

TURING 图灵新知

(日)
中岛幸子
著


Sachiko Nakajima

黄晶晶
译



数学与音乐的
创造力

捕捉
未知与无形

 中国工信出版集团

 人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS



(日)
中岛幸子
著

黄晶晶
译

数学与音乐的 创造力

捕捉 未知与无形

人民邮电出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

数学与音乐的创造力:捕捉未知与无形 / (日) 中岛幸子著; 黄晶晶译. -- 北京: 人民邮电出版社, 2015.8

(图灵新知)

ISBN 978-7-115-39792-8

I. ①数… II. ①中… ②黄… III. ①数学—普及读物 ②音乐—普及读物 IV. ①O1-49 ②J6-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第147660号

内 容 提 要

本书以通俗的语言再现数学与音乐中知识、体系的探索发现,并讲解了数学与音乐的奇妙关联以及各自的“创造”方法。没有复杂拗口的专业术语,用最基本的认知和逻辑创造属于自己的数学与音乐吧!

◆ 著 (日) 中岛幸子

译 黄晶晶

策划编辑 武晓宇

责任编辑 乐馨

装帧设计 broussaille 私制

责任印制 杨林杰

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路11号

邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

三河市海波印务有限公司印刷

◆ 开本: 880×1230 1/32

印张: 7.25

字数: 166千字

2015年8月第1版

印数: 1-4000册

2015年8月河北第1次印刷

著作权合同登记号 图字: 01-2014-5795号

定价: 36.00元

读者服务热线: (010)51095186转600 印装质量热线: (010)81055316

反盗版热线: (010)81055315

广告经营许可证: 京崇工商广字第0021号

站在巨人的肩上
Standing on Shoulders of Giants



iTuring.cn

站在巨人的肩上
Standing on Shoulders of Giants



iTuring.cn

序言

一天，日本讲谈社的一位女编辑突然联系我，问我是否有兴趣出一本书，将数学的妙趣直观地传达给普罗大众。这个想法实在是妙哉。“您对数学如此热衷，那么向形形色色的人们，比如主妇、上班族、老人、小朋友等传递一个关于数学的观念想必也并非难事，那就是——数学并不可怕，它可是笑脸迎人的，而且它就在我们身边！”这就是那位女编辑的提案。简直妙极了！她干劲十足的口吻和她所追求的“梦想”深深吸引了我，而我自己也对这个计划心向往之，便一口应了下来。

那时我首先想到的是，现在身为爵士乐钢琴家的我该以何种方式向大家传达，传达具体内容的又是什么。

如今我在从事音乐活动的同时，还在“K会”（河合塾的讲座。这并不是考试辅导班，而是可以真正体验学问本质的地方）向孩子们讲述数学的魅力。2012年春天，我又参与开发了NET LEARNING公司e-learning项目。不管怎么说，我一直梦想能让“教育”变得

有活力。也希望能借助数学与音乐那怡然自得的力量，来向更多人传达创造的快乐。

我本人对音乐和数学非常痴迷，常常想，若能向全社会来传达“人人皆是数学与音乐的主角”的理念乐趣该有多好。

在数学和音乐的海洋中，沉浸于数学研究，参与创作音乐，让想象力自由张扬，成就心血之作，这种种体验无不快乐至极。

因此，我想要写就这样一本书，能把数学和音乐笼络到一起，比起写一些智力游戏和趣味问答，我更希望能告诉大家这样一些事：“世界上有一些自由而巧妙的思考方法”“以这种出人意料的想法为契机来孕育和发现新事物”“数学和音乐可以自由发挥创作，真是妙不可言！”“在数学和音乐中，重要的是‘感知’的力量”。

我特别想要传达给大家的是，我在思考数学与音乐时发现的惊奇视角和感动。这种视角下会看到数学与音乐在根本层面上是共通的，并且可以自由组合；而感动则源于联通在一起的数学与音乐，其各自的呈现形式又活灵活现、充满生气。这种视角和感觉既自然朴素又充满新意，如果只让数学和音乐方面的专家们独享这些体验，实在太可惜了。这应该是全人类共享的财产，而且能在我们日

