

材料力学基本训练

**CAILIAO LIXUE
JIBEN XUNLIAN (B册)**

编著 © 古 滨 沈火明 田云德



Wuhan University Press
武汉大学出版社

姓名

序号

学号

材料力学基本训练

(B 分册)

古 滨 沈火明 田云德 编 著



Wuhan University Press
武汉大学出版社

5

图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学基本训练/古滨, 沈火明, 田云德编著. —武汉: 武汉大学出版社, 2014.7
ISBN 978-7-307-13874-2

I. 材… II. ①古… ②沈… ③田… III. 材料力学—高等学校—习题集 IV. TB301-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 167668 号

责任编辑: 袁 侠 责任校对: 杨 芸 版式设计: 三山科普

出版发行: 武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)
(电子邮件: cbs22@whu.edu.cn 网址: www.wdp.com.cn)

印刷: 四川森林印务有限责任公司

开本: 787×1092 1/16 印张: 13 字数: 320 千字

版次: 2014 年 7 月第 1 版 印次: 2014 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-307-13874-2 总定价: 28.00 元 (共 2 册)

版权所有, 不得翻印: 凡购我社的图书, 如有质量问题, 请与当地图书销售部门联系调换。

B 分册目录

第 3 章 扭转	(1)
第 4 章 平面图形的几何性质	(12)
第 6 章 弯曲应力	(21)
第 8 章 应力状态与强度理论	(32)
第 10 章 压杆稳定	(53)
☆第 12 章 动载荷与交变应力	(67)
《材料力学基本训练》参考答案	(83)
参考文献	(95)

第3章 扭 转

[本章重点]

本章的重点是圆轴扭转时的强度条件和刚度条件的应用。一般先作出扭矩图,判断危险截面,然后进行强度和刚度的校核、截面设计或载荷估计,注意强度条件和刚度条件的并用。

[本章难点]

扭转超静定问题,关键是找出变形协调关系。

[本章考点]

圆轴扭转常作为基本内容来考察,包括:以基本概念为主,即纯剪切、切应力互等定理、剪切胡克定律;圆轴扭转时切应力分布规律、扭转破坏现象及其原因分析,多学时还可能涉及矩形截面杆扭转时应力分布规律、最大切应力所在点等;计算题涉及扭转外力偶矩的计算、圆轴扭转时的应力和变形、实心圆轴和空心圆轴的强度和刚度计算等。扭转问题在后续的弯扭组合变形章节中还会涉及。

[本章习题分类与解题要点]

本章计算题大致包含以下五类:

- (1) 圆轴扭转外力偶矩的换算。已知外力和力臂,计算外力偶矩;已知圆轴传递功率和转速,求外力偶矩。
- (2) 计算圆轴扭转时的内力扭矩和绘制扭矩图。内力的计算可采用截面法或直接法,注意相应的正负号规定。由扭矩图寻找构件的危险截面。
- (3) 圆轴扭转时的横截面上应力计算和变形计算,并解决圆轴的强度问题和刚度问题。要求熟记实心轴横截面和空心轴横截面的 I_p 和 W_p 计算公式,特别要注意空心圆轴横截面上切应力的分布规律。
- (4) ※扭转超静定问题。其基本思路与拉压超静定相同(三步曲),应综合考虑静力平衡、变形几何关系和物理关系三个方面。
- (5) ☆其他非圆截面杆的扭转计算问题。这部分一般只对多学时

有定性了解的要求。

【3-1类】选择题(一)

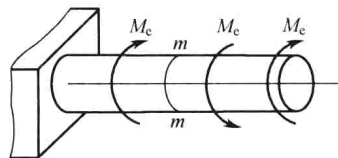
(1) 一受扭圆轴如图所示。其截面 $m-m$ 上的扭矩 $T=$ _____。

【A】 $M_c + M_c = 2M_c$;

【B】 $2M_c - M_c = M_c$;

【C】 $M_c - M_c = 0$;

【D】 $-2M_c + M_c = -M_c$ 。



(2) 电动机传动轴截面上扭矩与传动轴的_____成正比。

【A】 传递功率 P ;

【B】 转速 n ;

【C】 直径 D ;

【D】 切变模量 G 。

(3) 根据圆轴扭转的平面假设,可以认为圆轴扭转时其横截面形状尺寸_____。

【A】 不变,直径仍为直线; 【B】 改变,直径仍为直线;

【C】 不变,直径不为直线; 【D】 改变,直径不为直线。

(4) 推导圆轴扭转应力公式 $\tau_\rho = \frac{T\rho}{I_p}$ 时,没有涉及关系式_____。

【A】 $T = \int_A \tau_\rho dA$;

【B】 $\tau_\rho = G\gamma_\rho$;

【C】 $I_p = \int_A \rho^2 dA$;

【D】 $\tau_{\max} = \frac{T}{W_t}$ 。

(5) 扭转应力 $\tau_\rho = \frac{T\rho}{I_p}$ 适用于_____杆件。

【A】 任意截面形状;

【B】 任意实心截面形状;

【C】 任意材料的圆截面;

