普通高等教育“十二五”应用型本科规划教材

概率论与数理统计

主　编　姚立　张学奇
副主编　陈藏

中国人民大学出版社

普通高等教育"十二五"应用型本科规划教材

概率论与数理统计

主　编　姚　立　张学奇
副主编　陈　藏

中国人民大学出版社
·北京·

图书在版编目（CIP）数据

概率论与数理统计/姚立，张学奇主编. —北京：中国人民大学出版社，2015.5
普通高等教育“十二五”应用型本科规划教材
ISBN 978-7-300-21144-2

Ⅰ.①概… Ⅱ.①姚… ②张… Ⅲ.①概率论-高等学校-教材 ②数理统计-高等学校-教材 Ⅳ.①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 078434 号

普通高等教育“十二五”应用型本科规划教材
概率论与数理统计
主　编　姚　立　张学奇
副主编　陈　藏
Gailülun yu Shuli Tongji

出版发行	中国人民大学出版社		
社　　址	北京中关村大街 31 号	邮政编码	100080
电　　话	010－62511242（总编室）		010－62511770（质管部）
	010－82501766（邮购部）		010－62514148（门市部）
	010－62515195（发行公司）		010－62515275（盗版举报）
网　　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.ttrnet.com(人大教研网)		
经　　销	新华书店		
印　　刷	北京七色印务有限公司		
规　　格	185 mm×260 mm　16 开本	版　　次	2015 年 6 月第 1 版
印　　张	15.25	印　　次	2015 年 6 月第 1 次印刷
字　　数	355 000	定　　价	32.00 元

内容简介

本书是依据高等学校经济管理类本科各专业对《概率论与数理统计》课程的教学要求，在总结《概率论与数理统计》课程教学改革成果，吸收国内外同类教材的优点，结合我国高等教育发展趋势的基础上编写而成的.

本书在为学生提供必要的基础知识和基本技能的同时，注重强化概念理解，渗透数学思想，突出数学应用，培养解决实际问题的能力. 力求实现理论教学与实际应用、知识传授与能力培养的和谐统一，教育理念与学生发展、学习数学与运用数学的有机结合. 全书内容包括随机事件与概率、随机变量及其分布、多元随机变量的分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理、参数估计、假设检验、回归分析等.

本书结构严谨，逻辑清晰，例题典型，习题丰富，内容组织上力求做到通俗易懂，教与学结合，易教易学. 本书还配有教学指导、学习辅导、习题全解、教学课件、网络课程等丰富的立体化教学资源.

本书适合于高等学校经济类和管理类各专业学生使用，也可供理工科学生和科技工作者阅读参考.

前 言

本书是依据高等学校经济、管理类各专业对《概率论与数理统计》课程的教学要求，在总结《概率论与数理统计》课程教学改革成果，吸收国内外同类教材的优点，结合我国高等教育发展趋势的基础上编写的.

本书的编写以强化概念理解、渗透数学思想，突出数学应用、培养建模能力，体现教育理念、提高教学质量为指导，力求实现理论教学与实际应用、知识传授与能力培养的和谐统一，教育理念与学生发展、学习数学与运用数学的有机结合. 与现行同类教材相比，本书注重突出以下特点：

优化构建教学内容与课程体系. 在考虑课程的基础性、系统性与逻辑性的基础上，注意体现概率论与数理统计的思想性和应用性，对教学内容与课程体系进行适当调整，整体体现加强基础、培养能力、重视应用的原则.

在教学内容的组织上，从问题出发，呈现概念的形成过程和背景知识，突出概念的思想性，强化概念的理解. 强调课程内容与经济管理和生产实际问题的联系，逐步培养学生用数学的意识、用数学求解实际问题和建立数学模型的能力，满足经济、金融、管理等学科的专业学习需要.

注重教材结构上的严谨、逻辑上的清晰、叙述上的通俗易懂. 教材的编排上体现教师好教，学生好学，有利于教与学双方的使用和教学质量的提高.

