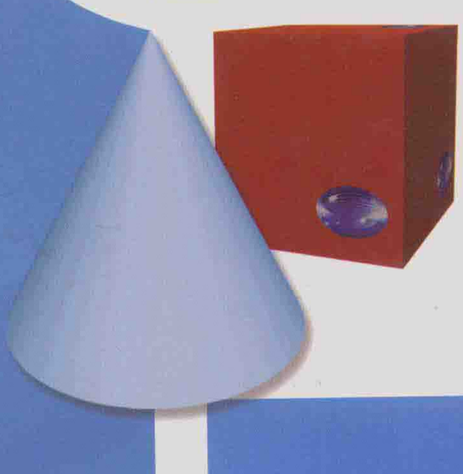
全国高等农林院校“十二五”规划教材

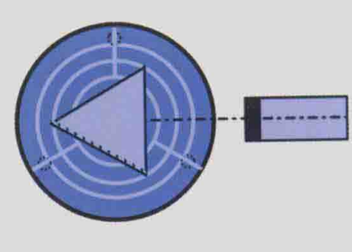
大学物理实验教程

DAXUE WULI SHIYAN JIAOCHENG

杨桂娟 汪 静 胡玉才 主编







中国农业出版社

普通高等教育农业部“十二五”规划教材
全国高等农林院校“十二五”规划教材

大学物理实验教程

杨桂娟　汪 静　胡玉才　主编

中国农业出版社

图书在版编目（CIP）数据

大学物理实验教程/杨桂娟，汪静，胡玉才主编．—北京：中国农业出版社，2013.1（2014.1 重印）

普通高等教育农业部“十二五”规划教材　全国高等农林院校“十二五”规划教材

ISBN 978-7-109-17421-4

Ⅰ.①大…　Ⅱ.①杨…　②汪…　③胡…　Ⅲ.①物理学-实验-高等学校-教材　Ⅳ.①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 020831 号

中国农业出版社出版

（北京市朝阳区农展馆北路 2 号）

（邮政编码 100125）

策划编辑　薛　波

文字编辑　薛　波

中国农业出版社印刷厂印刷　　新华书店北京发行所发行

2013 年 1 月第 1 版　　2014 年 1 月北京第 2 次印刷

开本：787mm×1092mm　1/16　　印张：20.25

字数：485 千字

定价：32.00 元

前 言

物理学是研究物质的基本结构、基本运动形式、相互作用及其转化规律的自然科学。它的基本理论渗透在自然科学的各个领域，应用于生产技术的许多部门，是其他自然科学和工程技术的基础。

物理学本质上是一门实验科学。物理实验是科学实验的先驱，体现了大多数科学实验的共性，在实验思想、实验方法以及实验手段等方面是各学科科学实验的基础。

大学物理实验是高等学校理工科类专业学生进行科学实验基本训练的必修基础课程。它在培养学生严谨的治学态度、活跃的创新思维、理论联系实际和适应科技发展的综合能力等方面具有其他实践类课程不可替代的作用。

本书是以大连海洋大学历年来所用的物理实验讲义为基础，根据教育部教学指导委员会制定的理工科类大学物理实验课程教学基本要求，并结合近年来大连海洋大学物理实验室的发展和课程的建设而编写的。

本书共分五章。第 1 章阐述了物理实验数据处理的基础知识，着重介绍了与大学物理实验有关的数据处理知识。第 2 章较为详细地介绍了常用物理量及其相关测量知识，目的在于使学生掌握大学物理实验中经常遇到的物理量的测量方法及其测量仪器。第 3 章为基本型实验，本章通过基础性实验的学习，对学生的基本物理量的测量、基本测量仪器的使用、基本测量方法的选择等基础实验能力进行了训练。第 4 章为综合设计型实验，本章通过各类综合应用性实验的学习，开阔学生的眼界和思路，提高学生对实验方法和实验技术的综合运用能力。第 5 章为研究创新型实验，要求学生在完成一定数量的基本型实验和综合设计型实验后，并具备一定的综合实验能力的前提下，根据给定的实验目的、原理和提示，基本独立完成或分组完成实验，目的在于培养学生综合应用知识的能力、设计实验的能力以及运用所学知识解决问题的能力。

