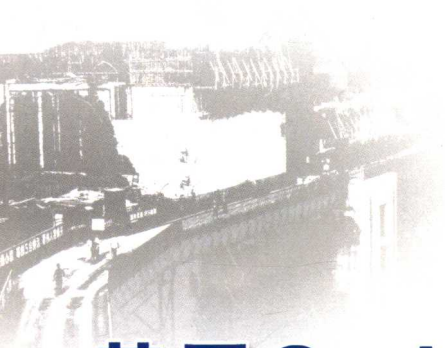




基于Godunov格式的 堤坝溃决水流数值模拟

张大伟 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

基于Godunov格式的 堤坝溃决水流数值模拟

张大伟 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

TV871.3
8097

内 容 提 要

本书重点介绍了基于有限体积法的 Godunov 数值离散格式在堤坝溃决水流数值模拟领域的应用。详细介绍了基于 Godunov 格式的一维模型和二维模型的构建过程,对该格式应用的一些关键问题做了深入细致的说明。同时,书中还对溃口模型的构建、Godunov 格式的河网模型构建、一维模型和二维模型的耦合技术以及城区洪水模拟中建筑物的处理方法等问题进行了介绍和探讨。

本书可作为水利工程从业人员,特别是从事洪水分析计算技术人员的参考书目。

图书在版编目(CIP)数据

基于Godunov格式的堤坝溃决水流数值模拟 / 张大伟
著. -- 北京: 中国水利水电出版社, 2014. 12
ISBN 978-7-5170-2817-8

I. ①基… II. ①张… III. ①堤坝—溃坝—水流模拟—数值模拟—研究 IV. ①TV871.3

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第311544号

书 名	基于 Godunov 格式的堤坝溃决水流数值模拟
作 者	张大伟 著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路 1 号 D 座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (发行部)
经 售	北京科水图书销售中心 (零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	三河市鑫金马印装有限公司
规 格	170mm×240mm 16 开本 10.75 印张 205 千字
版 次	2014 年 12 月第 1 版 2014 年 12 月第 1 次印刷
印 数	001—800 册
定 价	38.00 元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

前言

PREFACE

堤坝溃决洪水属于一种低概率、高危害事件。堤坝溃决洪水波常以立波或涌波的形式向下游急速推进,所经之处河道水位瞬息剧涨,水流汹涌湍急,下游临近地区通常难以从容防护,使得其危害性要远大于一般的河道洪水。和常规洪水水流流态相比,溃决洪水水流的流态更为复杂,急流和缓流常常同时发生,并存在着激波和水面间断的现象。一些经典的数值计算格式在处理溃决水流时常会出现数值振荡和不稳定的现象。近些年,源于空气动力学领域的以求解 Riemann 近似解为基础的 Godunov 格式在处理溃决水流问题时取得了很好的效果,该格式能够自动捕捉激波和间断。经过很多学者的努力,Godunov 格式中的一些关键技术难题如数值格式的“C 特性”问题、干河床洪水演进的问题等均得到了很好的解决,该数值格式用于工程实践的条件已经成熟。

水动力模型按空间维数不同可分为一维、二维、三维模型,但是以目前计算条件,在工程实践的应用中还是以一维、二维模型为主。本书重点介绍了基于 Godunov 格式的一维、二维水动力模型的开发及常见的验证算例。本书共分 8 章,第 1 章系统介绍了 Godunov 格式的研究进展状况;第 2 章介绍了一种简易的溃口出流模型;第 3 章介绍了基于 HLL 格式的一维水流数学模型的构建及验证算例;第 4 章介绍了基于 HLL 格式的一维河网模型及验证算例;第 5 章介绍了基于 Roe 格式的二维水流数学模型的构建及验证算例;第 6 章介绍了一维和二维耦合溃坝模型的构建及算例验证;第 7 章介绍了溃堤洪水数学模型构建、验证及应用;第 8 章介绍了建筑物密集城区溃堤水流的数值模拟方法及其应用。

