



ELASTO-PLASTIC STABILITY OF
RETICULATED SHELLS

网壳结构 弹塑性稳定性

范 峰 曹正罡 马会环 严佳川 著



科学出版社

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

网壳结构弹塑性稳定性

范 峰 曹正罡 马会环 严佳川 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书系统阐述了网壳结构静力弹塑性稳定问题,反映了作者近 10 年来在网壳结构稳定性的基本理论、分析方法、实验技术、工程应用等方面的研究成果。全书共三个部分。第一部分(第 1~6 章)介绍网壳结构稳定性的基本理论,各类刚性节点单层网壳的弹塑性稳定性能以及塑性影响系数的应用方法;第二部分(第 7 章和第 8 章)介绍网壳结构杆件初始弯曲缺陷的数值分析方法及其对网壳稳定性能的影响;第三部分(第 9 章和第 10 章)介绍半刚性节点单层网壳的节点刚度模拟技术以及整体分析方法,各类半刚性节点网壳的弹塑性稳定性能。

本书可供结构工程、工程力学、稳定性理论等领域的广大科技工作者以及从事空间结构分析的设计人员参考,也可作为上述研究领域内硕士和博士研究生的专业参考书。

图书在版编目(CIP)数据

网壳结构弹塑性稳定性/范峰等著. —北京:科学出版社,2015
ISBN 978-7-03-043156-1

I. ①网… II. ①范… III. ①网壳结构-弹塑性-稳定性-研究
IV. ①TD353

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 018975 号

责任编辑:王 钰 / 责任校对:刘玉靖

责任印制:吕春珉 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 2 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2015 年 2 月第一次印刷 印张: 19 1/4

字数: 371 000

定价: 80.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换<双青>)

销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62137026(BA08)

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229; 010-64034315; 13501151303

序

稳定性是网壳结构尤其是单层网壳结构设计中的关键问题。自 20 世纪 80 年代起乃至 90 年代中期,网壳稳定性的研究曾成为理论研究的热点。由于计算条件的限制,开始时偏重于以连续化理论为基础的“拟壳”解法,通过某些近似的非线性解析方法来求出壳体结构的稳定性承载力。但这种方法有其局限性,事实上仅对少数特定形式的壳体(例如球面壳)才能得出较实用的公式;此外,所讨论的壳体一般是等厚度和各向同性的,无法反映实际网壳的不均匀构造和各向异性的特点。因此,在许多重要场合,还必需依靠细致的模型试验来测定稳定性承载力,并与可能的计算结果相互印证。

随着计算机的广泛应用,非线性有限元分析方法逐渐成为结构稳定性分析的有力工具。哈尔滨工业大学空间结构研究团队自 20 世纪 80 年代中期开始积极开展这方面的研究,以跟踪网壳结构的荷载-位移全过程的方法来研究其稳定性。当时,由于缺乏适用的非线性有限元通用软件,我们在总结国内外已有成果的基础上,在非线性有限元理论表达式的精确化、平衡路径跟踪技术的合理选择以及灵活的迭代策略等方面进行了许多探索,使得像网壳这样具有大量自由度的复杂结构体系的全过程分析得以顺利实现,并编制了相应的专用分析软件。当研究初始几何缺陷(节点位置偏差)对网壳稳定性的影响时,通过分析比较,提出了“一致缺陷模态法”(即认为初始缺陷按结构最低阶屈曲模态分布时可能具有最不利影响)来进行分析。这些理论研究工作均通过经典算例和有关实验进行了验证。在此基础上,我们对实际尺寸网壳结构的弹性稳定性能进行了大规模的参数分析,即针对不同类型的网壳结构,考虑不同的几何参数和支承条件、不同的荷载分布方式和不同大小的初始几何缺陷,在所有这些参数的常用变化范围内,共计对 2800 余例各种形式的实际尺寸网壳进行了弹性全过程分析,并求得了相应的极限承载力。这一工作使我们对各式网壳结构的弹性失稳过程及各种因素的影响有了规律性的了解,并在此基础上通过回归分析提出了各式网壳结构弹性稳定性承载力的实用计算公式。我们于 1999 年出版了专著《网壳结构稳定性》,对这一阶段的工作进行了归纳总结。由于有了这一研究基础,我国于 90 年代后期着手编制的《网壳结构技术规程》(JGJ 61—2003)列入了建议按弹性全过程分析进行稳定性验算的条文,也给出了各种形式网壳结构稳定性承载力的实用公式供参考。