强调基础解题能力的训练，注意例题与习题的设计与编选，例题典型，习题覆盖面宽、题型丰富、难易适度，每章配有练习题. 练习题可以用于检测对基本教学内容的掌握情况，书末附有答案与提示，便于检查参考.

全书内容包括随机事件与概率、随机变量及其分布、多元随机变量的分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理、参数估计、假设检验、回归分析等.

为了使学生更好地掌握概率论与数理统计内容，提高学生分析问题和解决问题的能力，拓展学生的学习空间，我们还编写了配套的《概率论与数理统计辅导教程》、《概率论与数理统计习题全解》.《概率论与数理统计辅导教程》包括教学基本要求、内容概要、重点与难点、典型例题解析、自我练习及答案等内容. 该书内容丰富，思路清晰，突出对教学内容的提炼、要点的剖析和解题方法的点拨，注重典型例题的分析和总结，对提高学生学习兴趣、培养分析解决问题的能力具有积极的促进作用，辅导教程与主教材相辅相成，起到了对课程的同步辅导与延伸的作用.《概率论与数理统计习题全解》对教材中的全部

习题都给出了完整、典型、翔实的解答，对重点习题给出了分析和解题指导.

为适应教育信息化的发展，我们还结合现代化教育手段编制与教材配套的概率论与数理统计教学课件和网络教学资源，教学课件注重教学设计，将教师启发性教学思想融合在课件的设计之中，体现教学内容的动态化与思维过程的可视化，网络教学资源为教师自主组织教学创造了条件.

本书由姚立、张学奇主编，参加本书编写的还有王树华、白随平、姚沛、陈藏. 在本书的编写过程中，我们参阅了国内外一些优秀教材，从中受到了有益的启发，吸取了先进的经验，并且本书的出版受到了中国人民大学出版社的支持与帮助，在此一并表示感谢!

限于编者的水平，本书难免存在不足之处，殷切期望专家、同行和读者批评指正，以便在重印或再版时改正，使本书不断完善和提高.

编　者

2015 年 2 月

教师信息反馈表

为了更好地为您服务，提高教学质量，中国人民大学出版社愿意为您提供全面的教学支持，期望与您建立更广泛的合作关系。请您填好下表后以电子邮件或信件的形式反馈给我们。

您使用过或正在使用的我社教材名称		版次	
您希望获得哪些相关教学资料			
您对本书的建议（可附页）			
您的姓名			
您所在的学校、院系			
您所讲授的课程名称			
学生人数			
您的联系地址			
邮政编码		联系电话	
电子邮件（必填）			
您是否为人大社教研网会员	□ 是，会员卡号：________ □ 不是，现在申请		
您在相关专业是否有主编或参编教材意向	□ 是　　□ 否 □ 不一定		
您所希望参编或主编的教材的基本情况（包括内容、框架结构、特色等，可附页）			

我们的联系方式：北京市西城区马连道南街 12 号
中国人民大学出版社应用技术分社
邮政编码：100055
电话：010-63311862
网址：http://www.crup.com.cn
E-mail：rendayingyong@163.com

CONTENTS

目　录

第一章

随机事件与概率

概率论是研究随机现象的数量规律的科学，是统计学的基础．概率论与数理统计已广泛应用于自然科学、社会科学、工程技术、工农业生产和军事技术中，并且正广泛地与其他学科互相渗透或结合，已成为近代经济理论、管理科学等学科的应用、研究中的重要工具．

第一节　随机事件

一、随机现象

在自然界和人类社会生活中存在着两种不同类型的现象．一种是确定性现象．例如，在标准大气压下，100 ℃的纯水必然沸腾；太阳必然从东边升起；带异性电荷的小球必然相互吸引；等等．这些现象的特点是，在一定的条件下结果必然会发生，事前人们可以预言会发生什么结果．有时将确定性现象也称为必然现象．