本书的完成得到了很多专家学者的帮助,感谢导师 陈稚聪 教授、王兴奎教授带我进入计算水动力学的研究领域,感谢程晓陶教

授和黄金池教授在我博士后工作阶段给予的指导。感谢 Soares 博士和 Hubbard 博士提供了模型验证所需的部分数据。感谢中国水利水电科学研究院的领导和同事在工作和生活上的关心和帮助。

本书的出版承蒙中国水利水电科学研究院青年专项课题“基于 Godunov 格式的复杂河网水动力数学模型研究 (JZ0145B032014)”资助，在此诚表谢意。

作者

2014 年 10 月

目 录

前言

第1章 绪论	1
1.1 堤坝溃决洪水灾害	1
1.1.1 溃堤洪水灾害	1
1.1.2 溃坝洪水灾害	2
1.2 堤坝溃决水流的理论解研究	3
1.3 堤坝溃决水流的特点及数值模拟方法	4
1.3.1 堤坝溃决水流的特点	4
1.3.2 数值模拟的主要途径及方法	6
1.4 堤坝溃决水流数值模拟研究进展	10
1.4.1 溃口出流模型	10
1.4.2 溃决水流数值模拟	11
1.4.3 城区溃决水流数值模拟	13
1.4.4 一维、二维模型的耦合计算	14
第2章 溃口出流过程计算	15
2.1 引言	15
2.2 模型建立	15
2.2.1 泥沙连续方程	15
2.2.2 溃口流量计算公式	15
2.2.3 溃口泥沙冲刷率公式	16
2.3 溃口模型验证算例	17
2.3.1 物理溃坝模型试验	17
2.3.2 完全漫顶溃决出流过程计算	21
2.3.3 垭口漫顶溃决出流过程计算	23
2.4 本章小结	26

第 3 章 基于 HLL 格式的一维水流数值模拟	27
3.1 引言	27
3.2 模型建立	27
3.2.1 控制方程	27
3.2.2 数值离散方法	28
3.2.3 二阶数值重构	30
3.2.4 源项的处理	32
3.2.5 边界条件和干湿处理	32
3.2.6 模型稳定条件	33
3.3 一维模型验证算例	33
3.3.1 静水算例	33
3.3.2 Ritter 溃坝问题	34
3.3.3 明渠潮波算例	36
3.3.4 非规则河床上的潮波算例	37
3.3.5 明渠混合流算例	39
3.3.6 喉口混合流算例	42
3.3.7 水波相互作用算例	44
3.3.8 水波传播算例	47
3.3.9 三角形挡水建筑物溃坝算例	48
3.3.10 Malpasset 一维溃坝算例	51
3.3.11 鹅公颈水库溃坝算例	53
3.4 本章小结	57
第 4 章 基于 HLL 格式的河网数值模拟	58
4.1 引言	58
4.2 河网模型构建	58
4.3 河网模型验证算例	60
4.3.1 简易河网算例	60
4.3.2 树状河网算例	60
4.3.3 环状河网算例	62
4.3.4 复杂河网算例	64
4.4 本章小结	66
第 5 章 基于 Roe 格式的二维水流数值模拟	67
5.1 引言	67

5.2	控制方程	67
5.3	方程的非结构化网格离散	69
5.3.1	计算网格的选取	69
5.3.2	控制体的选取	72
5.3.3	有限体积离散	72
5.3.4	法向数值通量计算	73
5.4	源项的处理	75
5.4.1	复杂地形下的静水问题	75
5.4.2	底坡源项的离散	76
5.4.3	摩阻源项的处理	77
5.5	边界条件	78
5.5.1	急流开边界条件	78
5.5.2	缓流开边界条件	78
5.5.3	固壁边界条件	80
5.6	干湿边界处理技术	80
5.7	稳定条件及时间动步长技术	82
5.8	二维模型验证算例	82
5.8.1	非对称方形溃坝算例	82
5.8.2	超临界流倾斜水跃算例	84
5.8.3	二维对称矩形溃坝算例	86
5.8.4	非平底溃坝水流算例	86
5.8.5	混合流算例	89
5.8.6	三角堰溃坝水流算例	92
5.8.7	Toce 河物理模型溃坝试验	92
5.8.8	Malpasset 大坝天然溃坝算例	96
5.9	本章小结	101
第 6 章	一维、二维溃坝洪水耦合模型	102
6.1	引言	102
6.2	耦合数学模型的建立	103
6.3	耦合模型验证算例	104
6.3.1	弯道溃坝模型试验	104
6.3.2	断面突然扩大的溃坝模型试验	108
6.4	本章小结	112

