

天津大學

材料力學習題集

材料力学教研室編

1958年1月

目 錄

关于計算的一些問題·····	1
計算尺的原理与用法簡單介紹·····	5

第 一 篇 拉 压

§ 1. 断面法, 軸力圖, 虎克定律·····	9
§ 2. 拉压强度計算, 桿系位移·····	10
§ 3. 拉压靜不定問題·····	13
§ 4. 拉压靜不定問題的許可荷重法·····	18
§ 5. 复雜应力状态·····	20

第 二 篇 剪 切 和 扭 轉

§ 1. 剪切·····	24
§ 2. 扭轉·····	26

第 三 篇 彎 曲

§ 1. 平面圖形几何性質·····	29
§ 2. 剪力圖、弯矩圖·····	32
§ 3. 梁的应力·····	41
§ 4. 梁的許可荷重法·····	49
§ 5. 梁的变形·····	50
§ 6. 变断面梁·····	61
§ 7. 变形能和位移的确定 (摩尔法和維氏法) ·····	63
§ 8. 靜不定系統·····	69
§ 9. 彈性基礎上的梁·····	

第 四 篇 复 合 抗 力

§ 1. 斜弯曲·····	82
§ 2. 拉压与弯曲联合作用, 偏心拉压, 截面核心·····	84
§ 3. 扭弯联合作用·····	90
§ 4. 曲桿·····	94
§ 5. 厚壁筒·····	95
§ 6. 薄壁桿·····	97
§ 7. 薄壁容器·····	110

第五篇 压桿的穩定問題

第六篇 动載荷

§ 1. 慣性力法·····	118
§ 2. 彈性振動·····	121
§ 3. 冲击应力和变形·····	122
§ 4. 重覆应力下的强度校核·····	126

附錄一、圖算作業題目

§ 1. 断面的几何性質·····	128
§ 2. 梁的弯曲·····	129
§ 3. 截面核心·····	132
§ 4. 扭轉与弯曲联合作用的傳动軸·····	134

附錄二、圖算作業答案

关于計算的一些問題

作为一个工程师，必須具有熟練迅速的計算能力，这是因为实际的工作任务所要求于工程师的。往往不只是某一方面的理論，而是利用这些理論，經過一定的計算所得到的数字結果。要培养熟練的計算能力，决不是一朝一夕的事情，所以从入大学起就在这方面經常不断的進行有效的訓練，乃是十分必要的事情，現在提出一些在計算中应当注意的問題，介紹在下面：

一、有效数字：

我們說一个数字有几位有效数字，就代表着該数字有几位基本可靠，譬如說我們說一个数字有三位有效数字，就等于說它的前兩位是絕對可靠的，而第三位是大致可靠的，当然三位以后的就不可靠了，所以一般也就以0來表示了，譬如說 34600 有三位有效数字，就是說 34 是絕對可靠的，6 是大致可靠的，实际上这个数字可能是 34500 到 34700 中間的任何数字，譬如說，可能是 34637。

当然一个数字有效位数愈多，愈是精密，但是在工程中無論由实验或由測量所得到的数字精密度都有一定的限制，一般說都只有三位有效数字（有时是四位有效数字）由这样的数字經過計算所得到的結果，一般也只有三位有效数字，所以算出过多位的数字結果是不必要的，讓我們來看下面的例子。

設有一長方形，其两个边長分別量得是 2.34^{cm} 和 5.21^{cm} ，这里最后一位数字是估計出來的。因而这两个数字都是三位有效数字（第三位大致可靠）我們算得長方形面積 $= 2.34 \times 5.21 = 12.1914 \text{ C m}^2$ ，得出了一個六位的数字，这是否說明得到的面積有六位有效数字呢？不是的，因为原來的边長都是三位有效数字，第三位是大致可靠的，那么比如說 2.34^{cm} 的边長也可能是 2.35^{cm} ，这样面積就該是 $2.35 \times 5.21 = 12.2435 \text{ C m}^2$ ，可見得到的面積后几位是根本不可靠的，只有前兩位是絕對可靠的，第三位是大致可靠的，所以得到的面積也只能有三位有效数字，我們可以寫作面積 $= 2.34 \times 5.21 = 12.2 \text{ C m}^2$ ，算出过多位的数字是沒有意义的。

用計算尺計算一般可以得到三位有效数字（靠1的一端可得四位有效数字），所以用計算尺來計算工程中的問題是既方便又足够精確的，現在來說明一下数字經加減乘除运算后所得結果的有效数字：

1. 加法：兩数相加所得和的有效位数可由估計数字中那一位是大致可靠的办法來得到，为簡便起見，在下面的講解中把大致可靠的那一位数字下面加上橫線如 34600 是三位有效数字。

$$\underline{346}00 + \underline{468}00 = \underline{814}00 \text{ (三位有效),}$$

$$\underline{258} + \underline{311} = \underline{569} \text{ (三位有效)。$$

由上面來看，一般來說两个三位有效数字相加，仍得三位有效数字。

有时两个数字大致可靠的数字不在同一位，那么和的大致可靠位数只能相当原來較靠前的大致可靠的位数，如

$$\underline{38.6} + \underline{221} = \underline{39} + \underline{221} = \underline{260}。$$

这里把 $\underline{38.6}$ 变作了 $\underline{39}$ 是因为 $\underline{221}$ 的个位已經是大致可靠的，所以把 $\underline{8.6}$ 变作 $\underline{9}$ 对結果的有效数字是不会有影响的，因而

$$\underline{325} + \underline{101} + \underline{11.2} + \underline{1.08} + \underline{0.286} = \underline{325} + \underline{101} + \underline{11} + \underline{1} + \underline{0} = \underline{438}。$$