对于由全过程分析求得的稳定性极限承载力(临界荷载),还应除以一个“安全系数”,以求得网壳按稳定性确定的容许承载力(容许荷载)。关于这一系数的取

值,《网壳结构技术规程》仍沿用以前提出的经验值 $K_e=5$,主要原因就是当时还没有条件进行大规模的关于网壳弹塑性稳定性能的系统分析,因而对考虑材料非线性以后网壳结构的极限承载力可能折减多少缺乏足够的定量数据。

进入 21 世纪后,随着计算机条件和大型通用分析软件的进一步完备,对实际尺寸网壳结构进行系统的弹塑性全过程分析具备了较好的条件。哈工大团队利用 ANSYS 通用软件对各种形式单层网壳的弹塑性稳定性又进行了大规模的参数分析,共计完成了 5000 余例弹塑性全过程分析;同时,还进行了同样多的弹性全过程分析作为对比;计算工作量十分浩大,但确实使我们对网壳结构复杂的全过程受力性能、其失稳的实际过程和各种因素的相互影响,有了较全面的了解。在这一研究工作基础上,2010 年颁发的《空间网格结构技术规程》(JGJ 7—2010)中列入了直接采用弹塑性全过程分析方法来确定网壳极限承载力的条文。此时按基于概率的分项系数设计方法,相应的“安全系数”建议采用 2.0。该规程也容许按弹性全过程分析方法来进行网壳稳定性验算,此时相应的安全系数 K_e 尚应考虑由于计算中未考虑材料弹塑性而带来的误差。这一误差可用一个塑性折减系数 c_p (即弹塑性临界荷载与弹性临界荷载之比)来考虑。我们的研究工作已对各种形式单层网壳的 c_p 值做了全面的统计,《空间网格结构技术规程》根据这些数据建议将相应的安全系数取为 $K_e=4.2$ 。

应该说,至此关于网壳稳定性的研究是相当系统和全面的,也对实际设计起到了很好的指导作用。在此基础上,哈工大团队还继续做了一些更为深入细致的理论探索。例如,网壳的初始几何缺陷应包括节点位置偏差和杆件初弯曲两部分内容,节点位置偏差对网壳极限承载力的影响较大,因而以往的研究往往把重点放在这一初始缺陷上;但从理论研究的角度,如果把杆件的初弯曲这一因素纳入我们的探讨,更有利于揭示网壳实际失稳过程的内在机理。因而从 2008 年起我们系统研究了杆件初弯曲对网壳稳定性的影响,共计进行了近 3000 例不同参数网壳的全过程分析;在此基础上深入考察了杆件屈曲与网壳整体失稳的耦合机理,对网壳失稳过程的不同特点(即荷载-位移全过程曲线的不同形态)做出了合理的解释,使我们对网壳失稳的实际物理过程有了更透彻的理解。在定量方面,与节点位置偏差(即网壳形状偏差)这种基本的初始几何缺陷相比,杆件初弯曲对网壳极限承载力的影响相对小一些,所取得的数据可为今后规程修订提供参考。

近年来我们还对半刚性节点网壳的性能开展了研究。半刚性节点指的就是装配式节点,通常采用单根或多根螺栓与构件连接。装配式网壳施工速度快、定位精度高,符合建筑工业化的要求。但由于对这类节点的刚度研究不够,使其应用受到了限制。例如,国内常用的装配式节点是螺栓球节点,但我国《空间网格结构技术规程》不容许将这种节点用于单层网壳。因而,对各种装配式节点的刚度进行研究,挖掘其潜力,拓宽装配式网壳的应用范围,并进而开发具有更佳性能的装配式

