



普通高等教育“十二五”规划教材
电工电子基础课程规划教材

数字逻辑设计及应用 知识要点与习题解析 (中英文版)

■ 姜书艳 主编 ■ 陈骏莲 廖红舒 副主编



中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

普通高等教育“十二五”规划教材

电工电子基础课程规划教材

数字逻辑设计及应用 知识要点与习题解析 (中英文版)

姜书艳 主 编

陈骏莲 廖红舒 副主编

唐 军 王 宏 付 炜 周建华 编

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

《数字逻辑设计及应用知识要点与习题解析(中英文版)》与《数字设计——原理与实践(第4版)》(John F. Wakerly, 林生 等译, 2007)、《数字设计——原理与实践(第4版, 影印版)》(John F. Wakerly, 2007)或《数字逻辑设计及应用》(双语教材, 姜书艳主编, 2014)配套使用。本习题集的编写紧扣教材的能力目标要求, 既注重基础知识的巩固, 又强调基本能力的培养。全书共8章内容, 包括数制与编码、逻辑代数基础、逻辑门电路、组合逻辑设计原理、组合逻辑设计实践、存储电路、时序逻辑设计原理、时序逻辑设计实践等。每章包括: 知识要点、典型例题解析、习题、习题解答、Exercises 和 Exercises Solutions 六方面内容。本习题集题型丰富, 难易适中, 对巩固课堂知识、提高学生分析问题和解决问题的能力有较好的帮助。

本习题集可作为高等学校电类(包括电子、通信、电气及自动化、计算机等)各专业教师、本科生及自学者的参考书, 也可供攻读硕士研究生的考生和相关技术人员参考。

未经许可, 不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有, 侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

数字逻辑设计及应用知识要点与习题解析: 中英文版 / 姜书艳主编. —北京: 电子工业出版社, 2015.5

电工电子基础课程规划教材

ISBN 978-7-121-23957-1

I. ①数… II. ①姜… III. ①数字逻辑—逻辑设计—高等学校—教学参考资料 IV. ①TP302.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 175042 号

策划编辑: 王羽佳

责任编辑: 王羽佳 文字编辑: 王晓庆

印 刷: 涿州市京南印刷厂

装 订: 涿州市京南印刷厂

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×1092 1/16 印张: 15.5 字数: 447 千字

版 次: 2015 年 5 月第 1 版

印 次: 2015 年 5 月第 1 次印刷

印 数: 3000 册 定价: 39.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010)88258888。

前 言

本书是为配合《数字设计——原理与实践（第4版）》（John F. Wakerly, 林生 等译, 2007）、《数字设计——原理与实践（第4版, 影印版）》（John F. Wakerly, 2007）或《数字逻辑设计及应用》（双语教材, 姜书艳主编, 2014）的使用而编写的配套学习指导与习题集。编者根据数字电路课程教学实践和课程教学的基本要求, 对教材内容进行了归纳、总结和提炼。希望本书能够帮助学生把握课程内容的重点、难点, 从而提高分析问题、解决问题的能力。

由于电路基础课程内容比较抽象, 加之理论性、系统性、灵活性较强, 所以许多初学者感到较难理解和掌握。特别是随着电路技术的发展, 电路功能日益复杂, 新型器件不断产生, 相应的电路分析方法和手段也在不断演变和发展, 因此, 为了保证本课程的教学质量, 在教师提高教学水平的同时, 学生有必要完成适当的课外作业, 同时加强实践性环节的训练。

本书共 8 章, 依次对应教材中的数制与编码、逻辑代数基础、逻辑门电路、组合逻辑设计原理、组合逻辑设计实践、存储电路、时序逻辑设计原理、时序逻辑设计实践等内容。每章包括六方面内容: 知识要点、典型例题解析、习题、习题解答、Exercises 和 Exercises Solutions。知识要点通过总结各章的知识点, 形成学习要点; 典型例题解析针对各章的重点和难点内容引出的例题, 进行详细分析, 加强学生对重点、难点内容的理解; 习题和习题解答为了适应不同层次同学的需要, 采用中英文双语编写, 建立与国际学术界交流的平台。这些习题与教材内容紧密配合, 深度、广度适中。全英文习题的编写, 有助于学生对于英文专业术语的掌握和全英文考试题目的理解。

为适应教学模式、教学方法和手段的改革, 本书提供习题参考答案, 请登录华信教育资源网 (<http://www.hxedu.com.cn>) 注册下载。另外, 本书提供如下的相关学习网站。

(1) <http://222.197.183.243/wlxt/course.aspx?courseid=0669>: 省级精品资源共享课程——数字逻辑设计及应用 (2013 年)

(2) <http://222.197.183.243/wlxt/jingpin.asp?courseid=0170>: 省级精品课程——数字逻辑设计及应用 (2005 年)

(3) <http://china.xilinx.com/support/university/index.htm>: Xilinx 的大学计划, 提供了大量的产品资料、课程资料以及用于数字设计实验课程的芯片和插件