第7章 溃堤洪水的数值模拟	113
7.1 引言	113
7.2 河道一维水动力模型	113
7.2.1 控制方程及其离散	113
7.2.2 Saint-Venant 方程组的 Newton-Raphson 迭代形式	114
7.2.3 特殊节点的处理	115
7.2.4 系统方程的装配和求解	116
7.3 溃堤模型的耦合及求解	117
7.3.1 模型耦合条件	117
7.3.2 模型求解过程	118
7.4 溃堤模型的验证	118
7.4.1 验证算例的计算条件	118
7.4.2 计算结果分析	119
7.4.3 验证算例的改进	121
7.5 溃堤模型的应用	122
7.5.1 松北分洪区分洪效果	122
7.5.2 胖头泡蓄滞洪区分洪效果	128
7.6 本章小结	132
第8章 建筑物密集城区溃堤水流数值模拟	134
8.1 引言	134
8.2 城区建筑物的处理方法	134
8.3 Toce 河城区洪水验证算例	134
8.4 哈尔滨市城区溃堤水流模拟	139
8.4.1 哈尔滨市水文概况	139
8.4.2 侵入水量的概念	142
8.4.3 哈尔滨市城区溃堤水流计算基础信息	143
8.4.4 计算结果分析	145
8.5 本章小结	150
参考文献	151

第 1 章 绪 论

水是人类生存和社会经济发展的必需资源，但是水的自然规律与人类对水的需求往往不一致，因此人们需要对水进行探索、研究、利用和控制。为了兴水利、除水害而修建了重要的水工建筑物——水库大坝和堤防工程。

1.1 堤坝溃决洪水灾害

1.1.1 溃堤洪水灾害

堤防是沿江河、湖泊、海洋的岸边或蓄滞洪区、水库库区的周边修建的防止洪水漫溢或风暴袭击的挡水建筑物，是防洪工程体系中的重要组成部分。世界各国都根据各自的自然、社会条件在重要的流域建设了堤防工程。堤防工程在防洪减灾中起到了非常重要的作用，大大减少了洪水带来的损失，防洪效益十分显著（刘仲桂，1996）。据美国陆军工程师兵团的分析，在 1993 年洪水期间，防洪工程共减少 191 亿美元的损失，其中依靠密苏里河的堤防工程减少损失 41 亿美元（陆德福，2000）。但是任何堤防工程都不可能是绝对安全的，自从人们建筑了堤防，堤防失事就成为洪水灾害暴发的一个重要因素和特征，绝大多数的洪水灾害都伴随有决口事件的发生。

历史上我国堤防溃决的记录是惊人的：1985 年，辽河、浑河、太子河同时出现洪水，决口 4000 多处，受灾人口 1200 多万人，直接经济损失 47 亿元；新中国成立前的 1000 年中黄河决口达 1500 次，大改道 26 次；1998 年九江大堤决口，使城区西部受淹，情况十分危急；1998 年，簕洲湾大堤中堡村魏家码头堤段溃决，造成了 40 余人死亡和数 10 亿元的经济损失；2010 年抚州市临川区抚河干流右岸唱凯堤溃决造成受灾乡镇 4 个、受灾村 41 个，被淹区平均水深 1~2m，4 个乡镇共计 15 万人，其中罗针镇、唱凯镇受灾最严重，整个被淹区人口 10 万人；2013 年黑龙江发生 1984 年以来最大洪水，8 月 16 日、22 日和 23 日，黑龙江干流二九〇农场堤段、萝北县柴宝段、同江市八叉乡堤段先后决口，据《中国水旱灾害公报 2013》（国家防汛抗旱总指挥部办公室、中华人民共和国水利部，2014）统计，黑龙江省有 126 县（市、区）916 乡（镇、场）受灾，受灾人口 541.59 万人，因灾死亡 7 人，农作物受灾面积