节点,具有十分重要的意义。我们针对国内常用的螺栓球节点和碗式节点开展了系统的理论及试验研究,得到了节点在纯弯和压弯作用下的弯矩-转角曲线,并揭示了轴压力对节点初始转动刚度及极限弯矩的影响规律;在此基础上对具有不同几何参数的单层球面网壳和椭圆抛物面网壳展开了系统的稳定性分析,较为全面地掌握了常用装配式单层网壳的稳定性能。以上述理论成果为依据,还为沈阳市市民健身中心设计建造了一个 80m 跨度的螺栓球节点短程线型单层球面网壳,目的是为这类半刚性节点单层网壳的工程应用起到一定的示范作用。

目前装配式网壳结构多采用圆钢管杆件和螺栓球节点,然而对于单层网壳结构而言,采用矩形钢管或工字钢构件以及相应的刚度更好的装配式节点可能是更为合理的选择。这类单层网壳结构国内外虽有少量应用,但没有标准化的节点设计。我们配合矩形和工字钢杆件研发了两种新型装配式节点,两种节点均是通过上下两根螺栓将杆件与节点相连,所进行的系统分析证明它们的刚度和极限弯矩明显优于传统螺栓球节点,对推广应用高效的装配式单层网壳具有重要意义。下一步还需要结合材料、加工、安装工艺等实际条件进一步开展工作,研发出便于推广的标准化的装配式节点,以促进装配式网壳结构,尤其是装配式单层网壳结构的工程应用。

综上所述,自 1999 年《网壳结构稳定性》一书出版后的十余年来,继续在这一领域进行的研究工作相当丰富,取得的成果也比较完整,现由范峰教授、曹正罡副教授等对之进行系统总结,整理成册出版,与国内外同行交流,我觉得很有意义。自然,科学研究没有止境,即使像网壳结构稳定性这样研究较为透彻的领域,本书也未尝不可作为一个新的起点,针对一些更为深入细致的问题或结合更为丰富多样的结构形式做进一步的探索。爰为之序。

范世钊

于哈尔滨工业大学

2014 年 11 月

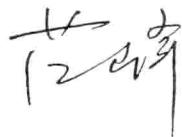
前 言

钢结构的稳定问题一致是困扰结构工程师的关键性问题之一。目前国内针对大型钢结构建筑的整体稳定性验算依然没有完全相对应的规范可以指导,而是普遍借鉴《网壳结构技术规程》(JGJ 61—2003)中关于网壳结构稳定性验算的条文。1999年由沈世钊院士撰写的《网壳结构稳定性》一书正是2003版《网壳结构技术规程》中设立关于稳定性验算条文的主要理论依据。近10年的工程实践证明,这一成果及规程有效地防御了我国大型钢结构工程在设计、建造和使用阶段出现整体失稳的问题。2010年新的《空间网格结构技术规程》(JGJ 07—2010)对于网壳结构的稳定性,特别是弹塑性稳定性验算条文进行了进一步修订,本次修订将对未来一定时期内我国复杂钢结构体系的稳定性验算问题起到重要的指导作用。本次规程修订的主要内容正是作者在沈世钊院士的指导下,带领其研究团队开展了大量的关于网壳结构弹塑性稳定性研究工作而完成并提炼的,本书的主要内容也正是基于这些理论研究工作和大量原始基础数据而编写完成的。

本书分为三篇:第一篇主要介绍网壳结构的弹塑性稳定性理论以及各类网壳结构的静力稳定性能;第二篇重点介绍网壳稳定性分析中杆件初弯曲缺陷对结构整体稳定性能的分析方法和影响规律;第三篇则是基于半刚性节点网壳的节点力学性能及设计方法,以及考虑节点刚度效应的网壳结构弹塑性稳定性能分析方法以及整体性能规律。

希望本书的出版对广大读者学习网壳结构稳定性的基本概念,进一步开展网壳结构体系及其他钢结构体系的稳定性理论研究,并对学习如何利用通用有限元软件正确地开展大型钢结构工程稳定性验算及工程实践有所帮助。

全书在沈世钊院士指导下撰写完成,范峰教授负责全文统稿和第1章撰写,曹正罡副教授负责撰写第2~6章,严佳川博士负责撰写第7章和第8章,马会环博士负责撰写第9章和第10章。本书的工作集合了哈尔滨工业大学空间结构研究中心众多博士、硕士研究生的科研成果,包括崔美艳硕士、范雪莲硕士、汪敏玲硕士、柯嘉硕士、文鹏硕士、王玉芹硕士、江辛硕士、陈耕博博士等,在本书成稿即将出版之际,对他们辛勤严谨的工作表示感谢。