本书凝聚了大连海洋大学全体物理教师的辛勤劳动，是集体智慧的结晶。其中汪静编写了第 1 章、实验 3.1、实验 4.16、实验 5.19；胡玉才编写了第 2

章、实验5.11；杨桂娟编写了实验3.2、实验4.13、实验4.17、实验4.21、实验4.25、实验5.1、实验5.9、实验5.10、实验5.12、实验5.15、实验5.21；梅妍编写了实验3.4、实验4.1、实验4.15、实验4.18、实验4.20、实验4.24、实验5.7、实验5.16；唐茂勇编写了实验3.7、实验4.4、实验4.7、实验5.4、实验5.5、实验5.6、实验5.13、实验5.17、实验5.18、实验5.20；徐建萍编写了实验3.5、实验3.6、实验3.8、实验4.5、实验4.6、实验4.9、实验4.19、实验5.2、实验5.3；白亚乡编写了实验4.8、实验4.10、实验4.11、实验4.14、实验4.22、实验4.23、实验5.8、实验5.14；康冬梅编写了实验3.3、实验4.2、实验4.3、实验4.12、实验4.26。杨桂娟负责全书的统稿工作，李仁宸主审。

在本书的初稿时期，教研室几代教师做了许多工作，全体作者对他们付出的辛苦表示感谢。另外，在本书编写过程中，我们也参阅了许多兄弟院校的有关教材以及相关的参考文献，汲取了大量的宝贵经验，在此表示衷心感谢！

由于编者水平有限，教材中难免存在不妥之处，敬请读者批评指正，并在使用的过程中把您的感受和意见及时告诉我们，以便于我们今后做进一步的修订。

编　者

2012年10月

目　录

第 1 章　物理实验数据处理的基本方法

物理实验不仅仅是观察物理现象，更重要的是对某些物理量进行定量测量。要进行定量的测量，首先要对测量数据进行一定的数学处理，使得出的结果接近其真值，然后要对所得结果的“质量”作出评价，这是数据处理与误差分析的主要内容。本章介绍了实验数据处理、测量误差估计和实验结果的表示等一些基本知识和方法，这些知识和方法在每一个物理实验中都要用到，是今后从事科学实验必须了解和掌握的。由于这部分内容牵涉面较广，要求同学们首先阅读一遍，对这些知识和方法有初步的了解，以后结合每一个具体实验再细读有关的段落，通过实际运用加以掌握。

1.1　测量与误差

1.1.1　测量及分类

在物理学发展史上，对物理现象、状态或过程的各种量的准确测量，是实验物理的关键工作。

测量是用实验方法获得量的量值的过程，就是将待测物理量与选作计量标准的同类物理量进行比较，并得出其倍数的过程。倍数值称为待测物理量的数值，选作的计量标准称为单位。因此，一个物理量的测量值应由数值和单位两部分组成，缺一不可。

测量一般分为直接测量和间接测量。直接测量是指可以用测量仪器仪表或量具直接读出测量值的测量。例如，用米尺测物体的长度，用天平和砝码测物体的质量，用电流表测线路中的电流等，都是直接测量。间接测量是指依据待测物理量与若干个直接测量量的函数关系得到测量值的测量。例如，测物体密度时，先测出该物体的体积和质量，再用公式算出物体的密度。在物理实验中进行的测量，大多是间接测量。

在物理实验中，不仅要明确测量对象，选择恰当的测量方法，正确完成测量的各个步骤，还要学习误差理论和实验数据处理的基本概念，学会用不确定度完整地表示测量结果。

测量对象、测量单位、测量方法和测量不确定度被称为测量的四个要素。

1.1.2　测量误差

一个被测量的物理量，在确定的条件下，在规定测量单位以后，必定有一个客观上存在的、确定的数值，这个值不会随着测量工具和方法的不同而改变，称为该物理量的真值。测量的目的是力求获得真值。但是实验证明，由于任何测量仪器、测量方法、测量环境及观测者的观察力等都不能做到绝对严密，故真值是测不到的。