265.404 万 hm^2 ，倒塌房屋 7.4 万间，直接经济损失 327.47 亿元。图 1.1 为黑龙江干流溃口情形。

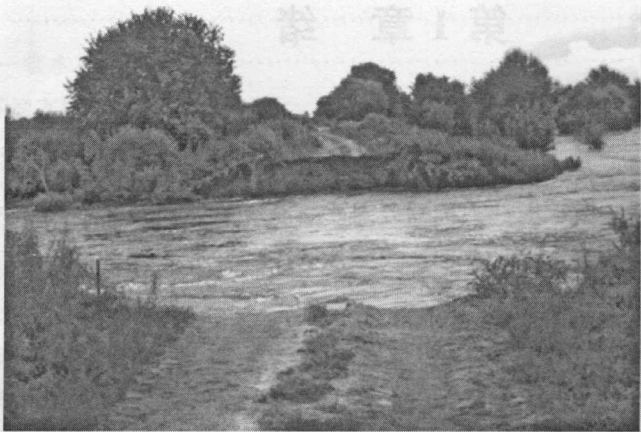


图 1.1 2013 年 8 月 16 日黑龙江干流二九〇农场堤段溃口
(引自《中国水旱灾害公报 2013》)

1.1.2 溃坝洪水灾害

建坝是为了控制调节洪水、水力发电、灌溉、供水和改造自然等。据我国第一次全国水利普查工作统计，我国现有水库大坝 9 万多座。另据中国大坝委员会统计（2005），截至 2005 年年底，全世界坝高超过 15m 的水库大坝有 5 万多座，其中我国坝高超过 15m 的有 2 万多座，坝高超过 30m 的也有 4860 座，具体的分布如图 1.2 所示。

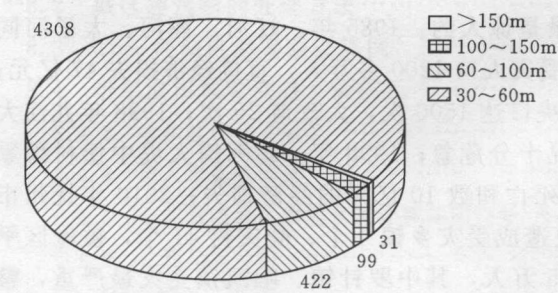


图 1.2 我国坝高 30m 以上的水库大坝数目分布

我国的大坝数量居世界首位，然而我国的溃坝率也居世界前列。据杜雷功等（2001）对 1954—2001 年的溃坝统计，我国大坝年溃坝率达到 8.76×10^{-4} 。据何晓燕等（2008）的统计分析表明，1954—2003 年的 50 年中，我国各类水库失事 3481

座，平均溃坝率为 8.18×10^{-4} 。根据 Singh（1996）的统计，美国年均溃坝率为 2.0×10^{-4} ，日本年均溃坝率为 0.4×10^{-4} ，世界年均溃坝率为 2.0×10^{-4} 。可以明显看出，我国大坝年均溃坝率远高于世界其他国家。20 世纪 80 年代

后,我国政府吸取了以前溃坝的经验教训加强了大坝安全管理工作,溃坝率有明显的下降,但仍有造成重大人员伤亡的垮坝事件发生,如1993年8月青海沟后水库垮坝,近300人丧生。大坝安全问题仍是当前水库建设和管理的核心问题。