于哈尔滨工业大学
2014年7月

目 录

序 前言

第一篇 刚性节点网壳弹塑性稳定性分析

第 1 章 绪论	3
1.1 网壳结构的特点与应用	3
1.2 网壳结构的稳定性研究历程	5
1.2.1 分析方法进展	5
1.2.2 弹性稳定性研究	6
1.2.3 弹塑性稳定性研究	10
1.3 本书编写的概要和宗旨	12
第 2 章 基于 ANSYS 软件的网壳稳定性分析方法	14
2.1 分析方法及应用技术	15
2.1.1 有限元单元类型及网格划分	15
2.1.2 临界点判别与平衡路径跟踪技术	17
2.1.3 收敛准则	24
2.1.4 分析流程及计算参数设置	24
2.2 理想网壳典型算例	27
2.3 网壳结构初始几何缺陷计算方法	31
2.3.1 随机缺陷模态法	31
2.3.2 一致缺陷模态法	34
2.3.3 特征缺陷模态法	35
第 3 章 网壳结构非线性全过程失稳模式研究	39
3.1 单层球面网壳	39
3.1.1 完整网壳的失稳模式	39
3.1.2 典型失稳模式统计	43
3.1.3 提前失稳网壳的合理化设计	44
3.1.4 有缺陷网壳的失稳模式	48
3.2 单层柱面网壳	50
3.2.1 完整网壳的失稳模式	50

3.2.2	提前失稳网壳的合理化设计	53
3.2.3	有缺陷网壳的失稳模式	56
3.3	单层双曲椭圆抛物面网壳	57
3.3.1	完整网壳的失稳模式	57
3.3.2	提前失稳网壳的合理化设计	60
3.3.3	有缺陷网壳的失稳模式	61
第4章	单层球面网壳结构的弹塑性稳定性能	63
4.1	网格形式及参数分析方案	63
4.1.1	网格形式	63
4.1.2	参数分析方案	64
4.2	全过程曲线、极限荷载及屈曲模态	65
4.3	初始几何缺陷的影响	70
4.4	荷载不对称分布的影响	75
4.5	支承条件的影响	79
4.6	单层球面网壳结构弹塑性稳定性验算方法	80
4.6.1	塑性折减系数法	81
4.6.2	稳定性验算及安全系数	82
第5章	单层柱面网壳结构的弹塑性稳定性能	84
5.1	网格形式及参数分析方案	84
5.1.1	网格形式	84
5.1.2	参数分析方案	85
5.2	全过程曲线、极限荷载及屈曲模态	86
5.3	初始几何缺陷的影响	88
5.4	荷载不对称分布的影响	93
5.5	网壳长宽比的影响	96
5.6	横向加劲肋的影响	100
5.7	单层柱面网壳塑性折减系数及应用	100
5.8	两端支承柱面网壳	101
第6章	单层椭圆抛物面网壳结构的弹塑性稳定性能	103
6.1	网格形式及参数分析方案	103
6.1.1	网格形式	103
6.1.2	参数分析方案	104
6.2	全过程曲线、极限荷载及屈曲模态	104
6.3	初始几何缺陷的影响	107
6.4	荷载不对称分布的影响	111