测量误差的大小反映了测量结果的准确程度，它可以用绝对误差表示，也可以用相对误差表示，分别为

$$绝对误差 = 测量值-被测量的真值$$

$$相对误差 = \frac{测量的绝对误差}{被测量的真值} \times 100\%$$

被测量的真值是一个理想的概念，只有定义严密时通过完善的测量才可能获得，它一般无从得知。因此，不能计算误差，只有少数情况下用准确度高的实际值作约定真值时才能计算误差。

由测量得到的一切数据，都毫无例外地包含有一定数量的测量误差，没有误差的测量结果是不存在的。虽然一般不知道真值，因而不能计算误差，但是能分析误差产生的主要因素，以减小或基本消除有的误差分量对测量的影响。对测量结果中未能消除的误差影响，要估计出它们的极限值或表征误差分布特征的参量，如标准偏差。误差的普遍性要求我们：必须重视对测量误差的分析，重视不确定度评定，尽可能完整地表示测量结果。

1.2 误差的分类

测量中的误差主要分为3种类型，即随机误差、系统误差和过失误差（又称粗大误差）。它们的性质不同，需要分别处理。

1.2.1 随机误差

随机误差是指在对同一被测量的多次测量过程中，绝对值与符号以不可预知的方式变化的误差分量。这种误差是由实验中各种因素的微小变动引起的。例如，电表轴承摩擦力矩的变动、螺旋测微器测量面的压紧力在一定范围内变化、操作读数时在一定范围内随机变动的视差影响、数字仪表末位取整数时的随机舍入过程等。这些因素的共同影响使测量值围绕着测量的平均值发生有涨有落的变化，其变化量就是各次测量的随机误差。

随机误差的出现，就某一测量值来说是没有规律的，其大小和方向是不能预知的。但对一个量进行足够多次的测量，则会发现它的随机误差是按一定的统计规律分布的，如二项式分布、泊松分布、正态分布、均匀分布等，其中最典型的是按正态分布形式分布。

1.2.1.1 算术平均值

在多次测量时，正负随机误差常可以大致相消，因而用多次测量的算术平均值表示测量结果可以减小随机误差的影响。设对某一物理量在测量条件相同的情况下进行 n 次无明显系统误差的独立测量，测得 n 个测量值 x_1，x_2，…，x_n，一般 $n \geqslant 6$，它们的算术平均值是

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \text{ , } i = 1,2,\cdots,n \tag{1-2-1}$$

为简捷，常略去总和号上的求和范围，例如上式中的分子可写成 $\sum x_i$ 。根据误差的统计理论可以证明：当系统误差已被消除时，测量值的平均值最接近被测量的真值，测量次数越多，接近的程度越好（当 $n \to \infty$ 时，平均值趋近于真值）。因此，可以用平均值表示测量结果。

1.2.1.2 实验标准（偏）差

测量值的分散程度直接体现随机误差的大小，测量值越分散，测量的随机误差就越大。

因此，必须对测量的随机误差作出估计才能表示出测量的精密度。对随机误差作估计的方法有多种。科学实验中常用标准偏差来估计测量的随机误差。每一次测量值 x_i 与平均值之差称为残差，即 $\Delta_{xi}=x_i-\bar{x}$，$i=1,2,\cdots,n$，显然，这些残差有正有负。常用“方均根”法对它们进行统计，得到的结果就是多次测量的标准偏差，以 S_x 表示，由贝塞尔法算出：

$$S_x=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} \tag{1-2-2}$$

S_x 反映了随机误差的分布特征，S_x 大表示测得值分散，随机误差的分布范围宽，精密度低；S_x 小表示测得值密集，随机误差分布范围窄，精密度高。

测量准确度反映随机误差和系统误差的综合影响程度，不确定度小，准确度高，准确度曾称为“精度”，现在精度只是精密度的简称。

1.2.1.3　平均值的实验标准偏差

$$S_{\bar{x}}=\frac{S_x}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} \tag{1-2-3}$$

1.2.2　系统误差

系统误差（简称“系差”）是指在同一被测量的多次测量过程中保持恒定或以可预知方式变化的误差分量。

系统误差的来源：

（1）仪器的结构和标准不完善或使用不当引起的误差。如天平不等臂、分光计读数装置的偏心差、电表的示值与实际值不符等属于仪器的缺陷，在使用时，可采用适当方法加以减小或消除。仪器设备安装调整不妥，不满足规定的使用状态，如不水平、不垂直、偏心、零点不准等使用不当的情况应尽量避免。