所谓溃坝洪水是指水库大坝在蓄水状态下突然溃决而形成的向下游急速推进的巨大洪流,通常把因地震、滑坡或冰川堵塞河道引起的堰塞湖的突然溃决而引发的洪水也归入溃坝洪水。溃坝洪水属于一种低概率、高危害事件。溃坝的发生和溃坝洪水的形成通常历时短暂,往往难以准确预测。溃坝洪水波常以立波或涌波的形式向下游急速推进,所经之处河道水位瞬息剧涨,水流汹涌湍急,下游临近地区通常难以从容防护,使得其危害性要远大于一般的河道洪水。

历史上曾发生多起影响较大、损失严重的溃坝事件。1959年,法国 Malpasset 大坝溃决,溃决水流以极快的速度和十几米高的波浪沿河谷而下,所到之处,一些基础设施如铁路、公路和桥梁等均被冲毁,421人遇难,财产损失达300亿法郎;1975年8月,我国淮河发生大洪水,使河南省驻马店地区包括板桥、石漫滩两座大型水库在内的数十座水库漫顶垮坝,造成1050万人受灾,超过2.6万人死亡,经济损失近百亿元,成为世界最大的水库垮坝惨剧(邢华,2006);1976年,美国 Teton 坝溃决,造成下游2.5万人受灾,14人死亡,经济损失4亿美元;1991年,美国 Centralia 市东部地区的一个条带状混凝土供水水库突然溃决,13250m³水沿着一条比较窄的河道冲入市区,造成严重灾害;1998年4月25日,西班牙 Seville 地区的一个尾矿坝溃决,导致400万~500万 m³的含锌有毒废水流入 Agrio 河。

正是由于溃坝洪水的巨大危害性,早在100多年前溃坝波在下游的演进理论就已经受到研究者的关注。但是由于溃坝问题的复杂性,使得该问题一直是工程界的热点和难点问题。

1.2 堤坝溃决水流的理论解研究

正是由于堤坝溃决洪水的巨大危害性,世界上很多国家对堤坝溃决洪水都有比较系统的研究。早期的研究是以分析溃坝水流运动的理论解为主。

对于一维溃坝问题,瞬间全溃引起的不稳定流动可视为一维流动,如果假定为静水压力和小底坡,则可用 Saint-Venant 方程组来描述(谢任之,1989)。Saint-Venant 方程组自1871年由法国科学家 Saint-Venant 提出后,许多学者对其理论解析解进行过研究。

Ritter (1892) 得出了在无摩擦矩形河道里的溃坝水流的数值解析解。进

入 20 世纪,特别是第二次世界大战之后,溃坝水流求解技术迅速发展。这是由于在这个时期,各个国家为了发展经济,建设了一大批水库,水库溃决后究竟会带来多大的危害一直是工程界非常关心的一个问题,因此大大促进了溃坝水流数值求解方法的发展。Dressler (1952) 在 Ritter 研究的基础上得到了有摩擦矩形河道溃坝水流的解析解,并且在 1958 年又推广到有斜坡的河道;Stoker (1957) 把溃坝连续波和不连续波结合起来研究得到了溃坝波的 Stoker 解;Chen 和 Ambruster (1980) 研究了考虑摩阻力作用时有限长水库的溃坝问题;林秉南等 (1980) 应用特征线理论和 Riemann 方法获得了有限长棱柱体水库的溃坝波对称解。

谢任之 (1982) 用抛物线概化河谷断面,去掉对下游水深和流速的控制条件,推出了“统一公式”,并给出了便于查用的表格;伍超等 (1988) 从溃坝决口形状的任意性出发,定义了断面形态组合参数,提出了组合参数的分析方法,定义了溃坝特征数,反映了真实发生的复杂的溃坝决口的水力特性;谭振宏 (1992) 分析了平底水库溃坝波的特征;谢任之 (1995) 对平底无阻力解进行了简化和延伸化扩展,研究了无限水体的平底有阻力河床瞬间全溃的一阶和二阶近似解,并提出了有限水体的平底有阻力的渐进解。