(4) <https://www.aldec.com/en>: Aldec 的教育计划, 提供了 Aldec 自己的软件包和第三方的兼容工具以及原型系统

本书由姜书艳教授任主编, 负责整本书的统审、定稿工作, 陈骏莲、廖红舒任副主编, 陈骏莲负责中文部分的组织和编写, 廖红舒负责英文部分的组织和编写。姜书艳编写了第 1、2 章和附录 A 部分, 陈骏莲编写了中文部分的第 3、4 章, 廖红舒编写了英文部分的第 3、4 章, 唐军编写了中、英文部分第 5 章和英文部分第 8 章, 王宏编写了中文部分的第 6、7 章, 付炜编写了英文部分的第 6、7 章, 周建华编写了中文部分的第 8 章。本书从构思到完成期间, 电子科技大学数字逻辑设计及应用课程组的很多老师都参与了编写, 几经修订。课程组的陈瑜、金燕华、崔琳莉、赖永秀、陈德军、李春梅、唐普英、曾洁、李军、卢有亮、周鹰、郭磊、廖昌俊、张刚、王振松、李力、兰京川、袁渊等也参与了本书的编写工作, 其中, 陈瑜老师参与了整本书的讨论与组织工

作。电子工业出版社的王羽佳、王晓庆编辑对全书的结构和内容提出了重要的意见，在此一并表示诚挚的感谢！

尽管本书融入了编者长期从事数字电路基础课程教学的经验和体会，但受编者水平及编写时间的限制，书中难免存在不妥和错误之处，恳请读者批评指正。

作 者

2015 年 5 月

目 录

第 1 章 数制与编码 (Number Systems and Codes)	1
一、知识要点	1
二、典型例题解析	1
三、习题	5
四、习题解答	6
V. Exercises	8
VI. Exercises Solutions	9
第 2 章 逻辑代数基础 (Basis of Logic Algebra)	11
一、知识要点	11
二、典型例题解析	11
三、习题	22
四、习题解答	24
V. Exercises	31
VI. Exercises Solutions	34
第 3 章 逻辑门电路 (Logic Gates Circuits)	42
一、知识要点	42
二、典型例题解析	42
三、习题	46
四、习题解答	48
V. Exercises	52
VI. Exercises Solutions	55
第 4 章 组合逻辑设计原理 (Combinational Logic Design Principles)	59
一、知识要点	59
二、典型例题解析	59
三、习题	66
四、习题解答	69
V. Exercises	81
VI. Exercises Solutions	84
第 5 章 组合逻辑设计实践 (Combinational Logic Design Practices)	96
一、知识要点	96
二、典型例题解析	96
三、习题	102
四、习题解答	103

V. Exercises	109
VI. Exercises Solutions	110
第 6 章 存储电路 (Memory Circuits)	116
一、知识要点	116
二、典型例题	117
三、习题	124
四、习题解答	129
V. Exercises	136
VI. Exercises Solutions	141
第 7 章 时序逻辑设计原理 (Sequential LogicDesign Principles)	150
一、知识要点	150
二、典型例题解析	150
三、习题	164
四、习题解答	167
V. Exercises	174
VI. Exercises Solutions	177
第 8 章 时序逻辑设计实践 (Sequential LogicDesign Practices)	186
一、知识要点	186
二、典型例题解析	186
三、习题	202
四、习题解答	204
V. Exercises	214
VI. Exercises Solutions	217
附录 A 2014 年电子科技大学本科生期末考试 A、B 卷及参考解答	225
电子科技大学 2013—2014 学年第二学期期末考试 A 卷	225
电子科技大学 2013—2014 学年第二学期期末考试 A 卷参考解答	231
电子科技大学 2013—2014 学年第二学期期末考试 B 卷	234
电子科技大学 2013—2014 学年第二学期期末考试 B 卷参考解答	238
参考文献	242

第1章 数制与编码 (Number Systems and Codes)

一、知识要点

1. 掌握按位计数制 (Positional Number System) 的概念, 以及十进制 (Decimal)、二进制 (Binary)、八进制 (Octal) 及十六进制 (Hexadecimal) 的定义。
2. 掌握十进制数、二进制数、八进制数以及十六进制数之间相互转换的方法。
3. 掌握非十进制数 (无符号) 的加减运算方法。
4. 掌握有符号的二进制数的构建方法: 符号-数值码 (原码) (Signed-Magnitude)、二进制补码 (Two's-Complement)、二进制反码 (Ones'-Complement)。
5. 掌握原码、补码、反码三种编码形式的相互转换。
6. 掌握带符号的二进制数的加减方法。
7. 掌握 BCD 码 (Binary Codes for Decimal Numbers, BCD)、格雷码 (Gray Code) 的构建方式以及二进制数之间的相互转换。

二、典型例题解析

【例 1-1】 以下算术运算在某种进制中是正确的, 请确定以下两个运算中的基数分别是多少。

1. $23+44+14+32=223$

2. $302/20=12.1$

【解题指导】

按位计数制应满足如下公式: $D = \sum_{i=-n}^{p-1} d_i \times r^i$, 其中, r 为基数, d_i 为第 i 位的数值, D 为数值大小。

所以在解题中, 可以设基数为 R , 然后按照按位计数制的运算法则, 将等式展开成 R 的一元方程的形式, 从而解得 R 的值。

【解答】

1. 设基数为 B , 按照按位计数制的运算法则, 该等式可以转换成:

$$2B+3+4B+4+B+4+3B+2 = 2B^2+2B+3$$

可以解得基数为 $B=5$;

2. 设基数为 B , 按照按位计数制的运算法则, 该等式可以转换成:

$$(3B^2+2)/(2B) = B+2+1/B$$

可以解得基数为 $B=4$ 。

【例 1-2】 请将 22.75_{10} 分别转换成十六进制数、八进制数和二进制数。

【解题指导】

将十进制数转换成其他进制的数, 要分成整数部分和小数部分两个方面进行讨论。

整数部分的转换方法是: 若将十进制数转换成 N 进制数, 则需要将该十进制数的整数部分除以 N , 取其整数部分, 作为转换后 N 进制数整数部分的最低位; 然后将上次除法的商再除以 N , 再取其整数部分作为 N 进制数整数部分的次低位; 依此类推, 一直到除法的商为 0 为止, 整数部分讨论完毕。