有时两个三位有效数字相加有進位时，和可以是四位有效数字，如

$$\underline{325} + \underline{712} = \underline{1037} \text{ (四位有效)。$$

2. 減法：可和加法一样判断差的有效位数，如：

$$78 \underline{6} - 25 \underline{9} = 52 \underline{7} \text{ (三位有效),}$$

$$105 \underline{0} - 52 \underline{1} = 52 \underline{9} \text{ (三位有效),}$$

但須注意，兩数如非常相近时，所得的差的有效位数会大大減少，如

$$127 \underline{8} - 127 \underline{4} = 4 \text{ (只有一位有效数字),}$$

所以在計算中應該尽量避免这样形式的演算。

3. 乘除法：一般說兩個三位有效数字相乘或相除所得的積或商仍是三位有效数字（由上面長方形面積的例子可以看出）。

二、速算法：我們在計算中要迅速的得到可靠的結果，就要想一些办法使复雜的計算簡化，節省計算的時間。

1. 心算：計算的方式，可以用心算、筆算、珠算，計算尺、計算机等。这里心算應該是最簡捷的，但是適用範圍有限，复雜一些的問題用心算就比較困难，筆算可以說是最笨拙的方法，不是非常必要时不应采用，珠算只宜加減，乘除时速度太慢，計算机又不是非常普遍，所以一般計算时，簡單的尽量用心算，复雜一些的可以用計算尺來算。

由于日常生活中的習慣，很多簡單計算都已經用了心算，譬如買練習本每本一毛五，如果買三本我們可以立刻想到是四毛五，不必再另外算。只要再稍加訓練，心算的能力是可以大大提高的。

下面提出一些心算解決的問題。

① 簡單的加減乘除因为工程中的数字一般是三位有效，兩個三位有效数字的加減如果稍加訓練就完全能用心算算出，被乘数或被除数是三位有效，而乘数或除数是一位数字的乘除法也可以用心算，这些只要勤加練習就会很快的掌握。如

$$32 \underline{5} + 46 \underline{3} = 78 \underline{8},$$

$$36 \underline{8} + 53 \underline{7} = 90 \underline{5},$$

$$86 \underline{2} - 23 \underline{7} = 62 \underline{5},$$

$$37 \underline{4} \times 3 = 11 \underline{2} \underline{0},$$

$$45 \underline{6} \times 7 = 31 \underline{9} \underline{0},$$

$$187 \underline{5} \div 6 = 31 \underline{3} \underline{0}.$$

② 有些复雜的計算可以化为簡單的

因为 $125 \times 8 = 1000$, $25 \times 4 = 100$, $5 \times 2 = 10$ 。

所以凡除数是 125, 25, 5 的除法都可改为乘以 8, 4, 2 (位数另定)，乘数是 125, 25, 5 的乘法可改为以 8, 4, 2 除 (位数另定)。

凡是乘数是 1.5 的乘法可在被乘数上加上一半。

例如： $86 \underline{4} \times 12 \underline{5} = 108000 (= 864 \div 8 \times 1000)$

$$48 \underline{0} \div 25 = 19 \underline{.2} \quad (= 480 \times 4 \div 100)$$

$$64 \underline{4} \times 1.5 = 96 \underline{6} \quad (64 \underline{4} + 32 \underline{2})$$

③ 記憶若干簡單結果，对計算会有很大帮助，如

1—20 各数的平方，1—10 各数的立方， $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, e , π , $\log_{10} 2$ 及 30° 、 45° 、 60° 的三角函数等都是应当記住的。

例如：記得 $11^2=121$ ，就可直接算出， $11 \times 33=363 (=11^2 \times 3)$ ，

記得 $13^2=169$ ，就可算 $52 \times 13=676 (=13^2 \times 4)$ 。

又如能背熟斤兩流法就可直接算出 625 的 1—16 各个倍数，如 $625 \times 7=4375$ ，
 $625 \times 11=6875$ 。

有时還可多記一些簡單結果，这些都是有用的，比如記得 $37 \times 3=111$ ，就可直接算出
 $37 \times 24=888 (=37 \times 3 \times 8)$ 。

④ 在計算中要善于利用凑整数來計算，例如：

$$56 \underline{5} + 23 \underline{7} = 80 \underline{2} \quad (=56 \underline{5} + 23 \underline{5} + \underline{2} = 80 \underline{0} + \underline{2} = 80 \underline{2})$$

$$35 \underline{7} + 24 \underline{2} = 59 \underline{9} \quad (=35 \underline{7} + 24 \underline{3} - \underline{1} = 60 \underline{0} - \underline{1} = 59 \underline{9})$$

$$17 \underline{3} + 9 \underline{8} = 27 \underline{1} \quad (=17 \underline{3} + 10 \underline{0} - \underline{2} = 27 \underline{1})$$

$$128 \underline{5} - 29 \underline{6} = 98 \underline{9} \quad (=128 \underline{5} - 30 \underline{0} + \underline{4} = 98 \underline{5} + \underline{4} = 98 \underline{9})$$

$$102 \underline{5} - 92 \underline{8} = 9 \underline{7} \quad (=102 \underline{5} - 92 \underline{5} - \underline{3} = 10 \underline{0} - \underline{3} = 9 \underline{7})$$

$$75 \times 16 = 1200 \quad (=25 \times 3 \times 4 \times 4 = 100 \times 12 = 1200)$$

$$375 \times 64 = 24000 \quad (=3 \times 125 \times 8 \times 8 = 24 \times 1000 = 24000)$$

$$23 \underline{7} \times 98 = 23200 \quad (=23 \underline{7} \times (100 - 2) = 23 \underline{7} \underline{00} - \underline{500} = 23200)$$

这里把 237×2 寫成了 500 是因为 23700 的百位数已經只是大致可靠的了，所以后面的数就不必細算了。

(上面括号中都是思考过程，算时不必寫出)。

2. 利用量級的概念

在工程数量中假如一些数量比另一些数量大过很多倍，因而其大小不能直接相比时，我們說這兩組数量是不同級的，假如在一个算式中包括有所要求的数量和比所求数量小一級的数量相加減时，我們就可以把这小一級的数量略去，而不影响計算的結果。

例如：求單元体的單位体積改变时

$$\theta = (1 + \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2)(1 + \varepsilon_3) - 1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_3 \varepsilon_1 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3,$$