以上这些研究结论都是基于对初边值条件相当简化的基础上得出的,其结果对理解溃坝洪水波演进的机理有很大的意义,但与实际问题的处理还有相当的差距。自然界中的堤坝溃决水流运动一般都具有复杂的地形边界条件以及水力边界条件,因此简单地依靠堤坝溃决水流的理论解析解很难解决具体的生产实际问题,而数值求解技术的发展可以很好地弥补这方面的不足。

1.3 堤坝溃决水流的特点及数值模拟方法

随着计算机技术及数值计算技术的进步,堤坝溃决水流的数值模拟技术得以迅速发展。目前堤坝溃决水流数学模型已成为洪水风险分析的重要工具,长期以来一直受到国内外学者的关注。如美国的 DAMBREAK 模型、荷兰的 DELFT3D 模型,均可对堤坝溃决水流进行模拟,丹麦的 DHI 也对堤坝溃决洪水问题进行了研究。近年来,随着计算机技术和空气动力学的飞速发展,很多比较新的计算方法被应用到堤坝溃决水流模拟中来,并成为水流数值计算领域的热点问题。

1.3.1 堤坝溃决水流的特点

堤坝溃决是突发的洪水灾害,下泄洪水向下游演进,具有陡峭间断的锋面,运动强度较大,造成下游水位的陡涨,上游因水库、河道水体的突然下

泄, 水位迅速下降, 逆行波向上游传播, 口门区域的流动具有较大的水头落差, 在次临界流和超临界流间转换, 属于非恒定含间断的自由表面流动。溃坝水流的流态分布如图 1.3 所示。



图 1.3 溃坝水流的流态分布 (Morris 等, 2007)

堤坝溃决水流一般同时兼有急流和缓流、涌波和稀疏波等流态, 其洪水形态与一般的河道洪水相比, 有以下特点 (谭维炎, 1998; Aureli 等, 2000)。

(1) 洪峰流量大, 水位高, 紊乱漫滩的二维效应 (斜激波、不规则水面), 除了纵向水流外, 横向扩散也很明显, 因此除较窄的峡谷区外, 一般按照二维问题处理。

(2) 自然条件下的地形极不规则, 容易形成流态过渡, 急流、缓流、临界流常常同时发生, 另外洪水流动过程中还常伴有涌波和水跃。

(3) 在洪水演进过程中, 水面梯度较大, 特别是在口门附近常常存在着间断。

(4) 堤坝溃决洪水一般都是在干床上演进, 这给数值计算造成很大的难度, 计算时动边界处理不当极易产生非物理振荡, 造成计算失稳。

由于堤坝溃决水流的上述特点, 通用的求解浅水方程组的差分方法常遭失败, 其原因在于所用的格式通常不能同时满足虚假振荡的抑制和足够高的精度, 不是过分耗散就是数值振荡。例如, Preissmann 四点格式, 在不做修正的情况下不能模拟跨临界流 (Meselhe 等, 1997), Preissmann 四点格式被用于 FLDWAV 模型和 CHARIMA 模型, 在 FLDWAV 模型中使用了 LPI (local partial inertia) 方法来使得 Preissmann 四点格式在计算跨临界流时保持稳定, 但它在动量方程中当 Froude 数接近 1 时忽略了对流项, 在流动的非恒定性较弱时, LPI 方法可以较精确地求解峰值流动, 但在非恒定性很强时可能会引起很大的误差 (Fread 等, 1998)。二维河道水流模拟的经典计算格式 ADI

在应用到堤坝溃决水流模拟时会出现数值振荡现象,为了消除数值振荡需要在控制方程中添加人工黏性项(Liang等,2006)。因此,在构建堤坝溃决水流洪水演进的格式时应具有如下要求:①不产生虚假的物理振荡现象,能够保持计算的稳定性;②能够精确地捕捉到水面间断现象,具有较高分辨率;③当时空步长趋向于无穷小时,数值解收敛于物理解。