（2）理论或方法误差。它是由测量所依据的理论公式的近似或实验条件达不到理论公式所规定的要求引起的。如单摆测重力加速度时，所用公式的近似性；伏安法测电阻时，不考虑电表内阻的影响等。

（3）环境误差。它是由外部环境，如温度、湿度、光照等与仪器要求的环境条件不一致而引起的误差。它也是随机误差的来源。

（4）实验人员的生理或心理特点所造成的误差。如停表计时时，总是超前或滞后；对仪表读数时总是偏一方斜视等。

系统误差包括已定系差和未定系差。

1.2.2.1　已定系差

指符号和绝对值已经知道的误差分量。实验中应尽量消除已定系差，或对测量结果进行修正，得到已修正结果。修正公式为：

已修正测量结果＝测得值（或其平均值）－已定系差

修正值等于负已定系差，已修正结果等于测得值加修正值。

1.2.2.2　未定系差

指符号或绝对值未被确定而未知的系差分量。一般只能估计其限值或分布特征值。未定系差分量大多和下文的 B 类不确定度分量来源有大致对应关系。

误差的随机性，包括随机误差的随机变量特性和未定系差的某种“随机性”，是不确定度分量方和根合成法的基础。对于不同测量条件、不同被测量值或不同时段等，未定系差在一定意义上可以说具有随机性。

例如在（20.0±2.0）℃的空调室内，某一时刻室温对20.0℃的偏离误差是定值系差，但不同时刻的偏离误差在±2.0℃内变动，变动范围已知但分布规律未知，具有随机性。变频空调的温度偏离误差分布常有单峰性，到达温控极值点就启停的开关式空调偏离误差分布一般无峰。

1.2.2.3 系差分析的重要性

系统误差分量对测量结果的影响常常显著地大于随机误差分量的影响，因此大学物理实验要重视对系差的分析，尽量减小它对测量结果的影响：

（1）对已定系差进行修正；

（2）合理评定系差分量大致对应的B类不确定度分量；

（3）通过方案选择、参数设计、计量器具校准、环境条件控制、计算方法改进等环节减小系差影响。

1.2.3 过失误差

过失误差（又称粗大误差）是指由于外界干扰、操作读数失误等原因而明显超出规定条件下的预期值。包含过失误差的测定值或过失误差称为异常值。测量要避免出现高度显著的异常值，已被谨慎定为异常值的个别数据要剔除。

1.3 测量的不确定度和测量结果表述

不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度，是对被测量的真值所处的量值范围的评定。不确定度可分为两类分量：一类是用统计方法估计的A类分量，另一类是用非统计方法估计的B类分量。

表示完整的测量结果，应给出被测量的量值 x_0，同时标出测量的总不确定度 Δ，写成 $x_0 \pm \Delta$ 的形式，这表示被测量的真值在（$x_0-\Delta$，$x_0+\Delta$）的范围之外的可能性（或概率）很小。

1.3.1 直接测量结果的表示和总不确定度的估计

直接测量时被测量的量值 x_0 一般取多次测量的平均值 $\bar{x}$，若实验中有时只能测一次或只需测一次，就取该次测量值 x。最后表示直接测量结果中被测量的量值 x_0 时，通常还必须将已定系统误差分量（即绝对值和符号都确定的可估算出的误差分量）从平均值 $\bar{x}$ 或一次测量值 x 中减去，以求得 x_0，即对已定系统误差分量进行修正。如螺旋测微计的零点修正、伏安法测电阻中对电表内阻影响的修正等。

参考国际计量委员会通过的《BIPM实验不确定度的说明建议书INC—1（1980）》的精神，大学物理实验的测量结果表示中，总不确定度 Δ 从估计方法上也可分为两类分量：多次重复测量用统计方法计算出的A类分量 Δ_A 和用其他方法估计出的B类分量 Δ_B。它们可用“方和根”法合成（下文中的不确定度及其分量一般都是指总不确定度及其分量），即