另一种是非确定性现象．例如，明天是雨天还是晴天，是否可以出游；买一张彩票，是中头奖，还是中二等奖、三等奖，还是不中奖；明天的股市是上涨还是下跌，是买入还是卖出；向上掷一枚硬币，结果可能是正面向上或向下等等．这些现象的特点是，在相同的条件下进行同样的观测或试验，有可能发生多种结果，事前人们不能预言将出现哪种结果．这种在相同条件下进行一系列的试验或观察得到各种不同结果的现象称为随机现象或偶然现象．许多影响事物发展的偶然因素的存在，是随机现象中产生不确定性的原因．

二、随机试验

对于随机现象，人们事先不能断定它将发生哪一种结果，从表面上看好像结果是不可捉摸的，纯粹是偶然性在起支配作用．其实不然，实践证明，随机现象在相同条件下重复

进行多次观察，通常总能呈现某种规律性. 例如，投掷一枚质地均匀的硬币，只投掷一次时，投掷的结果是正面还是反面是无法确定的，但当大量地重复投掷硬币时，就可以看到出现正面的次数约占试验总数的一半. 表1—1列出了Buffon等人连续抛掷均匀硬币所得的结果. 又如某人打靶射击，若射击次数不多，靶上的弹着点的分布似乎是随意分布的，但倘若进行大量的重复射击，弹着点的分布就逐渐呈现规律性；大体上它们关于靶中心对称，靠近靶心的弹着点密，偏离靶心越远弹着点越稀少，且弹着点落在靶内任意指定区域的次数与射击次数之比（频率）大体上保持稳定，射击次数越多，其频率的稳定性就愈加明显.

表1—1

试验者	投掷硬币次数 n	出现正面的次数	频率
Buffon	4 040	2 048	0.506 9
De Morgan	4 092	2 048	0.500 5
Feller	10 000	4 979	0.497 9
Pearson	12 000	6 019	0.501 6
Romanovski	80 640	39 699	0.492 3

上面列举的两个试验的结果表明，在相同条件下大量地重复某一随机试验时，各可能结果出现的频率稳定在某个确定的数值附近，称这种性质为频率的稳定性. 频率稳定性的存在，标志着随机现象有数量规律性. 通常称之为统计规律.

概率统计就是研究随机现象中数量规律的一门学科.

在概率论中，我们把在一定条件下进行某种试验，然后对发生的现象进行观测的过程，称为一个试验. 如果一个试验满足下述条件，就称为随机试验.

(1) 试验可以在相同的条件下重复进行；

(2) 试验之前能确定所有可能的结果；

(3) 试验之前不能确定将会出现所有可能结果中的哪一个.

本书中所谈的试验，均为随机试验.

三、样本空间、随机事件

1. 样本空间

我们把随机试验中每个可能的结果称为样本点，也称为基本事件，用 ω 表示. 全体样本点构成的空间称为样本空间，用 Ω 表示. 从集合论的观点看，样本空间就是针对该随机试验的全集，而样本点就是构成样本空间的元素.

例1 向上掷一枚骰子，观察朝上一面的点数. 这个试验共有6个样本点，它们是

$$\omega_i\text{:表示掷出 } i \text{ 点}(i=1,2,\cdots,6)$$

样本空间可以写成 $\Omega=\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$. 这个随机试验的样本空间是由6个元素（6个样本点）组成的集合.

一般地，像上面只有有限个样本点的样本空间可以表示为

$$\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$$

例 2 观察某电话交换台在 $[0, t]$ 内的电话呼叫次数．其样本点是非负整数，但很难确定呼叫次数的上界，因此样本空间 $\Omega=\{1, 2, \cdots\}$．这时我们称它有可列个样本点．其一般形式为 $\Omega=\{\omega_1, \omega_2, \cdots\}$．

例 3 在一批显像管中，任意取一只，测试它的使用寿命 t．因为使用寿命 t 可以取 $(0, \infty)$ 中的任何一个值，所以在这个试验中样本点有无穷多个，而且不能一一列举出来．我们称这样的样本空间所包含的样本点为不可列个．