常生活中发挥出不可估量的巨大威力。

与数学和音乐世界的邂逅方式因人而异，至于我的情况可就说来话长了，不过我还是把我跟数学和音乐邂逅的梗概讲给大家听，以供参考。

我小时候特别喜欢音乐。虽然对练习并不十分热衷，但非常喜欢自己编曲即兴演奏。附上曲名，想象着某个场景，将音符一个一个编织进去。自己想象各种景色和情感孕育出曲子，时而还会在其他人面前演奏。这个过程真是有趣极了。一直到初二我都沉迷在音乐创作的世界中。

可是，那时我的人生历练还不成熟，创作的曲子渐渐变得千篇一律，于是在初二时，我毅然决然地彻底放弃了音乐。

这样一来我就有了大把的自由时间，于是我又深深迷上了数学。

当时我还什么都不懂，数学对我来说就像是一种有趣游戏的延伸。而且在我看来，数学的研究者们似乎都像遁世的哲学家一般（若是这种形容有所冒犯，还望见谅），心中偷偷向往。那里一定沉睡着一个无比壮美的世界，这就是当时数学给我的印象。

对我来说，数学不应该一味地由老师教授，而是应该自己去体

验，不断走弯路、犯错误，然后突然灵光一现，醍醐灌顶。有一天，对数学一知半解的我看到了一本“公式集”，那简直就是一个宝箱，里面装满了过去的“数学宝藏”！将那些公式一个一个独立证明的过程就像历史再现一般有趣。之后一次偶然的机，我得知并参加了骏台补习学校主办的英才小组，当时这个小组每个月都会组织一次自由学习活动。小组的考试时间有7~8个小时，可以随时离开考场，或者到院子里去答题，还可以随意翻阅任何参考书，就这么自由。甚至还有“请自己出题”这种题目，真是太有意思了！当时，《大学的数学》月刊有个栏目叫“彼得·弗朗克尔的作业角”，弗朗克尔先生每个月会出一道非常有趣的难题，解答出来的人在截止日期前将答案寄回，他们会将收集到的各种巧妙的解题方法介绍给大家。有一次，一道难题让我烦恼了近一个月，结果在一个发高烧的早上，我正躺在床上休息时，突然灵光一闪找到了思路，这种兴奋感真是不可言表。通过这个栏目，我还拜访了弗朗克尔先生的事务所，每次都带着很多难题满载而归，也为此享受了一段痛苦挣扎而又无比快乐的时光。这次经历，让我体会到了“靠自己的力量开拓出一条道路的乐趣”，特别是“将问题向更深一层拓展，进行小小的研究的乐趣”。当全心投入时，不管睡着、醒着还

是走路，甚至洗澡的时候，脑海中都会回响着各种各样的“数学交响曲”，在那浓雾笼罩的风景中一步步寻找出路，这个过程让我心醉不已。这种感觉跟作曲时脑海中响彻管弦乐有异曲同工之妙。在数学世界的探索旅程中，我还遇到了很多优秀的朋友和前辈，他们独特的感性和独创的想法都让我为之感叹。在数学中，在探索到一条出路以前，解题思路真可谓是仁者见仁、智者见智，表现出极强的个性。这个过程能让人感受到一种美感，一种并非一成不变的多元化美感。这就像在体验跨文化交流一样。听见多识广的弗朗克尔先生活灵活现地讲述着各国趣闻，并与数学多姿多彩的乐趣与美结合在一起，这一切都刺激了我的神经。

后来，身为数学家的伯父向我推荐了一本书——《数论三珍珠》，在这本书中，我第一次见识到了洋洋洒洒几十页的论述只为证明一个问题的情况。岂止是三段论法，有时甚至需要数十个理论反复累积，有机地相互结合，从而最终解决一道问题，这就像经历漫漫长途登上山顶一样令人感动。这种体验就像是眼前这一道问题背后连着绵延不绝的山路，说不定就能指引我们通向无上美妙的山脉之中，这种预感，就连身为中学生的我也能强烈体会。