因为 $\varepsilon_1 \ll 1$ ， $\varepsilon_2 \ll 1$ ， $\varepsilon_3 \ll 1$

所以 $\varepsilon_1 \varepsilon_2$ ， $\varepsilon_2 \varepsilon_3$ ， $\varepsilon_3 \varepsilon_1$ ，比 ε_1 ， ε_2 ， ε_3 都是小一級的量， $\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3$ 是又小一級的量，这些項都可以略去不計。

利用这些概念常可使計算簡化，例如当 $x \ll 1$ ， $y \ll 1$ 时

$$(1+x)(1-y) = 1+x-y-xy \approx 1+x-y,$$

$$(1+x)^2 = 1+2x+x^2 \approx 1+2x,$$

$$(1+x)^3 = 1+3x+3x^2+x^3 \approx 1+3x,$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x + \dots \approx 1 + \frac{1}{2}x,$$

$$\sqrt[3]{1+x} = 1 + \frac{1}{3}x + \dots \approx 1 + \frac{1}{3}x.$$

所以 $1.003 \times 0.97 = (1+0.003)(1-0.03) = 1+0.003-0.03=0.973$ ，

$$(1.003)^2 = 1.006,$$

$$\sqrt[3]{1.024} = 1.008.$$

3. 相近数字求平均数的簡法

在实验中常有若干接近的数值求平均数，例如 25.7, 25.8, 25.7, 25.5, 25.4 求平均数时就不必全加起来再被 5 除，因为这时已经可以大致估计出来平均数是 25 多一点了，我们可以取一个大致平均数作基数，例如取 25.5 作基数，每个数与这基数之差是 0.2, 0.3, 0.2, 0, -0.1 求其平均值是 0.12，所以平均数是 $25.5 + 0.12 = 25.62$ ，这就比直接求来简单。

三、计算中的其他问题

1. 校对：计算中要尽可能的想各种方法来校对，以便发现错误，校对一般有下列几种办法：

- ① 用同法重新复核一遍，这是最基本的也是最费事的校核方法。
- ② 用不同方法计算校对，例如同一个问题可用计算法和图解法同时求出结果互相核对。
- ③ 用结果所应满足的条件校核，如求出的形心就应满足对形心轴静矩为零。
- ④ 由数字的合理性校对，例如求波桑比 μ 得到大于 1 的数，求变形得到几公尺等都显然是错了。

2. 定位：在计算中最好先算数，最后再定位。

- ① 用 10 的方次定位，如

$$\frac{286 \times 173.2}{0.0084 \times 21000} = \frac{2.86 \times 10^2 \times 1.732 \times 10^2}{8.4 \times 10^{-3} \times 2.1 \times 10^4}$$
$$= \frac{2.86 \times 1.732}{8.4 \times 2.1} \times 10^3 = 0.281 \times 10^3 = 281。$$

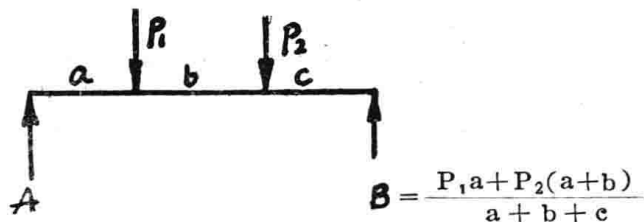
- ② 用观察定位，例如估计 286×173.2 约为 4 万多，而分母 0.0084×21000 等于 8.4×21 约为 160，故相除应得二百多，算尺拉出 281 后即和为二百八十一。

3. 计算中用数字运算和文字运算问题

这要看具体情形，有时宜用文字，有时宜用数字，如求梁变形中 EJ 就最好先用文字，求出最后结果以后再代数字。而若如左图之梁求出反力

$$B = \frac{P_1 a + P_2(a+b)}{a+b+c}，若用文字写弯矩剪力式子必然很麻烦，若把 $P_1, P_2, a, b, c$$$

等数代入求出 B 不过一个数字，再列弯矩剪力的式子时就可比较简单。



4. 读量度结果时应该注意区别一些容易混淆的读数，如

10.5 易读为 10.05, 1.012 易读为 1.12, 1006 易误为 1060 等。

計算尺的原理与用法簡單介紹

(一) 一般介紹

算尺是工程計算中不可缺少的工具，应用算尺可以節省很多人力和時間而獲得足够的精确度，所以作为一个工程师必須掌握运用計算尺的技术，我們在学算尺中应注意几点：

(1) 要相信算尺，在工程中需要的有效数字一般是三位，而普通10吋算尺可准确到三位。足够工程上应用。

(2) 要多練習，多用，才能使技术熟練，少出錯誤，达到又快又准的要求。

(3) 要灵活，算尺的拉法很多，（尤其在联合运算时），所以我們應該适应不同种类的算尺，加以研究分析，灵活地找出每种算尺最簡便的方法來。

算尺一般是条形的，分为定尺，滑尺和滑标三部分，在滑标玻璃片上的細線称为法線，每行尺度开始的数字「1」称为指示線。

算尺的应用范围很广，它主要計算項目有乘、除、开方、乘方、对数、指数，三角函数等等。随着算尺的形式不同可以得到另外各种数学运算，如向量加減，圓面積，解二次（三次）方程式等等。这些都需要我們对自己的算尺加以灵活应用后才能熟悉，下面我們講講几种主要运算的拉法。