例 4 为评价某学校小学生的生长发育状况，需要同时测量小学生的身高、体重和胸围．在这一随机试验中，任一可能的结果即样本点是一个有序数组 $\{x, y, z\}$，其中 x，y，z 分别表示被测量小学生的身高、体重和胸围，因此样本空间为 $\Omega=\{(x, y, z) \mid 0<x\leqslant a, 0<y\leqslant b, 0<z\leqslant c\}$，这里的 a，b，c 分别表示该学校学生身高、体重和胸围的最大值．

不难看出，随着所讨论随机试验的不同，相应的样本空间可能很简单，也可能很复杂．我们指出，样本空间是研究随机现象的数学模型．正确地确定不同随机试验的样本点与样本空间是极为重要的．

2. 随机事件

随机试验可能出现的结果，称为随机事件，简称事件．通常用大写字母 A，B，C，…来表示事件．

样本空间 Ω 包含了全体样本点．随机事件是由若干个样本点组成的集合，它是样本空间 Ω 的子集．例如，在前面例 1 中，样本空间为 $\Omega=\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$，事件 A “出现点数是偶数”可以表示为 $A=\{\omega_2, \omega_4, \omega_6\}$，它是 Ω 的一个子集．

在每次随机试验中一定会发生的事件，称为必然事件．相反，如果某事件一定不会发生，则称为不可能事件．

由于随机事件是样本空间的子集，所以样本空间 Ω 本身也可以看作一个事件．由于在任何一次试验中总有 Ω 中的某一样本点出现，也就是说，Ω 总会发生，所以我们用 Ω 表示必然事件．类似地，空集 $\varnothing$ 是不包含任何样本点的集合，它也可以看作是 Ω 的子集．在每一次试验时，由于空集不包含任何样本点，$\varnothing$ 永远不可能发生，因此，我们用 $\varnothing$ 表示不可能事件．

必然事件 Ω 与不可能事件 $\varnothing$ 均属于确定性现象，因而严格地说，它们不属于“随机”事件，但是，为了今后讨论方便起见，我们把它们作为随机现象的两个极端包括在随机事件中．

四、事件的关系及运算

给定一个样本空间，则可以有很多随机事件，事件与事件之间存在着各种关系，还能进行各种运算．研究这些事件之间的相互关系和运算，有助于认识事物的本质，可以通过对简单事件规律的研究推算出复杂事件的规律．

1. 事件之间的关系

（1）包含关系

如果事件 A 发生，必然导致事件 B 发生，则称事件 A 包含于事件 B，或称事件 B 包含事件 A，记作 $A\subset B$ 或 $B\supset A$．

事件 A 包含于事件 B，就是当 A 中的任何一个样本点发生时，B 必定发生，即 A 中的样本点都包含在 B 中.

（2）相等关系

对事件 A 与 B，如果同时成立 $A\subset B$ 和 $B\subset A$，则称事 A 与 B 相等，记为 $A=B$ 或$B=A$.

（3）对立（互逆）关系

如果事件 A 发生，必然导致事件 B 不发生，或事件 A 不发生，必然导致事件 B 发生，则称 A 与 B 是相互对立（或互逆）的事件，记为 $A=\overline{B}$ 或 $B=\overline{A}$.

2. 事件之间的运算

（1）事件 A 与 B 的并（和）

“事件 A 与 B 至少有一个发生”也是一个事件，称这个事件为事件 A 与 B 的并（和），记作 $A\cup B$(或 $A+B$). 同样，$\bigcup_{i=1}^{n}A_i$ 表示 A_1，A_2，…，A_n 这 n 个事件至少有一个发生.

（2）事件 A 与 B 的交（积）

“事件 A 与 B 同时发生”也是一个事件，称这个事件为 A 与 B 的交（积），记作 $A\cap B$(或 AB). 同样，$\bigcap_{i=1}^{n}A_i$ 表示 A_1，A_2，…，A_n 这 n 个事件同时发生.