之后我又拜读了高木贞治老师的《初等整数论讲义》。高木老师提出了非常优秀的数学理论，是享誉世界的大数学家。他在这本书中将自己的想法和感觉都结合进去，向大家展示了一个美妙的数的世界，并且内容浅显易懂，让初学者也能轻易理解，宛如一首美妙乐曲，用一个个单纯的音符将我引入一个深奥的世界，那份感动我至今难以忘怀。那是一首始于小溪的源头的乐曲，而小溪的那一边连接着浩瀚的宇宙。

自那以后，我开始更深入地接触“数学”这门学问，并被它摄人心魄的美而深深吸引。数学的世界中绝非仅仅是解答问题。在反复尝试的过程中会发现某些正在沉睡的、统一性的东西；会在心中想象深处是否真的存在这种东西；会发现一些全新的视角和思路；

会提出一些新问题；可以从不同的角度观察下找到真相……这些都是一种愉快又刺激的游戏。

更重要的是，这条愉快的道路绝不会中途中断，它仿佛会延伸至绵延不绝的壮丽山峦之中，让人感受到从事研究的兴奋和乐趣，另外，这条道路上的发现不仅限于数学，还可以意外地发现数学与物理、生命、生活、人生之间的联系。数学仿佛是穷尽一生也无法探知其全部奥秘的学问，不过这也是数学最大的魅力。数学知识如果只由数学家们独占实在太可惜了，从本世纪以来，数学开始渐渐连接和刺激其他领域，实现了更远大的发展。

后来，由于对数学如此沉迷，在高二、高三时，我还连续两年参加了国际数学奥林匹克竞赛，即1996年的印度大会和1997年的阿根廷大会，且意外获得了印度大会的金牌和阿根廷大会的银牌。不过对我来说，比参赛结果更重要的是我在当地的一些体验，还有这些经历给我带来的巨大转变。

我在奥赛现场见到了来自80多个国家的约450人。不止如此，现场之外即是充满异国情调的印度和阿根廷。后来，在大学期间，借着数学奥林匹克竞赛之机，我又探访了罗马尼亚和苏格兰，亲眼目睹了为数众多的“文化”在自己的个性中“生长”。每次都有很

多热情好客、眼中闪着和善光芒的人欢迎我们的到来。而且很多国家的人对日本的文化、宗教和经济也都十分好奇，他们会眨着好奇的眼睛，直接向我提问。

还有那在印度街头偶遇的陌生少女，虽不发一语，但她那双美丽的眼睛却是道尽万种风情。在阿根廷遇到的打扫阿姨，笑容温暖而又明朗。我在阿根廷遇到一个十岁的男孩，眸子中闪着聪慧的光芒，他在战争中失去了父亲，现在靠贩卖当地特产，用他瘦弱的肩膀撑起一个家……在这种种体验中，我愈发深刻地意识到自己是一个日本人。对于日本和整个世界我都希望能了解得更多、更多。我开始了解到在这个世界上，有很多与我们不同的历史和感受，也有很多不一样的“当下”。在这完全不同的世界里，哪怕只是一丝笑容和一个眼眸都能让我深深体会到“联系”的冲击。我强烈地感受到，文化的差异非常重要，这些差异就从天空的颜色、空气的味道和人们的声音这些与生活息息相关的地方溢出；然而在这些差异的背后，却仿佛有着某种美妙的关联和共通之处。