(二) 位数

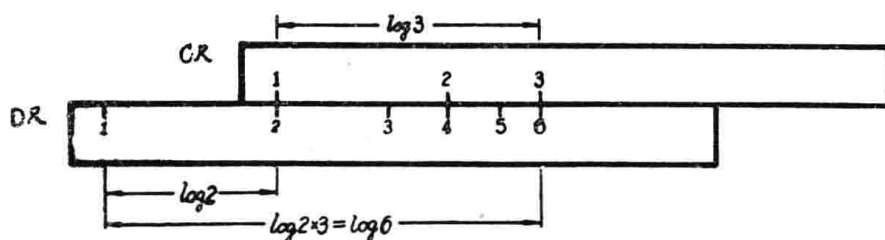
数字的位数与算数中的个位、十位、百位数，——相同。

如 518.2 为三位数，1.79 为一位数，0.78 为零位数，0.000916 为負三位数，0.086 为負一位数等……

(三) 乘法

(1) 应用尺度：[C, D]，C, D尺是按 $\log$ 刻度的，例如尺上寫2的地方，从1到2的長度却是 $\log 2$ 。

(2) 原理



$$\log x = \log a + \log b = \log (ab),$$

$$\therefore x = ab.$$

(3) 法則

参与运算的一切数都只論有效数字位数

C	1	b
D	a	ab

說明： 滑动C尺，使C尺上的1对准D尺上的a，則C尺上的b所对着的D尺上的数便是 $a \times b$ 。

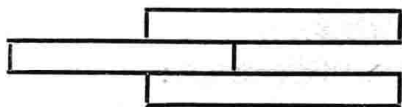
· (4) 定位法:

①比較法——与数目相近的簡單算式比較

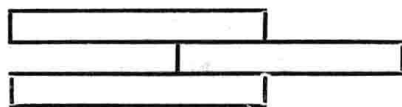
例如 $58.7 \times 0.00374 = ?$ ($2195 \rightarrow 0.2195$)

比較 $60 \times 0.004 = 0.24$ 。

②邏輯法：



積的位數 = 位數相加



積的位數 = 位數相加 - 1

例 1. $156 \times 48 = ?$ (7490)

滑尺伸出右端所以積之位數 = $3 + 2 - 1 = 4$ ；因而可知 $156 \times 48 = 7490$ 。

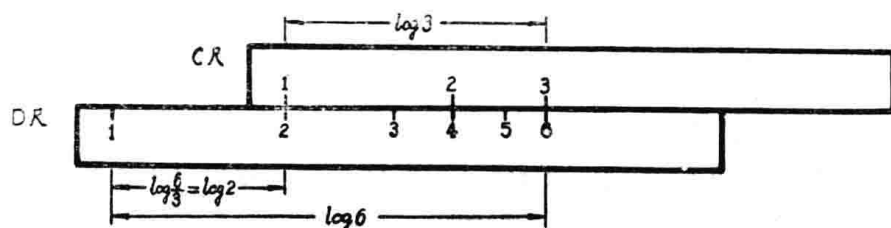
例2. $0.025 \times 0.0053 = ?$ (0.0001325)

滑尺伸出左端可以積的位數 = $1 + (-2) = -3$ ，

∴ 結果为 0.0001325。

(四) 除法

(1) 应用尺度: [C.D]



(2) 原理:

$$\log x = \log a - \log b = \log \frac{a}{b},$$

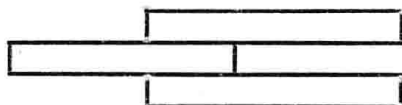
$$\therefore x = \frac{a}{b}.$$

(3) 法則:

C	b	1
D	a	a/b

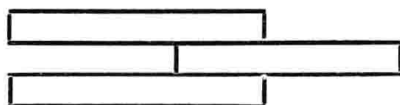
說明： 滑动C尺使C尺上的b对着D尺上的a，則C尺上的1所对的D尺上的数便是 a/b 。

(4) 定位法:



商的位数 = 位数相減

(分子位数-分母位数)



商的位数 = 位数相減 + 1

例 $19.2 \div 3.52 = ?$ (5.455)

$$0.00377 \div 5.21 ? (0.000723)。$$

(五) 連續乘除

(1) 应用尺度; $[C, D]$

(2) 注意:

I 乘除相間進行; 有效数字相近的相除, 这样可使滑尺移动很少;

II 不必讀出居間的積或商;

III 記出滑尺伸出右端时应加或減的位数(即乘时減一位除时加一位)。

(3) 定位:

答案位数 = (分子位数的总和) - (分母位数的总和) + (应加減的位数),

有时用比較法或观察法定位, 較为便利。

例:

$$\frac{0.025 \times 64 \times 746}{72 \times 5220} = ? \quad (0.0729)$$

拉算尺时答案位数 = $(-1 + 2 + 3) - (1 + 4) + 0 = -1$ 。

例:

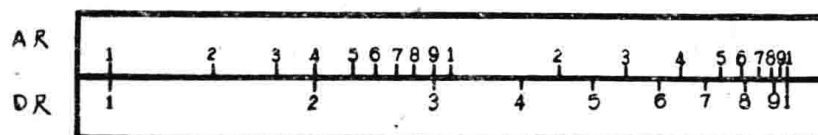
$$\frac{18 \times 45 \times 37}{23 \times 29} = ? \quad (44.9)$$

(六) 乘方与开方

I 平方:

(1) 应用尺度: $[A, D]$ 或 $[B, C]$ 。A, B 尺也按 $\log$ 刻度, 但它把全尺分为兩段, 所以每一段只有 C, D 尺的一半長, 因而它上面的数目恰为 C, D 尺的平方。

(2) 法則:



說明: 尺不滑动, 若求 2 的平方在 D 尺上找 2, 对 A 尺, 即得 2 的平方 4, 若求 4 开平方, 便在 A 尺上找 4 对 D 尺即得 4 的平方根 2。

(3) 定位法:

① 尺度 A 的左半 (1~10) 与右半 (10~100) 不可相混。

② 乘方定位法 如 a^2 落在 A 尺之左段, 則 a^2 之位数 = $2n - 1$ (n 为 a 之位数),
如 a^2 落在 A 尺之右段則 a^2 之位数 = $2n$ 。

③ 开方定位法 如 a 为奇位数則 $\sqrt{a}$ 之位数 = $\frac{1}{2}(m + 1)$ (m 为 a 之位数),

如 a 为偶位数則 $\sqrt{a}$ 之位数 = $\frac{1}{2}m$ 。

(4) 例:

乘方 $3^2 = 9$, $6^2 = 36$; 开方 $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{16} = 4$;

$$161^2 = \overline{2} \overline{59} \overline{40};$$

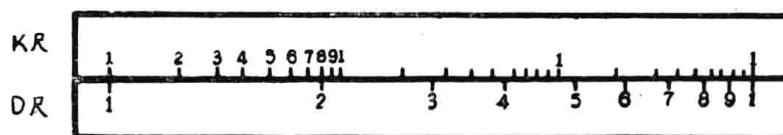
$$\sqrt{\overline{9} \overline{00}} = 30;$$

$$\sqrt{\overline{90} \overline{00}} = 95.0。$$

II 立方

(1) 应用尺度: [K, D] K尺也按 $\log$ 刻度, 但它把全尺分为三段, 所以每段只有D尺的长的 $\frac{1}{3}$, 因此它上面的数便是D尺上的数的立方。

(2) 法则:



说明: 尺不滑动, 若求 2 的立方, 则在 D 尺上找 2, 对 K 尺即得 2 的立方 8, 若求 8 的立方根, 则在 K 尺上找 8, 对 D 尺, 即得 8 的立方根 2。

开方时 K 尺上的三段别用错了!

(七) 关于三角函数

(1) 正弦: $\theta \geq 34.3'$

应用尺度: [S, ST, D]

II 法则

S	$\theta, (5^\circ 44' \rightarrow 90^\circ)$
D	$\sin \theta, (0.1 \rightarrow 1)$

ST	$\theta', (34.3' \rightarrow 5^\circ 44')$
D	$\sin \theta, (0.01 \rightarrow 0.1)$

说明: 当 $\theta > 5^\circ 44'$ 时, 在 S 尺上找 θ 值, 然后对 D 尺, 即得 $\sin \theta$ 之值, 反之亦然;

当 $\theta < 5^\circ 44'$ 时, 在 ST 尺上找 θ 值, 然后对 D 尺, 即得 $\sin \theta$ 之值, 反之亦然。

例 $\sin 71^\circ 30' (0.948)$;

$\sin 2^\circ 23' (0.0416)$ 。

(2) 正切:

I. $\theta < 5^\circ 44'$ 时, $\tan \theta = \sin \theta$, 求法同正弦,

II. $5^\circ 44' \leq \theta \leq 45^\circ$ 时,

III. 应用尺度 [T, D],

IV. 法则:

T	$\theta, (5^\circ 44' - 45^\circ)$
D	$\tan \theta, (0.1 \rightarrow 1)$

说明: 在 T 尺上找 θ 值, 然后对 D 尺, 即得 $\tan \theta$ 之值, 反之亦然。

例: $\tan 7^\circ 20' = (0.1287)$,

$\tan 27.2^\circ = (0.514)$ 。

第一篇 拉 压

§1. 断面法、軸力圖、虎克定律

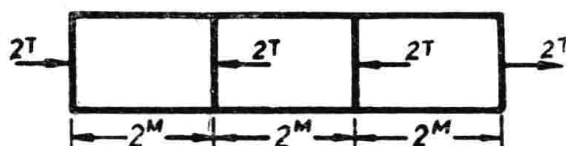
1. $F = 10 \text{ cm}^2$ 畫 N , σ 圖。求右端位移 $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

答: $\Delta L = 0$

2. $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $F = 2 \text{ cm}^2$, 作 N , σ 圖, 求 Δl 。



題 1 圖



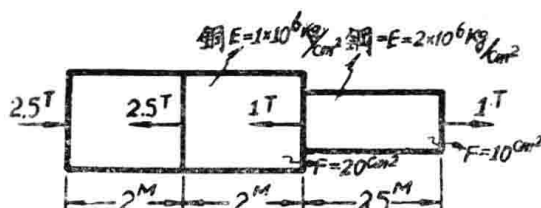
題 2 圖

3. 繪 N , σ 圖, 求桿之總伸長。

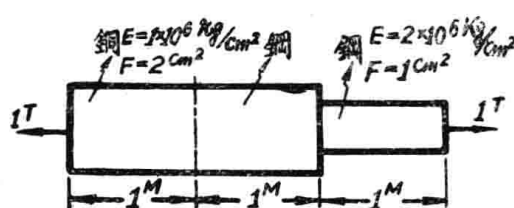
答: $\Delta l = 0.125 \text{ mm}$

4. 畫 N , σ 圖, 求 Δl 。

答: $\Delta l = 1.25 \text{ mm}$



題 3 圖



題 4 圖

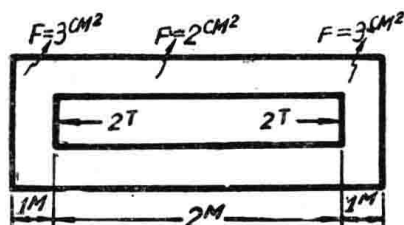
5. $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, 作 N , σ 圖, 求 Δl 。

6. 試繪出此桿由其本身重量所產生之 N 圖及其絕對伸長 Δl , 設此桿之斷面面積為 F , 比重為 γ 。

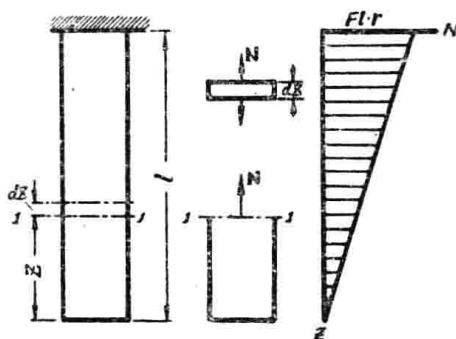
解: 在距下端為 z 處截開, 考慮下半部

$$\sum Z = 0 \quad N = F \gamma z$$

$$\text{總伸長 } \Delta l = \int_0^l \Delta(dz) = \int_0^l \frac{F \gamma z dz}{E F} = \frac{F \gamma l^2}{2 E F}$$