（3）事件 A 与 B 的差

“事件 A 发生而事件 B 不发生”这一事件称为 A 与 B 的差，记作 $A-B$. 显然，$A-B=A\cap\overline{B}$

由于事件是通过集合来定义的，所以上面介绍的事件之间的关系与运算和相应的集合之间的关系与运算非常相似. 一方面，我们可以借助集合论的知识和方法来帮助理解事件之间的关系与运算，如图 1—1 所示；另一方面，应学会用概率论的观点来解释这些关系与运算.

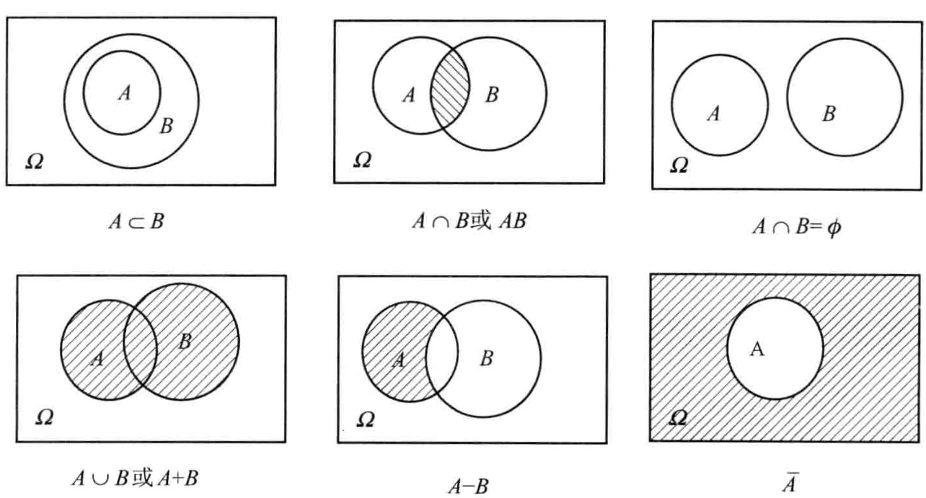

图 1—1

对于事件之间的运算，有以下法则：

①交换律

$$A\cup B=B\cup A,\quad A\cap B=B\cap A$$

②结合律

$$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C),\quad (A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$$

③分配律

$$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C),\quad (A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$$

④德莫根（De Morgan）定律

$$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B},\quad \overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$$

例 5 设 A，B，C 为三个事件，利用它们表示下列事件：

(1) A 发生而 B，C 都不发生：$A\overline{B}\overline{C}$ 或 $A-B-C$ 或 $A-(B\cup C)$；

(2) 三个事件都不发生：$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ 或 $\overline{A\cup B\cup C}$；

(3) 三个事件中至少发生一个：$A\cup B\cup C$ 或 $ABC+AB\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}BC+A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C$.

例 6 摇奖机中有编号为 0，1，2，…，9 的 10 个奖球. 设事件 A 是“摇出一个号码大于 5 的奖球”，事件 B 是“摇出一个号码为奇数的奖球”.

(1) 写出这一试验的样本点和样本空间；

(2) 将下列事件表示成样本点的集合，并分别说明它们是什么事件：

$$A,\overline{A},B,\overline{B},A+B,AB,A-B,B-A,\overline{A+B}$$

解 (1) 样本点共有 10 个，它们是

$$\omega_i\text{:摇出一个号码为 } i \text{ 的奖球}(i=0,1,2,\cdots,9)$$

样本空间为 $\Omega=\{\omega_0,\ \omega_1,\ \cdots,\ \omega_9\}$.