这是一种难以取代的、关乎人性的珍贵体验。

想来，我现在对跨文化交流和人际交往的反思，或许又能改变我今后的人生轨迹。

在大学中，我邂逅了爵士乐，这是一个关乎人性的、自由的、充满美丽的世界，于是我又一次不可自持地一头栽了进去。我的梦想也在不知不觉中从数学家变成了音乐家！我遇到了本田竹广这位优秀的灵魂钢琴家，遇到了很多优秀的音乐和重要的伙伴，还组建了三人组和乐团来演奏我们自己的乐曲。有几年的时间里我还参加了一个名为“Shibusashirazu Orchestra”的爵士乐团，到国内外各地巡回演出。

对我来说，音乐是不可或缺的。音乐就是“活着”本身。

特别是即兴演奏，更是别有一番妙趣。这是一种“与人和人生赤裸相对”的体验。这段旅途没有答案，但是会让我们终其一生来追求。人人都有不同的人生、不同的人生观和世界观，这就像无数丝线坦诚地显露出来，相互刺激，相互缠绕，编织出宇宙的曼陀罗图。日常的一点一滴都与音乐息息相关，在演奏中可以捕捉到生命的断层。有好多会突然有一道自由的光芒照射进来，在我心中一闪，接着眼前展开一幅美丽的画面。钢琴，让我体验到与世间的联系。

让想象力自由膨胀，将自己的曲子交给大家一同琢磨，让思想自由自在地在宇宙间翱翔，这样的时间总是充满惊奇与兴奋。作曲

的深奥和创造的道路一样，是一段无可替代的特殊旅途。而且这段旅途也像数学一样，通往那无限壮美的山脉……这条道路上，每天都有无数的发现和感动，直到现在，我依然在这段旅途中漫步而行。

当我选择了音乐这条路以后，很快便沉迷其中不能自拔，因此有一段时间彻底离开了数学研究第一线。不过在那期间，我依然继续着数学讲师的工作，可以与孩子们分享他们自己动手动脑来获得解题灵感的喜悦。那些瞬间真是棒极了。这种体验是非常个性化的，对于每个人来说都不可替代。我真的非常喜欢这样的瞬间，因此讲师这一身份也让我总是乐在其中。

最近，在我的一场演奏会上，有幸得东洋大学的小山信也先生莅临，他送给我几本关于数论的书，书名是《直击研究第一线》，我读后被数学的魅力所吸引。若我也能参与共同的研究，能得出自己的结论和研究结构，该是多么有趣！我又一次深切地感受到数学无比深奥，我还远远没有看到那遥远山脉中沉睡的东西，这层认知让我的心每天都雀跃不已。

于是我明白了光是学习还远远不够，当你得出“自己的结论、作品”时，将自己对这种旅途的理解以实体的形式呈现出来，才更

让人振奋。当重温过去的伟人们的发现，然后以数学理论来思考伟人们为什么会想到这一点、为什么做出这样的定义等时，反思他们的动机和思考过程，会变得更加有趣。这一点和音乐相同。

我对数学和音乐的相似性颇为感怀。两者都十分自由，充满了意外的发现和创造性。而且数学、音乐和生活的诸多细节都有着微妙的联系，像跨文化交流、人际交往、家务、育儿以及种种其他工作。

在日常生活中，一定有很多有趣又重要的东西沉睡在深处，那可能是数学和音乐都不可匹敌的。

现在我正在各式各样的旅途中漫步游览，希望能把自己在旅途中的感受传递给大家，因此我写下了这本书。

目录

序言 -003

第 1 章 数学与音乐相似吗？

数学和音乐都是充满刺激的世界 -02

每个人都是伟大的数学家和音乐家！ -03

数学与音乐间的依存关系 -05

第二次文艺复兴？混沌与统一的时代 -09

发现与创造的关键在于感知 -12

第 2 章 联想——发现新的关联

不要被表面关联所蒙蔽，将两者综合比较 -16

数学是一种联想游戏 -17

小知识 从鬼脚图中发现问题！ -24

质数、原子和音乐的种子是三角函数？ -31

如果所有东西都是由自由伸缩的橡胶膜组成会怎么样？ -35

专栏 图形中数字的“约定”（拓扑学）-45