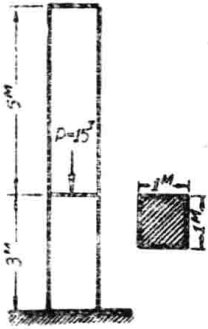


題 5 圖



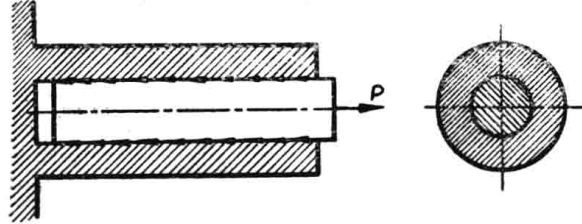
題 6 圖

7. 混凝土柱， $P=15T$ ，混凝土每單位體積重量 $\gamma=2.4g/cm^3$ ， $E=2 \times 10^5 kg/cm^2$ ，柱断面 $100 \times 100 cm$ ，（考慮本身重量）。（a）試繪軸力圖及正應力圖。（b）求柱之總變形 Δl 。



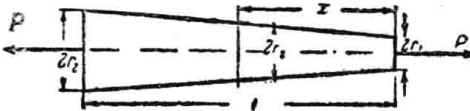
題 7 圖

8. 一長度為 l 彈性係數為 E 橫剖面面積為 F 的桿，安裝在一密合的固定套管中，今以大小為 P 的力將桿自套管中拉出，設剛拉出時所受之摩擦力系均勻分布在桿長上，試繪此桿之軸力圖，並求其絕對伸長。

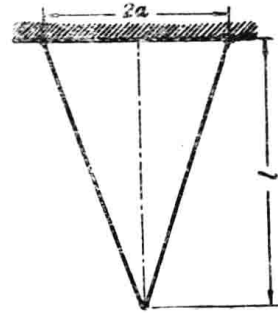


題 8 圖

9. 有長為 l ，二底半徑各為 r_1 與 r_2 ，外形為截圓錐體的桿（見圖），在桿之軸向為 P 力所拉伸，試求桿之絕對伸長。



題 9 圖

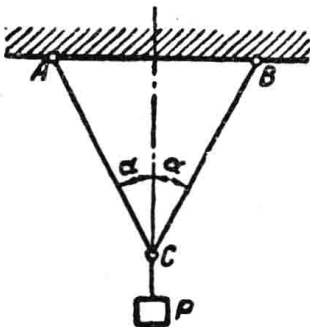


題 10 圖

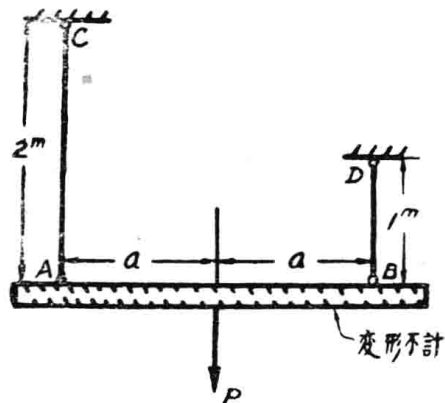
§2. 拉壓強度計算、桿系位移

1. $P=3T$ $\alpha=30^\circ$ $AC=BC=2m$ 已知 $[\sigma]=1500 kg/cm^2$ ， $E=2 \times 10^6 kg/cm^2$ （a）選二桿断面 F 。（b）求 C 點位移。

2. 鋼桿 AC ， BD 吊一橫梁 AB （變形不計）， $P=2T$ ，二鋼桿断面 $F=1 cm^2$ ， $E=2 \times 10^6 kg/cm^2$ 求鋼桿內之應力！及 P 作用點之位移。



題 1 圖



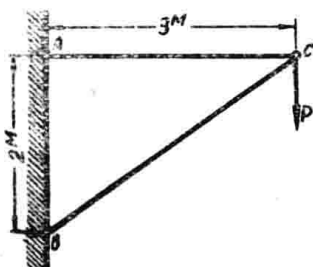
題 2 圖

3. 三角架受力 $P = 6$ 公噸 (見圖), AC 桿是鋼的, 材料的許用應力 $[\sigma]_c = 1600$ 公斤/方公分。BC 桿是木質, 其許用應力 $[\sigma] = 40$ 公斤/方公分。試選定鋼桿的圓斷面以及木桿的方斷面, 並求節點 C 之垂直位移。

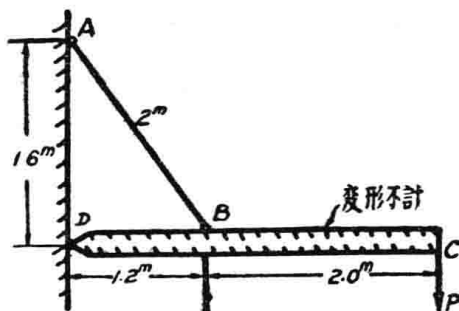
4. (a) 若 $P = 3T$, 鋼桿 AB 之面積 $F = 8\text{cm}^2$, $[\sigma] = 1600$, kg/cm^2 , 校核是否安全。(b) 若 $P = 3T$, $[\sigma] = 1600\text{kg}/\text{cm}^2$ 試選 AB 桿之合理斷面。(c) 若 $F = 8\text{cm}^2$, $[\sigma] = 1600\text{kg}/\text{cm}^2$, 求能担负的最大荷重 P , 並求此時荷重作用點 C 之位移? $E = 2 \times 10^6 \text{ kg}/\text{cm}^2$

答: (a) $\sigma = 1250\text{kg}/\text{cm}^2$, (b) $F = 6.25\text{cm}^2$

(c) $P = 3.84T$ $\Delta = 0.533\text{cm}$



題 3 圖



題 4 圖

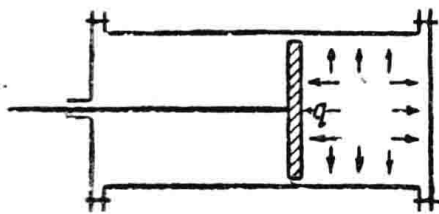
5. 蒸汽機汽缸內的工作壓力 $q = 10$ 大氣壓 (一大氣壓 $= 1\text{kg}/\text{cm}^2$), 汽缸內徑 $D = 35\text{cm}$ (見圖), 如要用 $d = 1.8\text{cm}$ 的螺栓把汽缸蓋與汽缸連接起來問需要螺栓多少個? 已知螺栓 $[\sigma] = 400\text{kg}/\text{cm}^2$ 。