(2) $A=\{\omega_6,\ \omega_7,\ \omega_8,\ \omega_9\}=\{$摇出一个号码大于 5 的奖球$\}$

$\overline{A}=\{\omega_0,\ \omega_1,\ \omega_2,\ \omega_3,\ \omega_4,\ \omega_5\}=\{$摇出一个号码不大于 5 的奖球$\}$

$B=\{\omega_1,\ \omega_3,\ \omega_5,\ \omega_7,\ \omega_9\}=\{$摇出一个号码为奇数的奖球$\}$

$\overline{B}=\{\omega_0,\ \omega_2,\ \omega_4,\ \omega_6,\ \omega_8\}=\{$摇出一个号码为偶数的奖球$\}$

$A+B=\{\omega_1,\ \omega_3,\ \omega_5,\ \omega_6,\ \omega_7,\ \omega_8,\ \omega_9\}$

$=\{$摇出一个号码大于 5 或为奇数的奖球$\}$

$AB=\{\omega_7,\ \omega_9\}=\{$摇出一个号码大于 5 且为奇数的奖球$\}$

$A-B=A\overline{B}=\{\omega_6,\ \omega_8\}=\{$摇出一个号码大于 5 且为偶数的奖球$\}$

$B-A=B\overline{A}=\{\omega_1,\ \omega_3,\ \omega_5\}=\{$摇出一个号码为奇数且号码不大于 5 的奖球$\}$

$\overline{A+B}=\overline{A}\overline{B}=\{\omega_0,\ \omega_2,\ \omega_4\}$

$=\{$摇出一个号码为偶数且奖球号码不大于 5 的奖球$\}$

例 7 设一个工人生产了 4 个零件. 用 A_i 表示“第 i 个零件是正品”（$i=1,\ 2,\ 3,\ 4$），试用 A_1，A_2，A_3，A_4 表示下列事件：

(1) 4 个零件中没有一个是次品；(2) 4 个零件中至少有一个是次品；

(3) 4 个零件中只有一个是次品；(4) 4 个零件中至少有三个不是次品.

解 (1) $A_1A_2A_3A_4$；(2) $\overline{A_1A_2A_3A_4}=\overline{A_1}\cup\overline{A_2}\cup\overline{A_3}\cup\overline{A_4}$；

(3) $\overline{A_1}A_2A_3A_4+A_1\overline{A_2}A_3A_4+A_1A_2\overline{A_3}A_4+A_1A_2A_3\overline{A_4}$；

(4) $\overline{A_1}A_2A_3A_4+A_1\overline{A_2}A_3A_4+A_1A_2\overline{A_3}A_4+A_1A_2A_3\overline{A_4}+A_1A_2A_3A_4$.

习题 1.1

1. 设 A，B 为两个事件，则下列事件中与事件 $\overline{A}B+A\overline{B}+\overline{A}\overline{B}$ 相等的是（　　）.

A. $\overline{AB}$　　B. $\overline{A+B}$　　C. $\overline{A}$　　D. $\overline{B}$

2. 抽查 10 件产品，设 $A=\{$至少 2 件次品$\}$，则 $\overline{A}=$（　　）.

A. {至多 2 件次品}　　B. {至多 1 件次品}

C. {至多 2 件正品}　　D. {至少 2 件正品}

3. 以 A 表示事件“甲种产品畅销，乙种产品滞销”，则对立事件 $\overline{A}$ 为（　　）.

A. “甲种产品滞销，乙种产品畅销”　B. “甲、乙产品均畅销”

C. “甲种产品滞销”　　D. “甲种产品滞销或乙种产品畅销”

4. 从分别标有 0，1，…，9 数字的 10 张卡片中任取一张. 令 A 表示事件“抽得一张标号不大于 3 的卡片”，B 表示事件“抽得一张标号为偶数的卡片”，C 表示事件“抽得一张标号为奇数的卡片”. 请用基本事件表示下列事件：

$$A\cup B，AB，\overline{B}，A-B，B-A，BC，\overline{B\cup C}，(A\cup B)\cap C$$

5. 对于任意三个事件 E_1，E_2，E_3，设 $A_i=\{E_1，E_2，E_3$ 至少出现 i 个$\}$，$B_j=\{E_1，E_2，E_3$ 恰好出现 j 个$\}$，$C_k=\{E_1，E_2，E_3$ 最多出现 k 个$\}$. 试用 E_1，E_2，E_3 分别表示 $A_i(i=0，1，2，3)$，$B_j(j=0，1，2，3)$，$C_k(k=0，1，2，3)$.