6.5 支承条件的影响	114
6.6 单层椭圆抛物面网壳塑性折减系数及应用	115
参考文献(一)	116

第二篇 考虑杆件初弯曲的网壳结构稳定性分析

第7章 网壳结构杆件初弯曲模拟方法	125
7.1 随机缺陷模态法适用性	125
7.1.1 基本假定及分析过程	125
7.1.2 方法验证	127
7.1.3 典型算例分析	130
7.2 一致缺陷模态法和特征缺陷模态法适用性	135
7.2.1 基本假定及分析过程	135
7.2.2 方法验证	136
7.3 修正的一致缺陷模态法	140
7.3.1 基本假定及分析过程	140
7.3.2 方法验证	141
7.3.3 杆件初弯曲形状的影响	144
第8章 杆件初弯曲对网壳结构弹塑性稳定性影响分析	146
8.1 参数分析方案与分析过程	146
8.1.1 参数分析方案	146
8.1.2 分析过程	147
8.2 杆件初弯曲对结构稳定性能的影响	149
8.2.1 全过程曲线	149
8.2.2 极限承载力	155
8.2.3 屈曲模态	161
8.2.4 塑性发展	162
8.3 杆件初弯曲对结构稳定性能影响机理分析	164
8.3.1 杆件轴力影响分析	164
8.3.2 杆件挠度影响分析	166
8.3.3 弯曲应力与轴向应力比值影响分析	168
参考文献(二)	170

第三篇 考虑节点刚度的网壳结构稳定性分析

第9章 半刚性节点网壳试验与数值模拟方法	175
9.1 半刚性节点形式	175

9.2 试验方案	177
9.2.1 加载方案	178
9.2.2 试验装置和测量内容	181
9.3 试验结果及分析	187
9.3.1 材性试验及结果	188
9.3.2 碗式节点静力试验结果及分析	189
9.3.3 螺栓球节点静力试验结果及分析	201
9.4 半刚性节点数值模拟分析方法	210
9.4.1 碗式节点数值模拟分析	212
9.4.2 螺栓球节点数值模拟分析	226
9.5 节点弯矩-转角关系研究	235
9.5.1 弯矩-转角关系模型分析	235
9.5.2 弯矩-转角关系拟合公式	237
9.5.3 试验结果验证	243
第10章 半刚性节点单层网壳结构的弹塑性稳定性能	247
10.1 半刚性节点网壳稳定性数值分析方法	247
10.1.1 单元模型	247
10.1.2 半刚性节点网壳结构数值模型	249
10.2 半刚性节点单层柱面网壳试验研究	252
10.2.1 试验方案	252
10.2.2 试验结果及分析	260
10.3 Kiewitt 单层球面网壳	266
10.3.1 参数分析方案	266
10.3.2 节点弯曲刚度影响	268
10.3.3 荷载分布影响	269
10.3.4 几何初始缺陷影响	271
10.3.5 其他参数影响	271
10.4 单层椭圆抛物面网壳	273
10.4.1 参数分析方案	274
10.4.2 节点弯曲刚度影响	276
10.4.3 荷载分布影响	277
10.4.4 初始几何缺陷影响	279
10.4.5 其他参数影响	280
参考文献(三)	287
附录 网壳算例几何构造参数	289

第一篇 刚性节点网壳弹塑性 稳定性分析

第 1 章 绪 论

1.1 网壳结构的特点与应用

大跨度网壳结构兼有杆系结构和薄壳结构的主要特性,其突出特点是受力以壳面内的薄膜力为主,跨越能力大,造型丰富多彩,富于表现,施工简便,因此广泛应用于体育场馆、展览馆、航站楼等大型空间公共建筑中。作为应用最早的大跨空间结构形式之一,网壳结构首先在欧美、日本等经济发达国家发展起来,随着设计技术和施工工艺的日趋完善,建造的跨度越来越大,厚度越来越薄。20 世纪 70 年代建设美国休斯敦宇宙穹顶(astrodome)和新奥尔良超级穹顶(superdome)分别以 196m 和 207m 的直径保持了多年的网壳大跨度记录,2000 年建成的日本名古屋穹顶(图 1-1),采用单层球面网壳结构形式,跨度已经达 180m 以上,是目前世界上跨度最大的单层网壳结构。近二十年来,网壳结构在我国的迅速发展也取得了举世瞩目的成就,20 世纪 90 年代涌现出的一批优秀网壳结构工程^[1~3]成为我国网壳结构设计 with 施工技术的重要代表。



图 1-1 名古屋穹顶(2000 年,日本)

2008 年北京奥运会、2010 年上海世博会和 2011 年深圳大运会等国家重大社会文化活动的展开,使得我国在近几年内建造一大批高标准、高规格的体育场馆、会议展览馆等公共建筑,其中将不乏许多优秀的网壳结构作品,如图 1-2~图 1-4 所示。这些建筑均具有空间开阔、造型美观、节能经济的特点,因此结构形式上也