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \qquad (1-3-1)$$

在大学物理实验中对同一量做多次直接测量时，一般测量次数 n 不大于 10，只要测量次数$n>5$，就可直接取 $\Delta_A = S_x$，把多次测量的标准偏差 S_x 的值当做多次测量中用统计方法计算的总不确定度分量 Δ_A。标准偏差 S_x 和总不确定度中 A 类分量 Δ_A 是两个不同的概念，在大学物理实验中，当 $5<n\leqslant 10$ 时取 S_x 的值当做 Δ_A，这是一种最方便的简化处理方法。因为当 Δ_B 可忽略不计时，有 $\Delta = \Delta_A = S_x$，这时被测量的真值落在 $x_0 \pm S_x$ 范围内的可能性（概率）已大于或接近 95%。下文中出现的 S_x 如非特别注明，均表示 Δ_A 的取值大小。

在大学物理实验中常遇到仪器的误差，它是参照国家标准规定的计量仪表、器具的准确度等级或允许误差范围，由生产厂家给出或由实验室结合具体测量方法和条件简化约定的误差，用 $\Delta_{仪}$ 表示。仪器的误差 $\Delta_{仪}$ 在大学物理实验教学中是一种简化表示，通常取 $\Delta_{仪}$ 等于仪表、器具的示值误差限或基本误差限 Δ_{ins}。许多计量仪表、器具的误差产生原因及具体误差分量的计算分析超出本课程的要求范围。用大学物理实验室中的多数仪表、器具对同一被测量在相同条件下做多次直接测量时，测量的随机误差分量一般比其基本误差限或示值误差限小很多。此外，一些仪表、器具在实际使用中很难保证在相同条件下或规定的正常条件下进行测量，测量误差除基本误差或示值误差外还包含变差等其他分量。因此约定，在大多数情况下大学物理实验中把 $\Delta_{仪}$ 简化地直接当做总不确定度 Δ 中用非统计方法估计的分量 Δ_B，于是由式（1－3－1）可得

$$\Delta = \sqrt{S_x^2 + \Delta_{仪}^2} \qquad (1-3-2)$$

如果因 $S_x < \frac{1}{3}\Delta_{仪}$，或因估计出的 Δ 对实验最后结果的影响甚小，或因条件受限制而只进行了一次测量时，Δ 都可简单地用仪器的误差$\Delta_{仪}$ 来表示，这时式（1－3－1）中用统计方法计算的 A 类分量 Δ_A 虽然存在，但无法用式（1－3－2）算出。当实验中只要求测量一次时，Δ 取$\Delta_{仪}$ 并不说明只测一次比测多次时 Δ 的值小，只说明 $\Delta_{仪}$ 和用 $\sqrt{\Delta_A^2+\Delta_{仪}^2}$ 估算出的结果相差不大，或者说明整个实验中对该被测量的 Δ 的估算要求能够放宽或必须放宽。测量次数 n 增加时，用式（1－3－2）估算出的 Δ 虽然一般变化不大，但真值落在 $x_0 \pm \Delta$ 范围内的概率却更接近 100%，这说明 n 增加时仪器仪表不确定度所处的量值范围实际上更小了，因而测量结果更准确了。

根据国家标准 GB776—65《电气测量指示仪表通用技术条例》规定，仪表的准确度 N 分为 0.1，0.2，0.5，1.0，1.5，2.5，5.0 七个等级，旧的仪表还会出现 4.0 的级别。

仪表准确度等级的数字 N 是表示仪表本身在正常工作条件（位置正常，周围的温度为 20 ℃，几乎没有外界磁场的影响）下可能发生的最大绝对误差与仪表的额定值（量程）的百分比。

实验中一般多使用单向标度尺的指示仪表，在规定的条件下使用时，根据仪表级别的定义可得示值的最大绝对误差为

$$\Delta_{仪} = x_m \cdot N\%$$

式中，x_m 为仪表的量程；N 为仪表的准确度级别。测量时，某一示值 x 的最大相对误差为

$$E = \frac{\Delta_{仪}}{x} = \frac{x_m}{x} \cdot N\%$$

由此可见，在选用仪表的量程时，要尽可能使所测数值接近仪表的满度值，其测量的准确度才接近于仪表标称的准确度。

1.3.2　间接测量结果和不确定度的合成

在很多实验中，进行的测量是间接测量。间接测量的结果是由直接测量的结果根据一定的数学式计算出来的。这样一来，直接测量结果的不确定度就必然影响到间接测量结果，这种影响的大小也可以由相应的数学式计算出来。