答: 10 個

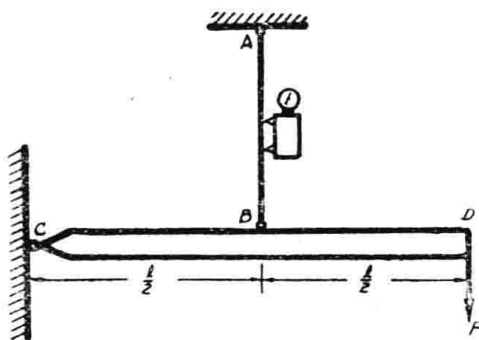
6. CD 梁 (變形很小, 可認為剛體), 用 AB 鋼桿及鉸鏈 C 吊起, 已知 AB 桿: 斷面積 $F = 3\text{cm}^2$, 材料 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg}/\text{cm}^2$ 今用變形儀測得 AB 桿的 ϵ (單位伸長) $= 0.000712$, (a) 試求 P 值? (b) 如 AB 桿 $[\sigma] = 1600 \text{ kg}/\text{cm}^2$ 。試求許可 $[P] = ?$

答: $P = 2.25T$ $[P] = 2.4T$

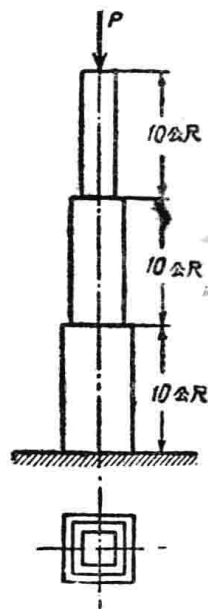
7. 正方形斷面的階梯桿高 30m , 三段等長, 壓力 $P = 60T$
1) 試求桿各段斷面尺寸。(考慮自重)。已知: 許可壓應力 $[\sigma] = 10 \text{ kg}/\text{cm}^2$, 材料的單位體積重 $2\text{g}/\text{cm}^3$ 。2) 沿着桿的長度作出應力分布圖。



題 5 圖



題 6 圖

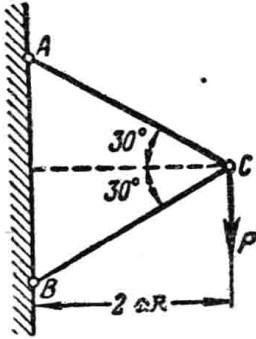


題 7 圖

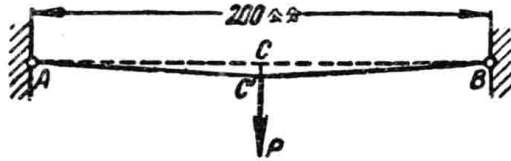
8. 二等斷面桿 AC, BC, 斷面 $F = 3\text{cm}^3$, 已知許可拉應力 $[\sigma]_+ = 1600 \text{ kg}/\text{cm}^2$, 許可壓應力 $[\sigma]_- = 800 \text{ kg}/\text{cm}^2$, 試求許可荷重 P 值。

答: $[P] = 2.4T$

9. 在兩定点A B間系着一直徑为 2^{mm} 的水平鋼絲，在中点C处，P作用后C下垂至C'，已知 $CC' = 4.5^{cm}$ 鋼絲 $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 。（鋼絲本身重量可略去不計）；1）求 P 应多大？2）求鋼絲的应力是多少？



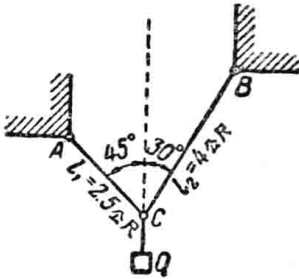
題 8 圖



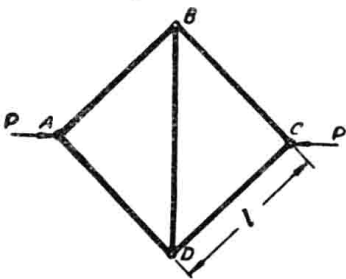
題 9 圖

10. AC 桿 $[\sigma] = 1600 \text{ kg/cm}^2$ ，BC 桿 $[\sigma] = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ，求許可 P 值。設 $F = 2 \text{ cm}^2$

11. 已知鉸接正方形框架之边長为 l ，所有桿之 E ， F 均相同，設 $[\sigma_{\text{拉}}] = [\sigma_{\text{压}}]$ ，当許可应力已知时，試計算該框架沿对角線方向之許可 P 力。
在 P 力作用下 A，B 兩点接近若干？



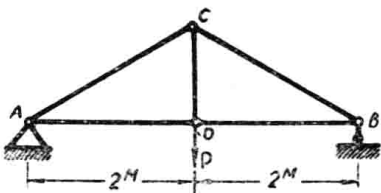
題 10 圖



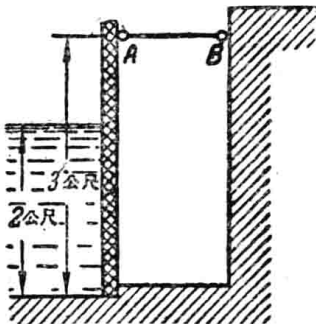
題 11 圖

12. 1 噸載荷加于 D 点（見圖），設材料用东北紅松， $[\sigma_P] = 75 \text{ kg/cm}^2$ ， $[\sigma_{CM}] = 95 \text{ kg/cm}^2$ 試設計 CB 及 AB 桿的截面（正方形）。

13. 防水閘門 AC（見圖）用橫木 AB 頂住，橫木每离 3 米有一根，其截面为圓形，如木料的許可应力 $[\sigma] = 30 \text{ kg/cm}^2$ ，試选择橫木的直徑。