小数部分的转换方法是: 将该十进制数的小数部分乘以 N , 取其积的整数部分, 作为转换后 N

进制数小数部分的最高位；然后将乘法后的积的小数部分再乘以 N ，再取其整数部分，作为 N 进制数小数部分的次高位；依此类推，一直到乘法的积的小数部分为 0，或者达到要讨论的精度为止，小数部分讨论完毕。

该例题中先进行二进制部分的讨论。图 1.1 中箭头所示方向即是数据读取的方向。

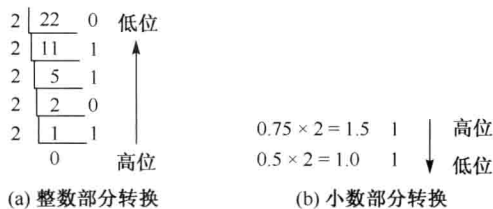


图 1.1 例 1-2 求解示意图

所以， $22.75_{10} = 10110.11_2$ 。八进制数和十六进制数可以做相同的讨论，区别在于，将上面讨论中的除数和乘数分别换成 8 和 16 即可。

另外，十六进制中的数值 0~15 分别对应如下：0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、A、B、C、D、E、F。

【解答】

$$22.75_{10} = 10110.11_2 = 26.6_8 = 16.C_{16}$$

【例 1-3】 请将十进制数 47.39_{10} 转换成二进制数，要求转换后精度保留到小数点后 3 位。

【解题指导】

整数部分的讨论方法与【例 1-2】相同，下面主要进行小数部分的讨论：

$$\begin{array}{rcl}
 0.39 \times 2 = 0.78 & 0 & \text{高位} \\
 0.78 \times 2 = 1.56 & 1 & \downarrow \\
 0.56 \times 2 = 1.12 & 1 & \text{低位} \\
 \dots\dots
 \end{array}$$

由讨论可知，小数部分的乘积操作最终无法达到 0，所以需要保留至所需的精度，即转换成二进制数后保留到小数点后 3 位。

【解答】

$$47.39_{10} = 101111.011_2$$

【例 1-4】 请将十进制数 56.48_{10} 转换成二进制数，要求转换后精度为 $\varepsilon < 10^{-2}$ 。

【解题指导】

整数部分的讨论方法等同于【例 1-2】，下面主要进行小数部分的讨论。

小数部分的乘积操作最终无法达到 0，所以需要保留至所需的精度。转换成二进制数后精度要求为 $\varepsilon < 10^{-2}$ ，而 10^{-2} 是保留到十进制数的小数点后两位，转换成二进制数后应为 $\varepsilon = 2^{-n} < 10^{-2}$ ， $n \geq 7$ ，所以应保留到转换成二进制数后的小数点后 7 位。

【解答】

$$56.48_{10} = 111000.0111101_2$$

【例 1-5】 请将如下的数转换成十进制数：

$$1. 10110.11_2 \quad 2. 26.67_8 \quad 3. F4.25_{16}$$

【解题指导】

可以利用公式 $D_{10} = \sum_{i=-n}^{p-1} b_i \times N^i$ ，将其他进制的数转换成十进制数。其中， N 为待转换进制的基

数; N^i 为第 i 位的权重; i 的取值为 $[-n, p-1]$; b_i 为第 i 位的值。故以上三个数值的转换可以按如下方法进行:

$$10110.11_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = 22.75_{10}$$

$$26.67_8 = 2 \times 8^1 + 6 \times 8^0 + 6 \times 8^{-1} + 7 \times 8^{-2} = 22.8594_{10}$$

$$F4.25_{16} = 15 \times 16^1 + 4 \times 16^0 + 2 \times 16^{-1} + 5 \times 16^{-2} = 244.1445_{10}$$

【解答】

$$1. \ 10110.11_2 = 22.75_{10} \quad 2. \ 26.67_8 = 22.8594_{10} \quad 3. \ F4.25_{16} = 244.1445_{10}$$

【例 1-6】 请将二进制数 101101.1101_2 转换成八进制数和十六进制数。

【解题指导】

将二进制数转换成八进制数和十六进制数的方法如下。

整数部分的讨论: 以二进制数的小数点为分界点, 依次向左每 3 位 (4 位) 二进制数等效为一位八进制数 (十六进制数), 位数不足的在高位加 0;

小数部分的讨论: 以二进制数的小数点为分界点, 依次向右每 3 位 (4 位) 二进制数等效为一位八进制数 (十六进制数), 位数不足的在低位加 0。

【解答】

$$101101.1101_2 = 55.64_8 = 2D.D_{16}$$

【例 1-7】 请将 33.16_8 转换成十六进制数。

【解题指导】

将一个八进制数转换成一个十六进制数, 需要经过两个步骤: 第一, 先将八进制数转换成二进制数; 第二, 再将转换后的二进制数转换成十六进制数。

对于第一步的讨论如下: 将一个八进制数 (十六进制数) 转换成二进制数的方法是, 每一位八进制数 (十六进制数), 等效于 3 位 (4 位) 二进制数。

第二步的讨论等同于【例 1-6】中的分析。

所以该题的解答过程如下: $33.16_8 = 011011.001110_2 = 1B.38_{16}$

【解答】

$$33.16_8 = 1B.38_{16}$$

【例 1-8】 请分别写出如下带符号数的二进制 8-bit 原码、反码和补码。

$$1. \ -99_{10} \quad 2. \ +53_{10} \quad 3. \ -128_{10} \quad 4. \ 0_{10}$$

【解题指导】

对于正数而言, 原码、补码、反码 3 种编码的形式相同, 都是符号位 (MSB) “0” 加上数值位。其中, 数值位大小等于该数的绝对值大小。

对于负数而言, 原码、补码、反码 3 种编码的构建方法不同。原码是符号位 “1” 加上数值位, 数值位的大小等于该数的绝对值大小; 反码是符号位 “1” 加上数值位, 数值位为原码数值位的逐位取反; 补码是符号位 “1” 加上数值位, 数值位为反码数值位的末位 +1。