1.3.2 数值模拟的主要途径及方法

1.3.2.1 主要途径

堤坝溃决水流的特殊性主要是指其所对应的物理流场中存在间断,该性质使得数值研究溃坝水流具有特定的困难,多数算法常常失效。正确模拟堤坝溃决水流这类强间断或大梯度流动的现象,主要有两种途径(Toro,2000;谭维炎,1998):激波拟合法(shock-fitting method)和激波捕捉法(shock-capturing method)。在20世纪80年代以前,由于计算机条件的限制,大多采用激波拟合法模拟间断水面;80年代后,计算机技术的迅速发展为激波捕捉法模拟间断提供了条件。

激波拟合法的基本思想就是把间断看成是内部非连续的边界面,利用间断两侧的水力要素,在间断点直接引用代数形式的间断关系,拟合一个能根据此条件衔接两侧流动的间断,而在间断外的光滑区可以使用适合连续流的计算方法。该类方法精度较高,能够准确模拟间断位置和间断传播速度,主要缺点是计算太过复杂,编制程序非常不便,要不断追踪运动间断,同时该方法还要求所求的流体运动的流场结构已知,这在大多数情况下是困难的,因为流场事先未知。

激波捕捉法的基本出发点是采用计算方法所固有的数值耗散效应自动捕捉间断。若使用与守恒律微分方程组相容的守恒型差分格式,则所得数值解在间断两侧自动满足间断条件,因而不论解中是否存在间断,可以不加区别地统一进行计算,不必进行激波拟合的特殊处理。该类方法简单通用,容易实现,缺点是对间断位置与传播速度等间断关系的计算是近似的,与拟合法的优缺点恰好相反。

值得注意的是,对非守恒型的浅水方程使用激波捕捉法可能会导致某些错误(Toro,2000),如有些方法会在间断面附近产生非物理的伪振荡,不能反映数值解的真实情况(Liang等,2006)。Hou和Lefloch(1994)在理论上对错误的原因进行了探讨。他们指出,在计算间断时如果使用非守恒格式,格式即使收敛,也不是收敛到原方程的物理解。因此,为了正确利用激波捕捉法求解间断,应该使用守恒变量、守恒方程的形式和守恒型数值解法。

目前,自适应捕捉间断的数值解法主要有以下两种。

一种是把间断看成梯度很大的连续性特殊情况,这一方法的实现,可以在求解的微分方程组中人为地引进一定黏性作用的扩散项以平滑间断解,称为人工黏性法;或者在对微分方程进行离散时,有些格式本身就带有类似黏性的项,如 Lax-Wendroff 格式和 Lax-Friedrichs 格式,也可以使间断有一个光滑的过渡,称为格式黏性法,不过,该方法一阶精度格式会把间断的过渡区拉得过宽。

另一种是采用求解 Riemann 解的思想来完成 (Godunov, 1959)。Riemann 思想的引入给数值间断解的模拟注入了新的活力,它不仅适用于光滑的古典解,更可以适应各种具有大梯度、大变形解的情况,该方法已经成为大梯度水面计算的主流方法之一。

1.3.2.2 主要方法

浅水动力学计算方法,按离散基本原理可以分为特征线法 (MOC)、有限差分法 (FDM)、有限元法 (FEM)、有限体积法 (FVM)。前 3 种方法在很多缓流问题的计算中取得了很大的成功,但不完全适合求解堤坝溃决水流等强间断的流动。有限体积法相当于守恒方程的直接离散,对由一个或多个控制体组成的任意区域,以至整个计算区域,都严格满足物理守恒律,不存在守恒误差,并且能正确计算间断。下面分别介绍这 4 种方法在计算间断方面的特点。

1. 特征线法 (MOC)

20 世纪 50 年代初,林秉南提出一维水流计算的特征线法,迄今为止仍在不断改进。特征线法是求解双曲型偏微分方程的最精确的数值解法,其基本思想在于对一阶拟线性双曲型偏微分方程利用二维空间的特征理论,可导出两族特征曲面和相应的特征关系式,对特征关系式进行离散求解可得到变量的数值解 (Hunt, 1983; 张家驹, 1966)。