设间接测量所用的数学式可以表示为如下的函数形式

$$\varphi = F(x,\ y,\ z,\ \cdots)$$

式中，φ 是间接测量结果；x，y，z，…是直接测量结果，它们都是互相独立的量。设 x，y，z，…的不确定度分别为 Δ_x，Δ_y，Δ_z，…，它们必然影响间接测量结果，使 φ 值也有相应的不确定度 Δ_φ。由于不确定度都是微小的量，相当于数学中的“增量”，因此间接测量的不确定度的计算公式与数学中的全微分公式基本相同。不同之处是：①用不确定度 Δ_x 等替代微分 $\mathrm{d}x$ 等；②考查不确度合成的统计性质。于是，在大学物理实验中用以下两式来简化地计算不确定度 Δ_φ，即

$$\Delta_\varphi = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2(\Delta_x)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2(\Delta_y)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2(\Delta_z)^2 + \cdots} \quad (1-3-3)$$

$$\frac{\Delta_\varphi}{\varphi} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2(\Delta_x)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2(\Delta_y)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2(\Delta_z)^2 + \cdots} \quad (1-3-4)$$

式（1-3-3）适用于和差形式的函数，式（1-3-4）适用于积商形式的函数。

在一些简单的测量问题中也可采用绝对值合成的方法，即

$$\Delta_\varphi = \left|\frac{\partial F}{\partial x}\Delta_x\right| + \left|\frac{\partial F}{\partial y}\Delta_y\right| + \left|\frac{\partial F}{\partial z}\Delta_z\right| + \cdots \quad (1-3-5)$$

$$\frac{\Delta_\varphi}{\varphi} = \left|\frac{\partial \ln F}{\partial x}(\Delta_x)\right| + \left|\frac{\partial \ln F}{\partial y}(\Delta_y)\right| + \left|\frac{\partial \ln F}{\partial z}(\Delta_z)\right| + \cdots \quad (1-3-6)$$

这种合成方法所得的结果一般偏大，与实际的不确定度合成情况可能有较大出入，但因其比较简单，故在项数较少时可作为一种简化的处理方法。在科学实验中一般都采用方和根合成来估计间接测量结果的标准偏差不确定度，测量结果表示成 $F(\bar{x},\ \bar{y},\ \bar{z},\ \cdots) \pm \Delta_\varphi$ 的形式。

【例 1】 用一台数字电压表测一恒压源输出电压 U，重复测量 7 次，其测量结果为 $U_1 = 0.928\,570$ V，$U_2 = 0.928\,534$ V，$U_3 = 0.928\,606$ V，$U_4 = 0.928\,599$ V，$U_5 = 0.928\,572$ V，$U_6 = 0.928\,591$ V，$U_7 = 0.928\,585$ V。设已定系统误差为 0，电压表分辨率为 1 μV，测量范围为 0～1 V。生产厂提供的说明书给出表的准确度在量程 $U_m = 1$ V 时为

$$\Delta_{ins} = 14 \times 10^{-6} U + 2 \times 10^{-6} U_m$$

试写出测量结果。

解
$$\overline{U} = \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7} U_i = 0.928\,579\,6 \text{ V}$$

用贝塞尔公式求标准偏差 S_U

$$S_U = \sqrt{\frac{\sum (\Delta U_i)^2}{7-1}} = 2.4 \times 10^{-5} \text{ V}$$

即
$$\Delta_A=2.4\times10^{-5}\ \mathrm{V}$$
$$\Delta_{ins}=14\times10^{-6}\times0.928\,579\,6+2\times10^{-6}\times1=1.5\times10^{-5}\ \mathrm{V}$$
即
$$\Delta_B=\Delta_{ins}=1.5\times10^{-5}\ \mathrm{V}$$
$$\Delta=\sqrt{\Delta_A^2+\Delta_B^2}=2.8\times10^{-5}\ \mathrm{V}$$
测量结果为
$$U=(0.928\,580\pm0.000\,028)\ \mathrm{V}$$