-99_{10} , 其原码为 11100011, 其中 MSB (最高有效位) “1” 为符号位, 表示负号, 后面的 1100011 为数值位, 其值大小为 99; 反码为 10011100, MSB 仍为符号位, 数值位则是原码数值位的逐位取反; 补码则是在反码的基础上在末位 +1 而得到的, 即为 10011101;

$+53_{10}$ 的原码、补码、反码 3 种编码相同, 都是符号位 “0”, 加上数值位 0110101 (其值为 53), 故 3 种编码都为 00110101。数值位和符号位要凑足题目要求的 8 位;

-128_{10} 的原码和反码都超出了 8-bit 的计数范围 $[-127, +127]$, 故无法表示。但是在补码的计数范

围 $[-128, +127]$ 之内。其构建方法可以根据补码的性质来决定。补码的符号位可以看成是 -2^{n-1} 的权重, 其中, n 为补码的位数, 该题中为 8。所以 -128_{10} 的数值为 0, 即其补码为 10000000;

0_{10} 的原码和反码都有+0 和-0 之分, 补码则统一为 00000000。

【解答】

$$1. -99_{10} = 11100011_{\text{原码}} = 10011100_{\text{反码}} = 10011101_{\text{补码}}$$

$$2. +53_{10} = 00110101_{\text{原码}} = 00110101_{\text{反码}} = 00110101_{\text{补码}}$$

$$3. -128_{10} = 10000000_{\text{补码}} \quad (\text{原码和反码超出了计数范围})$$

$$4. 0_{10} = 00000000_{\text{原码}} (10000000_{\text{原码}}) = 00000000_{\text{反码}} (11111111_{\text{反码}}) = 00000000_{\text{补码}}$$

【例 1-9】 一个二进制数的补码是 $10110_{\text{补码}}$, 请问其 8-bit 二进制补码是多少?

【解题指导】

$10110_{\text{补码}}$ 为 5-bit 的二进制补码, 若要将其扩展到 8 位, 则需先将其变成 5-bit 的原码, 为 $11010_{\text{原码}}$ 。

注意, 一个负数从补码到原码的转变过程与从原码到补码的过程一样, 都是“符号位不变, 数值位取反加 1”。由于原码的数值位大小为该数的绝对值, 故可以在高位加 0, 不会改变其值。所以可以在原码的高位补 0, 使其达到 8-bit, 为 $10001010_{\text{原码}}$, 再将其变成补码, 方法参考【例 1-8】, 为 $11110110_{\text{补码}}$ 。

【解答】

$$10110_{\text{补码}} = 11110110_{\text{补码}}$$

【例 1-10】 数 A 的补码为 11111001, 数 B 的补码为 11010101, 数 C 的补码为 01111101, 请完成如下的计算, 并讨论是否溢出。

$$1. -A-B \quad 2. -A+B \quad 3. A-C$$

【解题指导】

带符号的二进制数运算为二进制补码运算, 即满足如下的关系:

[和]_{补码} = [被加数]_{补码} + [加数]_{补码}, 被加数、加数、和都为补码。

$[-A-B]_{\text{补码}} = [-A]_{\text{补码}} + [-B]_{\text{补码}}$, 已知 A 的补码, 求 $-A$ 的补码可以分成两步: 第一, A 的符号位取反; 第二, A 的数值位取反加 1。所以该题中 $[-A]_{\text{补码}} = 00000111$; 同理, $[-B]_{\text{补码}} = 00101011$ 。所以 $[-A-B]_{\text{补码}} = 00000111 + 00101011$, 二进制加法的规则为逢二进一, 故最终的结果为 $[-A-B]_{\text{补码}} = 00110010$ 。

溢出判定有两个原则: 第一, 如果两个符号相异的两个数相加, 则不会溢出; 第二, 如果两个同符号的数相加, 其最高有效位的进位输出和进位输入不等, 则溢出; 第 1 小题中 $[-A-B]_{\text{补码}} = 00000111 + 00101011$ 为两个同符号的数相加, 但是, 最高有效位的进位输入和进位输出都为 0, 故无溢出发生;

$[-A+B]_{\text{补码}} = [-A]_{\text{补码}} + [B]_{\text{补码}} = 00000111 + 11010101 = 11011100$, 其溢出判定属于第一种情况, 故无溢出发生;

$[A-C]_{\text{补码}} = [A]_{\text{补码}} + [-C]_{\text{补码}} = 11111001 + 10000011 = 01111100$, 其最高有效位的进位输入为 0, 进位输出为 1, 故有溢出。另外, 该小题中两个负数相加, 和为正数, 结果显然不正确, 亦可推断出存在溢出。