必须满足跨度大、重量轻、厚度薄等设计要求。因而这些活动的开展,既给我国网壳结构的进一步发展带来良好的契机,同时也对网壳结构的设计建造水平,特别是对大跨度网壳结构的稳定性分析理论与技术提出了更高要求^[4~6]。



图 1-2 老山自行车馆

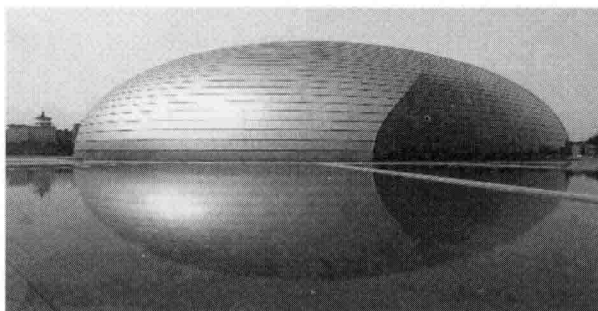


图 1-3 国家大剧院

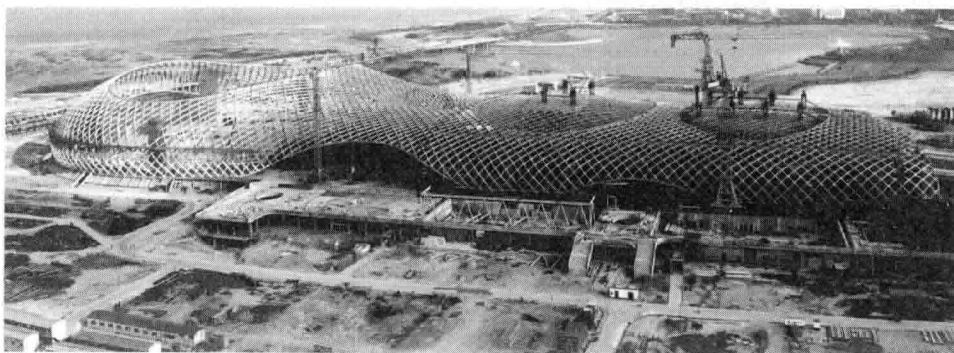


图 1-4 深圳湾体育中心

1.2 网壳结构的稳定性研究历程

1.2.1 分析方法进展

稳定问题是结构力学领域中一个古老的课题。早在 1744 年, Euler 就针对悬臂柱稳定问题进行了研究, 提出基于小挠度理论的欧拉临界荷载概念, 到 18 世纪 Lagrange 又详细地研究了柱子屈曲的大变形理论。Euler 和 Lagrange 主要研究的是理想柱, 即柱子呈现严格的直线, 材料保持线弹性状态, 压力沿着柱子的中心线作用, 他们所研究的范畴也只涉及简单结构的简单系统, 但由此建立起来的经典理论, 却成为以后对稳定问题深入研究的理论基础。

当这一线性分析的经典方法用于壳体结构时, 通过分析结构特征值估算稳定临界荷载的线性分析方法与结构实际受力状况之间产生了相当大的差异。由于网壳结构具有很高的几何非线性, 尤其是正高斯曲率网壳, 如球面穹顶网壳, 其结构刚度随着荷载的增大而减小, 对于这类结构, 线性分析方法通常会过高估计结构的稳定承载能力, 为了安全, 设计者往往采用加大安全系数的方法来保证结构的稳定承载力。同时线性分析的方法也无法描绘结构的屈曲后性能, 而许多结构的稳定承载能力恰恰是由结构的屈曲后性能所决定的, 对缺陷敏感的结构更是如此。显然这就需要比线性方法更为复杂的分析方法, 因此, 非线性分析方法就是在这一背景下产生的。

众所周知, 早在 1939 年, Karman 和钱学森^[7]首次通过非线性分析求得了球面壳体稳定性承载力较正确的结果, 并指出薄壳结构线性理论与实验结果之间的巨大差异是由这类结构不稳定的屈曲后性能决定的。在以后的几十年中, 人们沿着这一方向在壳体稳定性方面作了许多理论探索。