第二节　随机事件的概率

一、事件的频率与概率的统计定义

前面讲过，随机现象具有偶然性的一面，在一次试验中，某个随机事件可能发生，也可能不发生，确实是无法预料的，是不确定的. 但是，如果我们在相同条件下进行大量多次重复试验，就会发现，随机现象结果的出现，其实是具有一定的规律性的，因而在某种程度上也是可以预言的.

例如掷一颗均匀的骰子，六面中任一面出现的可能性是相同的，“出现奇数点”这一事件的发生比“出现 1 点”的可能性大. 我们怎样度量随机事件发生的可能性大小呢？首先从事件发生的频率说起.

定义 1 设事件 A 在 n 次重复试验中发生了 m 次，则称比值 $\frac{m}{n}$ 为事件 A 在 n 次试验中出现的频率，记为 $f_n(A)$. 显然，$0\leqslant f_n(A)\leqslant 1$.

如果试验的次数不多，求出的频率可大可小，似乎没有什么规律，但是，如果我们进

行大量重复试验，就会发现频率在一个固定的常数值附近稳定地变化，而且随着试验次数的增多，这种稳定性会越来越明显.

例 1 在掷一枚硬币的试验中（表 1—1），设 A 为“出现正面”的事件.

由表 1—1 可以看出，投掷次数越多，频率越接近于 0.5，且稳定在 0.5，这样，0.5 这个数反映了事件 A 发生的可能性的大小，这种特性就称为随机事件发生的频率的稳定性.

定义 2 在相同的条件下进行 n 次重复试验，事件 A 发生的频率总是在 $[0, 1]$ 上的一个确定的常数附近摆动，并且稳定在这个常数值附近，这个常数度量了事件 A 发生的可能性的大小，称为事件 A 的概率，记为 $P(A)$.

上面给出的概率定义，是通过对概率的大量统计观测得到的，通常称为概率的统计定义. 由频率出发定义事件 A 的概率，肯定了任一事件 A 的概率 $P(A)$ 是存在的，给出了计算概率的一个近似计算的方法. 其不足之处是，需要进行大量重复试验.

二、古典概型

1. 古典概型

古典概型是概率论中最早提出来的，也是人们最容易想到的一种计算概率的方法.

如果一随机试验具有以下特点：

(1) 样本空间只有有限多个样本点；

(2) 各样本点出现的可能性相等，

则称此随机试验为古典概型的.

定义 3 在古典概型中，设样本空间 Ω 中包含有 n 个样本点，则对任意事件 A，若 A 中含有 k 个样本点，那么事件 A 的概率 $P(A)$ 定义为

$$P(A)=\frac{\text{事件 } A \text{ 中包含的样本点数}}{\text{样本空间 } \Omega \text{ 中样本点总数}}=\frac{k}{n}$$

例 2 掷一颗均匀的骰子. 求出现点数不超过 4 的概率.

解 掷一颗骰子，出现点数的全集 $\Omega=\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$. 样本点总数为 6. 令 $A=\{$出现点数不超过 4$\}$，显然 $A=\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$，$A$ 中有 4 个样本点. 从而

$$P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

例 3 某种福利彩票的中奖号码由 3 位数字组成，每一位数字可以是 0～9 中的任何一个数字，求中奖号码的 3 位数字全不相同的概率.

解 设事件 $A=\{$中奖号码的 3 位数字全不相同$\}$.

由于每一位数有 10 种选择，因此 3 位数共有 10^3 种选择，即样本点总数为 10^3. 要 3 位数各不相同，相当于要从 10 个数字中任选 3 个无重复的排列，共有 P_{10}^3 个. 因此

$$P(A)=\frac{p_{10}^3}{10^3}=\frac{10\times9\times8}{1000}=\frac{18}{25}$$

从这个例子可以看出，古典概型的计算往往归结为“计数”问题，经常会用到排列组合的技巧.

例 4 在 10 件表面完全一样的产品中，有 8 件正品、2 件次品，从中任取 3 件，求以下事件的概率：