【解答】

$$1. [-A-B]_{\text{补码}} = 00110010 \quad \text{无溢出} \quad 2. [-A+B]_{\text{补码}} = 11011100 \quad \text{无溢出}$$

$$3. [A-C]_{\text{补码}} = 01111100 \quad \text{有溢出}$$

【例 1-11】 请分别写出以下各数的 8421BCD 码、2421BCD 码、余 3 码及格雷码。

1. 79_{10} 2. 1101101_2 3. FF_{16}

【解题指导】

8421BCD 码、2421BCD 码和余 3 码都是 BCD 码, 即十进制编码。每个编码表示一位 (0~9) 的十进制数。故如果要转换成以上的形式, 必须先将数字转换成十进制数。其中, 8421 和 2421 为该种编码形式的各位上的权重, 其具体编码形式参见教材。余 3 码是在 8421BCD 码的基础之上加 0011 而得到的。

格雷码的变化规则如下:

假设一个数用 n 位二进制表示为 $(b_{n-1}b_{n-2}\cdots b_1b_0)_2$, 其格雷码为 $(g_{n-1}g_{n-2}\cdots g_1g_0)_{\text{gray}}$, 二者关系为

$$g_i = b_i \oplus b_{i+1} \quad (i = 0, 1, \cdots, n-2)$$

$$g_{n-1} = b_{n-1}$$

或者, $(b_{n-1} \ b_{n-1} \oplus b_{n-2} \cdots b_m \oplus b_{m-1} \cdots b_2 \oplus b_1 \ b_1 \oplus b_0)_{\text{gray}}$, 其中 b_m 为第 m 位的二进制数。

下面分别对几个小题进行讨论:

$$1. \ 79_{10} = 0111 \ 1001_{8421\text{BCD}} = 1101 \ 1111_{2421\text{BCD}} = 1010 \ 1100_{\text{余3码}} = 1001111_2 = 1101000_{\text{格雷码}}$$

$$2. \ 1101101_2 = 109_{10} = 0001 \ 0000 \ 1001_{8421\text{BCD}} = 0001 \ 0000 \ 1111_{2421\text{BCD}} \\ = 0100 \ 0011 \ 1100_{\text{余3码}} = 1011011_{\text{格雷码}}$$

$$3. \ FF_{16} = 255_{10} = 0010 \ 0101 \ 0101_{8421\text{BCD}} = 0010 \ 1011 \ 1011_{2421\text{BCD}} \\ = 0101 \ 1000 \ 1000_{\text{余3码}} = 11111111_2 = 10000000_{\text{格雷码}}$$

【解答】

$$1. \ 79_{10} = 0111 \ 1001_{8421\text{BCD}} = 1101 \ 1111_{2421\text{BCD}} = 1010 \ 1100_{\text{余3码}} = 1001111_2 = 1101000_{\text{格雷码}}$$

$$2. \ 1101101_2 = 0001 \ 0000 \ 1001_{8421\text{BCD}} = 0001 \ 0000 \ 1111_{2421\text{BCD}} \\ = 0100 \ 0011 \ 1100_{\text{余3码}} = 1011011_{\text{格雷码}}$$

$$3. \ FF_{16} = 0010 \ 0101 \ 0101_{8421\text{BCD}} = 0010 \ 1011 \ 1011_{2421\text{BCD}} \\ = 0101 \ 1000 \ 1000_{\text{余3码}} = 11111111_2 = 10000000_{\text{格雷码}}$$

三、习题

【习题 1-1】 分别进行如下数制转换。

1. $(120)_{10} = (\quad)_2$ 2. $(39)_{10} = (\quad)_7$ 3. $(97)_6 = (\quad)_{16}$

【习题 1-2】 分别进行如下数制转换, 要求转换误差 $\varepsilon < 10^{-2}$ 。

1. $(22.37)_{10} = (\quad)_2$ 2. $(35.49)_{10} = (\quad)_6$ 3. $(16.68)_{10} = (\quad)_{16}$

【习题 1-3】 分别写出如下十进制数对应的二进制数、八进制数、十六进制数。

1. $(28.5)_{10}$ 2. $(38.75)_{10}$ 3. $(7.125)_{10}$

【习题 1-4】 分别写出如下符号数的 8-bit 二进制原码、反码和补码。

1. $(+45)_{10}$ 2. $(-37)_{10}$ 3. $(-47)_{10}$

【习题 1-5】 分别写出如下符号数的二进制原码、反码和补码。

1. $(+17.5)_{10}$ 2. $(-12.75)_{10}$ 3. $(-9.25)_{10}$

【习题 1-6】 填空。

1. 某十进制数的等值二进制数的原码、补码、反码 (顺序不定) 为 10010101、11101010、10010110, 其中, 10010101 表示 () 码, 11101010 表示 () 码, 10010110 表示 () 码。

2. 已知某数的反码是 1010101, 则该数对应的原码是 (), 补码是 ()。

3. 已知 10011101、11100010、10011110 为某二进制数的原码、反码、补码 (顺序不定), 则其中

() 是原码, () 是反码, () 是补码。

【习题 1-7】 填空。

1. $(F6.A)_{16} = ()_{10} = ()_8 = ()_{8421BCD}$
2. $(B2.8)_{16} = ()_8 = ()_2 = ()_{\text{余3码}}$
3. $(102)_8 = ()_2 = ()_{10} = ()_{\text{格雷码}}$

【习题 1-8】 选择。

1. $(36.7)_{10}$ 的 5121BCD 码是 ()。
 A. 01101001.1010 B. 00111100.1110
 C. 00110110.0111 D. 00110110.1110
2. 十进制数 $(726)_{10}$ 的 2421BCD 码是 ()
 A. $(110100101100)_{2421BCD}$ B. $(011110000110)_{2421BCD}$
 C. $(110110000110)_{2421BCD}$ D. $(011100100110)_{2421BCD}$