稳定性的一般理论方面, 1945 年, Koiter^[8]提出了由势能逐渐展开的方法建立弹性系统的稳定基本理论, 但直到 1963 年, 当 Koiter 的博士论文被翻译成英文后这一理论才得到广泛重视。在 Koiter 论文中同时指出结构的临界荷载以及后屈曲性能与结构的几何缺陷是密切相关的, Koiter 的这一弹性系统的临界和后临界性能理论被 Thompson^[9]和 Hunt 系统地发展到离散模型上, Thompson 将总势能方程作为幂级数进行展开, 将 N 个广义坐标和一个荷载变量参数描述结构的弹性稳定问题, 并讨论了结构的“分枝”和“跳跃”这两个临界状态。

1965 年 Sewell^[10]将数学、物理和工程中广泛采用的摄动法应用到 Koiter 和 Thompson 稳定理论中, 所形成的方法成为固体力学中稳定问题的有效研究工具。

在早期的结构非线性稳定性分析中, 摄动法占有极其重要的地位, 1968 年 Morin 和 Connor^[11]采用摄动法不仅得到了壳体的临界荷载和屈曲前的结构位移,

而且还跟踪到结构的屈曲后平衡路径。Lang 和 Hartz^[12]则利用总势能摄动法提出了一个矩阵公式,并利用这个公式去研究平板和扁壳的屈曲后路径及缺陷敏感性问题。

20 世纪 60 年代后期,随着电子计算机的广泛应用和发展,有限元理论在非线形分析中的应用也取得了很大的进展,应用领域迅速扩展并逐渐成为进行结构稳定性分析的主流方法。利用非线性有限元分析方法进行结构的稳定分析,要得到失稳破坏的全过程,就必须得到结构破坏的下降段曲线,即要越过极限承载力的临界点,这一技术难点使得国内外的学者们在几何非线性问题的理论表达式和平衡路径的跟踪方面做了许多工作。针对结构体系的非线性迭代计算在某些奇异点和特殊路径段容易发散的特点,研究者在计算方面做了很多的探索,这里必需要提到的名字有 See^[13,14]、Kani^[15~17]、McConnel^[18]、Rothert^[19,20]、Ramm^[21]、Riks^[22~24]、Borri^[25~27]、Wempner^[28]、Crisfield^[29,30] 以及 Papadrakakis^[31,32],这些著名学者在关于屈曲后的反应分析领域进行了大量的工作,提出了各种平衡路径的跟踪方法,其中有弧长控制法^[22,29,30] (the arc-length method)、人工弹簧法^[33] (the artificial springs)、位移控制法^[34] (the displacement control method)、自动求解技术^[35] (the automatic solution of equations)、能量平衡技术^[36] (the energy balancing techniques)、当前刚度法 (the current stiffness parameters method) 和广义增量法 (the generalized incremental method) 等。以上各种方法都有不同程度的局限性,大量的分析实践表明,上述方法中各种改进的弧长控制类方法是目前跟踪屈曲路径全过程最有效、使用最广的一种。

弧长控制法是 1979 年 Wempner 和 Riks 同时分别提出的一种非常有效的非线性求解方法,该方法将荷载系数和未知位移同时作为变量,引入一个包括荷载系数的约束方程,用曲线弧长来控制荷载步长。该方法对于处理结构屈曲后的荷载反应更为有效。而 Crisfield 和 Ramm 则巧妙地用球面弧长代替切面弧长,并利用 Batoz 和 Dhett 的两位移向量的同时求解技术,提出便于有限元计算的球面弧长法 (spherical arc-length method)。在此基础上,Crisfield 又进一步提出了柱面弧长法 (cylindrical arc-length method),Borri^[25] 经过反复验证,证明这种方法对于非线性求解是最有效的。

1.2.2 弹性稳定性研究

真正首先开始研究单层网壳稳定问题的是 Kloppel 和 Schardt^[37],而 1963 年布加勒斯特一个 93.5m 跨度的单层穹顶网壳屋盖在一场大雪后彻底坍塌就属于网壳丧失整体稳定,这一结构设计事故使工程师进一步认识到了网壳稳定问题的重要性,此后,国内外对大跨度单层网壳的稳定性研究给予了高度的重视。

当利用计算机对具有大量自由度的复杂体系进行有效的非线性有限元分析尚