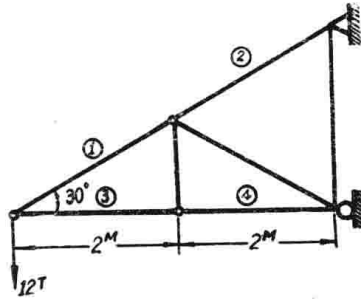


題 12 圖



題 13 圖

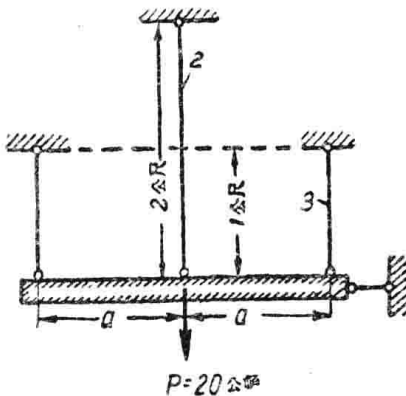
14. 如圖所示之桁架，若已知鋼桿之 $[\sigma]_t = 1600 \text{ kg/cm}^2$ ， $[\sigma] = 800 \text{ kg/cm}^2$ ，試選①，②，③，④各桿為角鋼断面。



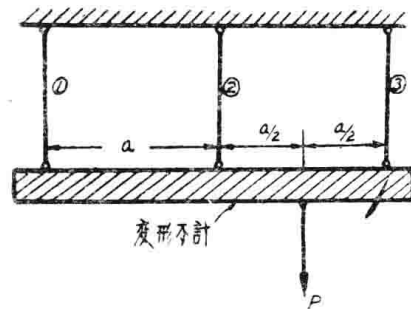
題 14 圖

§3. 拉 壓 靜 不 定 問 題

1. 已知鋼桿①②③断面相等， $P = 20T$ 試求各桿之內力。
2. 已知桿①②③之 lEF 均相同， $P = 12000 \text{ kg}$ ，試求各桿之內力。

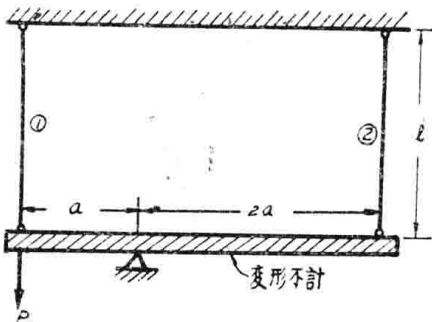


題 1 圖

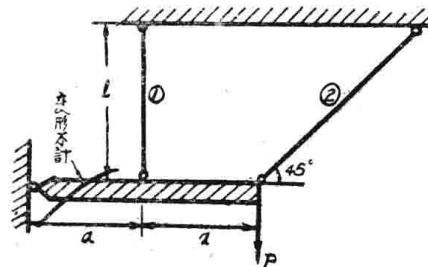


題 2 圖

3. ①②桿 E, F 相同，試求桿內力。
4. 已知①②桿 E, F 相同，試求各桿內力。



題 3 圖



題 4 圖

5. 鋼絲及銅絲系住重球 Q ，但鋼絲稍長一微小長度 Δ ，問系住球后鋼絲及銅絲內的內力各若干？
6. a, b, c 三根鋼絲，截面面積各為 25 mm^2 共同支持載荷 1100 公斤 ，其原來長度 $a = 30 \text{ m}$

, $b = 29.885 \text{ m}$, $c = 29.87 \text{ m}$, 求三根鋼絲的伸長和應力。

答: $\Delta l_a = 0$, $\Delta l_b = 2.55 \text{ cm}$, $\Delta l_c = 4.05 \text{ cm}$
 $\sigma_a = 0$ $\sigma_b = 1700 \text{ kg/cm}^2$ $\sigma_c = 2700 \text{ kg/cm}^2$

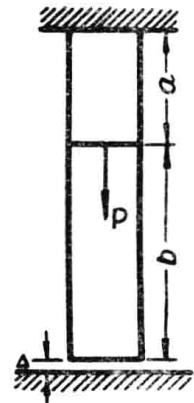
7. 設桿端與地面之空隙為 Δ , 力 P 作用後桿端與地面接觸, 試求反力之大小。桿 E , F 已知。



題 5 圖



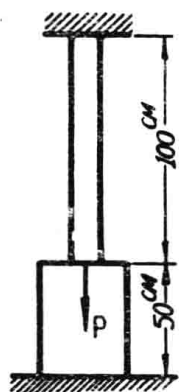
題 6 圖



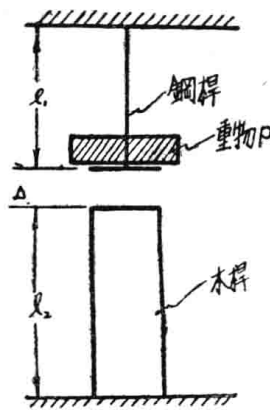
題 7 圖

8. 一兩端固定的鋼桿（見圖），在上面部分的橫截面面積為 10 cm^2 , 下面部分的為 40 cm^2 , 試求桿內各部分的應力。 $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 。

9. 鋼桿與木桿在未系重物 P 前相差 Δ 。掛上重物後，鋼桿伸長，木桿壓短。試問此時二桿各受力若干？（只列出方程式即可）。
 $\left. \begin{matrix} \text{鋼 } E_c, F_c \\ \text{木 } E_\pi, F_\pi \end{matrix} \right\} \text{皆已知}$



題 8 圖



題 9 圖

10. 一剛梁，其變形可略去不計，放于三根橫截面面積等於 400 cm^2 的支柱上（見圖），梁與當中支柱之間原有空隙 $\Delta = 1.5 \text{ mm}$, 而在加了載荷之後這空隙便消失掉，柱的材料為水泥，其彈性係數 $E = 140000 \text{ kg/cm}^2$, 試求各柱內之應力。

11. 一木塊及一鑄鐵塊尺寸均為 $10 \times 20 \times 50 \text{ cm}$, 用螺柱联接如圖所示，如在頂上加了載荷 P 後木塊與鑄鐵之縮短相等，而且鑄鐵中的應力為 1000 kg/cm^2 , 試求總荷重 P 的數值及 P 的作用線離中心線應有的距離。