【习题 1-9】 试用 8 位二进制补码完成下列十进制数的运算。

1. $(+78)_{10} + (+35)_{10}$ 2. $(-56)_{10} - (41)_{10}$ 3. $(-81)_{10} + (-49)_{10}$
4. $(-93)_{10} + (+49)_{10}$ 5. $(+67)_{10} + (+72)_{10}$

【习题 1-10】 设 $A = -(27.625)_{10}$, $B = +(20)_{10}$, 求:

1. $(A)_{\text{补}}$ 2. $(B)_{\text{补}}$ 3. $(A \times B)_{\text{补}}$ 4. $(A + B)_{\text{补}}$ 5. $(A - B)_{\text{补}}$

【习题 1-11】 已知浮点数 1011 1101 0100 0000 0000 0000 0000 0000 的第 1 位是符号位, 第 2~9 位是阶码, 其余位为尾数, 试求其对应的十进制数。

四、习题解答

【习题 1-1】 分别进行如下数制转换。

【解答】

1. $(120)_{10} = (1111000)_2$ 2. $(39)_{10} = (54)_7$ 3. $(97)_6 = (61)_{10} = (3D)_{16}$

【习题 1-2】 分别进行如下数制转换, 要求转换误差 $\varepsilon < 10^{-2}$ 。

【解答】

1. $(22.37)_{10} = (00010110.0101111)_2$ 2. $(35.49)_{10} = (55.253)_6$
3. $(16.68)_{10} = (10.AE)_{16}$

【习题 1-3】 分别写出如下十进制数对应的二进制数、八进制数、十六进制数。

【解答】

1. $(28.5)_{10} = (11100.1)_2 = (34.4)_8 = (1C.8)_{16} = (0010 \ 1000.0101)_{8421BCD}$
2. $(38.75)_{10} = (100110.11)_2 = (46.6)_8 = (26.C)_{16}$
 $= (0011 \ 1000.0111 \ 0101)_{8421BCD}$
3. $(7.125)_{10} = (111.001)_2 = (7.1)_8 = (7.2)_{16} = (0111.0001 \ 0010 \ 0101)_{8421BCD}$

【习题 1-4】 分别写出如下符号数的 8-bit 二进制原码、反码和补码。

【解答】

1. $(+45)_{10} = (00101101)_{\text{原码}} = (00101101)_{\text{反码}} = (00101101)_{\text{补码}}$
2. $(-37)_{10} = (10100101)_{\text{原码}} = (11011010)_{\text{反码}} = (11011011)_{\text{补码}}$
3. $(-47)_{10} = (10101111)_{\text{原码}} = (11010000)_{\text{反码}} = (11010001)_{\text{补码}}$

【习题 1-5】 分别写出如下符号数的二进制原码、反码和补码。

【解答】

$$1. (+17.5)_{10} = (010001.10)_{\text{原码}} = (010001.10)_{\text{反码}} = (010001.10)_{\text{补码}}$$

$$2. (-12.75)_{10} = (101100.11)_{\text{原码}} = (110011.00)_{\text{反码}} = (110011.01)_{\text{补码}}$$

$$3. (-9.25)_{10} = (101001.01)_{\text{原码}} = (110110.10)_{\text{反码}} = (110110.11)_{\text{补码}}$$

【习题 1-6】 填空。

【解答】

$$1. \text{反, 原, 补} \quad 2. 1101010, 1010110 \quad 3. 11100010, 10011101, 10011110$$

【习题 1-7】 填空。

【解答】

$$1. (F6.A)_{16} = (246.625)_{10} = (366.5)_8 = (001001000110.011000100101)_{8421\text{BCD}}$$

$$2. (B2.8)_{16} = (262.4)_8 = (178.5)_{10} = (10110010.1)_2 \\ = (010010101011.1000)_{\text{余3码}}$$

$$3. (102)_8 = (01000010)_2 = (66)_{10} = (01100011)_{\text{格雷码}}$$

【习题 1-8】 选择。

【解答】

$$1. A \quad 2. A$$

【习题 1-9】 试用 8 位二进制补码完成下列十进制数的运算。

【解答】

$$1. (+78)_{10} + (+35)_{10} = (01001110)_{\text{补}} + (00100011)_{\text{补}} = (01110001)_{\text{补}} \\ = (113)_{10} \quad \text{无溢出}$$

$$2. (-56)_{10} - (41)_{10} = (11001000)_{\text{补}} + (11010111)_{\text{补}} = (10011111)_{\text{补}} \\ = (-97)_{10} \quad \text{无溢出}$$

$$3. (-81)_{10} + (-49)_{10} = (10101111)_{\text{补}} + (11001111)_{\text{补}} = (01111110)_{\text{补}} \\ \neq (-130)_{10} \quad \text{有溢出}$$

$$4. (-93)_{10} + (+49)_{10} = (10100011)_{\text{补}} + (00110001)_{\text{补}} = (11010100)_{\text{补}} \\ = (-44)_{10} \quad \text{无溢出}$$

$$5. (+67)_{10} + (+72)_{10} = (01000011)_{\text{补}} + (01001000)_{\text{补}} = (10001011)_{\text{补}} \\ \neq (139)_{10} \quad \text{有溢出}$$

【习题 1-10】 设 $A = -(27.625)_{10}$, $B = +(20)_{10}$, 求:

【解答】

$$1. (A)_{\text{补}} = 100100.011 \quad 2. (B)_{\text{补}} = 010100 \quad 3. (A \times B)_{\text{补}} = 10111010111.1$$

$$4. (A+B)_{\text{补}} = 111000.011 \quad 5. (A-B)_{\text{补}} = 11010000.011$$

【习题 1-11】 已知浮点数 1011 1101 0100 0000 0000 0000 0000 的第 1 位是符号位, 第 2~9 位是阶码, 其余位为尾数, 试求其对应的十进制数。

【解答】

1. 符号位=1, 所以该数为负数;

2. 有效数=尾数前面加 '1.', 所以, 有效数=1.1;

3. 指数 = 阶码 - 偏移量 $127 = 01111010 - 01111111 = -5$;

4. 有效数的小数点左移 5 位, 所以, 有效数 = 0.000011;

5. $-(0.000011)_2 = -(0.046875)_{10}$ 。

V. Exercises

【Exercise 1-1】 Perform the following number system conversions.

1. $(120)_{10} = ()_2$ 2. $(39)_{10} = ()_7$ 3. $(97)_6 = ()_{16}$

【Exercise 1-2】 Convert the following decimal numbers, keeping the conversion error ε smaller than 10^{-2} .

1. $(22.37)_{10} = ()_2$ 2. $(35.49)_{10} = ()_6$ 3. $(16.68)_{10} = ()_{16}$

【Exercise 1-3】 Convert the following decimal numbers into binary, octal and hexadecimal.

1. $(28.5)_{10}$ 2. $(38.75)_{10}$ 3. $(16.125)_{10}$

【Exercise 1-4】 Write the 8-bit signed-magnitude, two's complement and ones' complement representations for each of these decimal numbers.

1. $(+45)_{10}$ 2. $(-37)_{10}$ 3. $(-47)_{10}$

【Exercise 1-5】 Write the 8-bit signed-magnitude, two's complement and ones' complement representations for each of these decimal numbers.

1. $(+17.5)_{10}$ 2. $(-12.75)_{10}$ 3. $(-9.25)_{10}$

【Exercise 1-6】 Fill in the blanks.

1. Knowing that the equivalent signed-magnitude, two's complement and ones' complement codes (the order is not sure) of a decimal numbers are 10010101, 11101010 and 10010110, then 10010101 is () representation, 11101010 is () representation, 10010110 is () representation.

2. Knowing that the two's complement of one number is 1010101, then the corresponding signed-magnitude is (), and the two's complement is ().

3. Knowing that (10011101), (11100010) and (10011110) are the signed-magnitude, two's complement and ones' complement represents (the order is not sure), then () is the signed-magnitude, () is two's complement, and () is ones' complement.

【Exercise 1-7】 Fill in the blanks

1. $(F6.A)_{16} = ()_{10} = ()_8 = ()_{8421BCD}$
 2. $(B2.5)_{16} = ()_8 = ()_2 = ()_{\text{余3码}}$
 3. $(102)_8 = ()_2 = ()_{10} = ()_{\text{格雷码}}$

【Exercise 1-8】 Choose the correct answer.

1. The 5121BCD code of $(36.7)_{10}$ is ().
 A. 00110110.0111 B. 00111100.1110
 C. 01101001.1010 D. 00110110.1110
2. The 2421BCD code of the decimal digit is ().
 A. (110100101100)_{2421BCD} B. (011110000110)_{2421BCD}
 C. (110110000110)_{2421BCD} D. (011100100110)_{2421BCD}

【Exercise 1-9】 Add the following pairs of decimal numbers with the corresponding 8-bit two's complement represents, indicating whether or not overflow occurs.

1. $(+78)_{10} + (+35)_{10}$ 2. $(-56)_{10} - (41)_{10}$ 3. $(-81)_{10} + (-49)_{10}$
 4. $(-93)_{10} + (+49)_{10}$ 5. $(+67)_{10} + (+72)_{10}$

【Exercise 1-10】 Suppose that $A = -(27.625)_{10}$ and $B = +(20)_{10}$. Then finish the following computation.

1. $(A)_{\text{two's complement}}$ 2. $(B)_{\text{two's complement}}$ 3. $(A \times B)_{\text{two's complement}}$
 4. $(A+B)_{\text{two's complement}}$ 5. $(A-B)_{\text{two's complement}}$

【Exercise 1-11】 Knowing that the floating-point digital 1011 1101 0100 0000 0000 0000 0000 represents 1 sign bit in the beginning, 8 exponent bits in the middle, and 23 mantissa bits in the end. Convert this floating-point binary into decimal.

VI. Exercises Solutions

【Exercise 1-1】 Perform the following number system conversions.

【Solution】

$$1. (120)_{10} = (1111000)_2 \quad 2. (39)_{10} = (54)_7 \quad 3. (97)_6 = (61)_{10} = (3D)_{16}$$

【Exercise 1-2】 Convert the following decimal numbers, keeping the conversion error ε smaller than 10^{-2} .

【Solution】

$$1. (22.37)_{10} = (00010110.0101111)_2 \quad 2. (35.49)_{10} = (55.253)_6 \quad 3. (16.68)_{10} = (10.AE)_{16}$$

【Exercise 1-3】 Convert the following decimal numbers into binary, octal and hexadecimal.