【例 2】 有 9 个不等值电阻，每个电阻的不确定度皆为 0.2 Ω，将它们串联使用时，求总电阻的不确定度。

解　9 个电阻互相独立，总电阻等于 9 个电阻之和，由式（1-3-3）可得总电阻的不确定度等于各电阻的不确定度的平方和开方，即
$$\Delta_R=\sqrt{9\times(0.2)^2}=0.6\ \Omega$$

【例 3】 若 $N=x^2y^3/z^4$，x，y，z 的不确定度分别为 Δ_x，Δ_y，Δ_z，求 Δ_N。

解
$$\ln N=2\ln x+3\ln y-4\ln z$$
$$\frac{\partial\ln N}{\partial x}=\frac{2}{x},\quad \frac{\partial\ln N}{\partial y}=\frac{3}{y},\quad \frac{\partial\ln N}{\partial z}=-\frac{4}{z}$$
则由式（1-3-4）可得
$$\frac{\Delta_N}{N}=\sqrt{\left(2\frac{\Delta_x}{x}\right)^2+\left(3\frac{\Delta_y}{y}\right)^2+\left(4\frac{\Delta_z}{z}\right)^2}$$
$$\Delta_N=N\sqrt{\left(2\frac{\Delta_x}{x}\right)^2+\left(3\frac{\Delta_y}{y}\right)^2+\left(4\frac{\Delta_z}{z}\right)^2}$$

1.4　有效数字及其表示

在实验中所测的被测量都是含有误差的数值，对这些数值不能任意取舍，应反映出测量值的准确度。因此对于在记录数据、计算以及书写测量结果时，究竟应写出几位数字有严格的要求，应根据测量误差或实验结果的不确定度来定。

1.4.1　有效数字

从仪器上读出的数字，通常可估计到仪器最小刻度线的下一位。例如，用 300 mm 量程的毫米分度钢尺测量某物体的长度，正确的读法是除了确切地读出钢尺上有刻线的位数之外，还应估计一位，即读到 1/10 mm。比如，测出某物体的长度是 15.2 mm，前两位数“15”可以从钢尺上直接读出来，是确切数字，而第三位数是测量者估读出来的，估读的结果因人而异。因此，这一位数是有疑问的，称为存疑数字。由于第三位数已存疑，在它以下各位数的估计已无必要。仪器上读出的数字应包括最后一位存疑数字，而且也只有最后一位数字是存疑数字。

书写有效数字时必须注意“0”的位置。例如，某物体的质量为 0.802 000 kg，第一个“0”不表示有效数字，它的出现是因为选用的单位大，数值就小了的缘故。如果用 g 作单位，则物体质量为 802.000 g，前面这个“0”就没有了。而数值中后面三个“0”都是有效数字，不能省略，否则就不能反映实验数据的确切程度及存疑数字的位置。为了避免混淆，并使记录和计算方便，通常按照数字的标准形式将上例写成

$$8.020\,00\times10^{-1}\ \text{kg} \quad 或 \quad 8.020\,00\times10^{2}\ \text{g}$$

就是说，在小数点前一律取一位有效数字。采用不同单位而引起的数值上的不同，可用乘以10的幂来表示。

数字的取舍采用“四舍六入五凑偶”规则，即：

(1) 欲舍去的数字最高位为4或4以下的数，则“舍”；若为6或6以上的数，则“入”。

(2) 欲舍去的数字最高位为5时，前一位数为奇数，则“入”；为偶数，则“舍”。即通过取舍总是把前一位数凑成偶数。这又称之为“单进双不进”规则。这样做可以使“入”和“舍”的机会均等，以避免用“四舍五入”规则处理较多数据时，因“入”多“舍”少而引入计算误差。

现举例说明如下，将下列数据舍入到小数点后第二位：

$$8.086\,1\rightarrow8.09$$

$$8.084\,5\rightarrow8.08$$

$$8.085\,0\rightarrow8.08$$

$$8.075\,4\rightarrow8.08$$

有些仪器，如数字式仪表或游标卡尺，是不可能估计出最小刻度以下一位数字的，那么就不去估计，而把直接读出的数字记录下来，仍然认为最后一位数字是存疑的，因为最后一位数总有±1的误差。