特征线法物理概念明确,数学分析严谨,计算精度较高,对于堤坝溃决水流这样不连续的现象,它的特征关系仍然存在,因此仍可以用特征线法求解,不过在间断处该方法不能直接计算间断,在间断点需采用激波拟合法使两侧衔接起来 (韦春霞等, 2003; 陈景秋等, 2004)。在数值求解时,采用差分法离散特征方程会带来守恒误差,当水流状态沿程变化较大时,非齐次项计算较繁,可能带来较大误差。

2. 有限差分法 (FDM)

有限差分法自 20 世纪 50 年代首次应用于模拟河道水流以来,至今仍是水动力学计算中应用最为广泛的方法 (金旦华等, 1965; 胡四一等, 1991)。差分法相当于点近似,是以泰勒级数展开为工具,对水流运动微分方程中的导数项用差分式来逼近,从而在每一个计算时段可以得到一个差分方程组。如果差

分方程组可独立求解, 则称为显格式, 如果需联立求解, 则称为隐格式。

目前工程上常用的差分方法有求解一维 Saint-Venant 方程组的 Preissmann 格式和求解二维浅水方程的交替方向隐 (ADI) 格式, 前已叙述, 由于这些算法都是基于连续性的数值逼近的思想, 因此模拟强间断水面时均遭到失败。有些差分格式, 由于本身带有平滑间断的项, 所以可以计算间断水面, 如 Lax-Friedrichs 格式、Lax-Wendroff 格式等, 但该类格式由于所含耗散太强, 容易使得数值解过分光滑, 使得间断在很宽的范围内被展平。MacCormack 格式出现后, 由于其耗散低、捕获激波能力强, 并且具有二阶精度, 因而很快取代了 Lax-Wendroff 格式, 但是其不足之处是在激波附近数值解中有振荡现象产生, 因此需要引入人工耗散项 (汪迎春, 2001)。

为了正确处理间断问题, 很多差分格式采用了 Riemann 问题的思想。该类方法比较典型的是 Godunov 方法 (Godunov, 1959)。Godunov 较好地考虑了物理流动特性, 利用 Riemann 问题的精确解来计算网格边上的物理量, 然而, 这一方法在间断附近的解不够好且只有一阶精度, 而且计算效率较低, Godunov 同时证明了高于一阶精度的差分格式会在间断附近产生非物理的伪振荡。为了克服这一矛盾, Harten (1983a) 基于微分守恒律首先证明了计算格式具有 TVD (total variation diminishing) 性质的充分条件并且具体构造了修正通量的高分辨率 TVD 格式, 该格式能够很好地抑制数值振荡, 体现了良好的激波捕捉能力, 其不足之处是在极值点上只有一阶精度。Harten 等 (1986) 提出了本质无振荡格式 (essentially non-oscillatory, 简称 ENO 格式); Liu 等 (1994) 提出了 Weighted ENO 格式 (简称 WENO 格式)。这些都是更高阶的高分辨率差分方法, 都可以较好地模拟间断。

采用 Riemann 问题思想的高分辨率差分方法可以很好地模拟间断形状, 基本上解决了高阶精度差分格式在间断附近的非物理振荡问题, 是数值求解的优良方法之一。但是, 由于该类方法一般用于矩形网格或正交曲线网格, 因此对于复杂边界的适应方面存在着不足。

3. 有限元法 (FEM)

有限元法从 20 世纪 70 年代开始应用于计算水力学中, 该方法相当于体近似, 其原理是分单元对解逼近, 使微分方程空间积分的加权残差极小化。有限元法在数学上适于求解椭圆型方程组的边值问题, 不适用于求解以对流为主的输运问题, 同时有限元法缺乏足够耗散, 捕捉锐利波形比较困难, 不适用于计算间断。

针对普通有限元方法不能计算间断的特点, 发展了间断有限元方法 (discontinuous FEM)。特别是 20 世纪 90 年代以来, 出现了计算间断能力较好的 Runge-Kutta 间断 Galerkin 方法 (Cockburn 等, 1990, 1998; Schwanenberg