【Solution】

$$\begin{aligned} 1. (28.5)_{10} &= (11100.1)_2 = (34.4)_8 = (1C.8)_{16} = (0010 \ 1000.0101)_{8421BCD \text{ 码}} \\ 2. (38.75)_{10} &= (100110.11)_2 = (46.6)_8 = (26.C)_{16} = (0011 \ 1000. \ 0111 \ 0101)_{8421BCD \text{ 码}} \\ 3. (7.125)_{10} &= (111.001)_2 = (7.1)_8 = (7.2)_{16} = (0111.000100100101)_{8421BCD \text{ 码}} \end{aligned}$$

【Exercise 1-4】 Write the 8-bit signed-magnitude, two's complement and ones' complement representations for each of these decimal numbers.

【Solution】

$$\begin{aligned} 1. (+45)_{10} &= (00101101)_{\text{signed-magnitude}} = (00101101)_{\text{ones' complement}} = (00101101)_{\text{two's complement}} \\ 2. (-37)_{10} &= (10100101)_{\text{signed-magnitude}} = (11011010)_{\text{ones' complement}} = (11011011)_{\text{two's complement}} \\ 3. (-47)_{10} &= (10101111)_{\text{signed-magnitude}} = (11010000)_{\text{ones' complement}} = (11010001)_{\text{two's complement}} \end{aligned}$$

【Exercise 1-5】 Write the 8-bit signed-magnitude, two's complement and ones' complement representations for each of these decimal numbers.

【Solution】

$$\begin{aligned} 1. (+17.5)_{10} &= (010001.10)_{\text{signed-magnitude}} = (010001.10)_{\text{ones' complement}} = (010001.10)_{\text{two's complement}} \\ 2. (-12.75)_{10} &= (101100.11)_{\text{signed-magnitude}} = (110011.00)_{\text{ones' complement}} = (110011.01)_{\text{two's complement}} \\ 3. (-9.25)_{10} &= (101001.01)_{\text{signed-magnitude}} = (110110.10)_{\text{ones' complement}} = (110110.11)_{\text{two's complement}} \end{aligned}$$

【Exercise 1-6】 Fill in the blanks.

1. Knowing that the equivalent signed-magnitude, two's complement and ones' complement codes (the order is not sure) of a decimal numbers are 10010101, 11101010 and 10010110, then 10010101 is () representation, 11101010 is () representation, 10010110 is () representation.

2. Knowing that the two's complement of one number is 1010101, then the corresponding signed-magnitude is (), and the two's complement is ().

3. Knowing that (10011101), (11100010) and (10011110) are the signed-magnitude, two's complement and ones' complement represents (the order is not sure), then () is the signed-magnitude, () is two's complement, and () is ones' complement.

【Solution】

1. two's complement, signed-magnitude and ones' complement
2. 1101010, 1010110 3. 11100010, 10011101, 10011110

【Exercise 1-7】 Fill in the blanks.

【Solution】

1. $(F6.A)_{16} = (246.625)_{10} = (366.5)_8 = (001001000110.011000100101)_{8421BCD}$
2. $(B2.8)_{16} = (262.4)_8 = (178.5)_{10} = (010010101011.1000)_{\text{Excess-3 code}}$
3. $(102)_8 = (001000010)_2 = (66)_{10} = (001100011)_{\text{Gray code}}$

【Exercise 1-8】 Choose the correct answer.

【Solution】

1. C
2. A

【Exercise 1-9】 Add the following pairs of decimal numbers with the corresponding 8-bit two's complement represents, indicating whether or not overflow occurs.

【Solution】

1. $(+78)_{10} + (+35)_{10} = (01001110)_{\text{two's complement}} + (00100011)_{\text{two's complement}}$
 $= (01110001)_{\text{two's complement}} = (113)_{10}$ without overflow
2. $(-56)_{10} - (41)_{10} = (11001000)_{\text{two's complement}} + (11010111)_{\text{two's complement}}$
 $= (10011111)_{\text{two's complement}} = (-97)_{10}$ without overflow
3. $(-81)_{10} + (-49)_{10} = (10101111)_{\text{two's complement}} + (11001111)_{\text{two's complement}}$
 $= (01111110)_{\text{two's complement}} \neq (-130)_{10}$ with overflow
4. $(-93)_{10} + (+49)_{10} = (10100011)_{\text{two's complement}} + (00110001)_{\text{two's complement}}$
 $= (11010100)_{\text{two's complement}} = (-44)_{10}$ without overflow
5. $(+67)_{10} + (+72)_{10} = (01100011)_{\text{two's complement}} + (01101000)_{\text{two's complement}} = (11001011)_{\text{two's complement}}$
 $\neq (139)_{10}$ with overflow

【Exercise 1-10】 Suppose that $A = -(27.625)_{10}$ and $B = +(20)_{10}$. Then finish the following computation.

【Solution】

1. $(A)_{\text{two's complement}} = 100100.011$
2. $(B)_{\text{two's complement}} = 010100$
3. $(A \times B)_{\text{two's complement}} = 1011101011.1$
4. $(A + B)_{\text{two's complement}} = 1000.011$
5. $(A - B)_{\text{two's complement}} = 1010000.011$

【Exercise 1-11】 Knowing that the floating-point digital 1011 1101 0100 0000 0000 0000 0000 represents 1 sign bit in the beginning, 8 exponent bits in the middle, and 23 mantissa bits in the end. Convert this floating-point binary into decimal.

【Solution】

1. Sign=1 $\rightarrow$ it is negative
2. index = 01111010 - 01111111 $\rightarrow$ index = -5
3. Terminal = 0.100 0000 0000 0000 0000 0000 + 1 $\rightarrow$ terminal = 1.1
4. real number = move the radix point of the terminal number to the left for five bits $\rightarrow$ real number = -0.000011
5. decimal = $-(0.046875)_{10}$