1.4.2 有效数字的运算规则

间接测量的结果是由直接测量的结果根据一定的数学式计算出来的，因此也有一定的有效数字。有效数字运算的总的规则是：确切数字与确切数字运算后仍为确切数字，存疑数字与存疑数字运算后仍为存疑数字，存疑数字与确切数字运算后成为存疑数字，进位数可视为确切数字。对于已经给出了不确定度的有效数字，在运算时应先计算出运算结果的不确定度，然后根据这个不确定度决定结果的有效数字位数。如今在电子计算器已得到普遍使用的情况下，方便了有效数字的运算，可以把原始数据直接输入计算器，得到最后的计算结果，再按规则确定其有效数字位数。

1.4.2.1 加减运算

规则：(1) 如果已知参与加减运算的各有效数字的不确定度，则先算出计算结果的不确定度，并保留1～2位，然后确定计算结果的有效数字位数。(2) 如果没给出参与加减运算的各有效数字的不确定度，则先找出存疑位最高的那个有效数字，计算结果的存疑位应与该有效数字的存疑位对齐。

【例4】 $A=13.65$，$B=0.008\,2$，$C=1.603\,5$。求：$A+B-C$。

解 $A+B-C=13.65+0.008\,2-1.603\,5=12.054\,7$

按照规则(2)，A的存疑位最高，所以最后结果的存疑位也应保留到这位，即

$$A+B-C=12.05$$

结果应为4位有效数字。

1.4.2.2 乘除运算

规则：若干个有效数字要乘除时，计算结果（积或商）的有效数字位数在大多数情况

下，与参与运算的有效数字位数最少的那个分量的有效数字位数相同。

【例 5】 $A=22.35$，$B=1.2$。求：$A\times B$。

解
$$A\times B=22.35\times 1.2=26.820$$

按照规则，B 分量的有效数字位数最少，所以计算结果的有效数字位数与其相同，即
$$A\times B=27$$
结果应为 2 位有效数字。

1.4.2.3　乘方开方运算

规则：有效数字在乘方或开方时，若乘方或开方的次数不太高，其结果的有效数字位数与原底数的有效数字位数相同。

【例 6】 $A=4.25$，求 A^2。

解
$$A^2=18.0625$$

最后取 $A^2=18.1$，运算结果为 3 位有效数字。

1.4.2.4　对数运算

规则：有效数字在取对数时，其有效数字的位数与真数的有效数字位数相同或多取 1 位。

【例 7】 $A=3.27$，求 $\lg A$。

解
$$\lg A=0.51454\cdots$$

最后取 $\lg A=0.514$，运算结果为 3 位有效数字。

在有效数字运算过程中，对中间运算结果应适当多保留几位，以免因过多截取而带来误差。对 π、$\sqrt{2}$ 等值应直接按计算器上的按键取用。

上述只是几种最简单的运算形式，实际上遇到的情况要复杂得多。计算一个结果往往包括几种不同形式的运算，对于这种复杂的运算，一般要通过计算不确定度来确定结果的有效数字位数。

1.4.3　测量结果的有效数字位数

测量结果都应表示成 $x_0\pm\Delta_x$ 的形式，有效数字应该是多少位，要由测量的不确定度决定。例如，已知测得的电压值是 6.040 35 V，不确定度是 0.005 V。由不确定度知道，千分位是存在误差的，因此，测量数据从千分位开始，以后的各位都是存疑位，多保留是没有意义的。测量结果应表示成（6.040±0.005）V。测量结果是 4 位有效数字，前 3 位是确切数字，末位的“0”是存疑数字。

由上面例子可知，测量不确定度的数字与测量值的有效数字存疑位应该具有相同的数量级，或者说，不确定度数字所在位应该与测量值有效数字存疑位对齐。不确定度一般取 1～2 位，当不确定度第一位数字较小时通常取 2 位，因此，测量值有效数字中的存疑位也与之对应取 1～2 位。

1.5　数据处理的常用方法

正确处理实验数据是实验能力的基本训练内容之一。根据不同的实验内容和要求，可以采取不同的数据处理方法。下面分别介绍物理实验中较常用的一些方法。