【D】 线弹性材料的圆截面。

(6) 直径为 D 的实心圆轴,两端受扭转力偶矩作用,轴内最大切应力为 τ ,若轴的直径改为 $D/2$,则轴内的最大切应力变为_____。

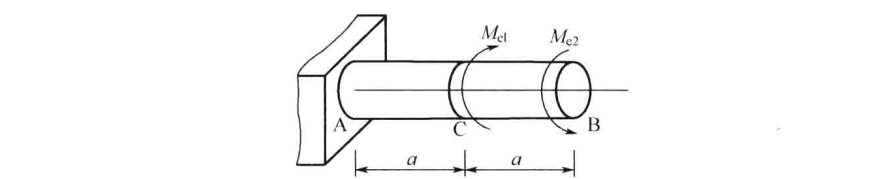
【注】:书中凡标“※”为相对于少、中学时有一定难度的基本部分或专题部分内容;书中凡标“☆”属专题部分内容,主要供多、中学时选用。

【A】 2τ ;
【C】 8τ ;
(7) 一根空心轴的内、外径别为 d 、 D , 当 $D=2d$ 时。其抗扭截面系数 W_t 为_____。

【A】 $\frac{7}{16}\pi d^3$;
【C】 $\frac{15}{32}\pi d^4$;
(8) 当实心圆轴的直径增加 1 倍时, 其抗扭强度、抗扭刚度分别增加到原来的_____倍。

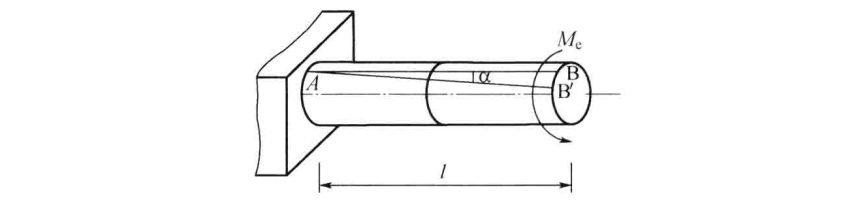
【A】 8 和 16;
【C】 8 和 8;
(9) 一内外径之比 $d/D=0.8$ 的空心圆轴, 若外径 D 固定不变, 壁厚增加 1 倍, 则该轴的抗扭强度和抗扭刚度分别提高_____。

【A】 不到 1 倍, 1 倍以上;
【C】 1 倍以上, 1 倍以上;
(10) 图示等直圆轴, 若截面 B 、 A 的相对扭转角 $\varphi_{AB}=0$, 则外力偶 M_{e1} 和 M_{e2} 的关系为_____。



(11) 图示圆轴的半径 R 、长度为 l , 材料的剪切弹性模量为 G 。若受扭后圆轴表面纵向线 AB 的倾斜角为 α , 则在线弹性小变形条件下轴内的最大扭转切应力 $\tau_{\max}$ 和单位长度扭转角 θ 为_____。

【A】 $\tau_{\max} = G\alpha$, $\theta = \alpha/l$;
【B】 $\tau_{\max} = G\alpha l/R$, $\theta = \alpha/l$;
【C】 $\tau_{\max} = G\alpha$, $\theta = \alpha/R$;
【D】 $\tau_{\max} = G\alpha l/R$, $\theta = \alpha/R$ 。



(12) 当圆轴横截面上的切应力超过剪切比例极限 τ_p 时, 扭转切应力公式 $\tau_\rho = \frac{T\rho}{I_p}$ 和扭转角公式 $\varphi = \frac{Tl}{GI_p}$ _____。

【A】 前者适用, 后者不适用;
【B】 前者不适用, 后者适用;
【C】 两者都适用;
【D】 两者都不适用。

(13) 扭转角为 φ , 单位长度扭转角为 $\theta = \frac{d\varphi}{dx}$, 则表示扭转变形程度的量为_____。

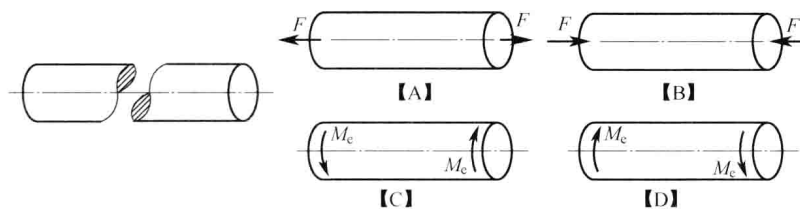
【A】 是 φ , 不是 θ ;
【B】 是 θ , 不是 φ ;
【C】 是 φ 和 θ ;
【D】 φ 和 θ 都不是。

(14) 在扭转刚度条件 $\theta = \frac{T_{\max}}{GI_p} \leq [\theta]$ 中, $[\theta]$ 的单位应当是_____。

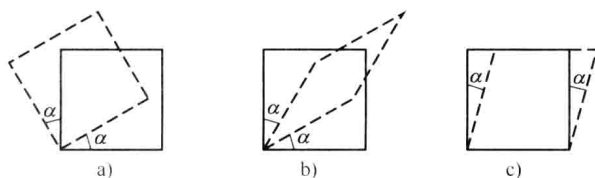
【A】 ($^\circ$);
【C】 ($^\circ$)/m;
【B】 rad;
【D】 rad/m。

(15) 铸铁圆棒在外力作用下, 发生图示的破坏形式, 其破坏前的

受力状态如图 _____ 所示。



(16) 如图 a、b、c 所示三个单元体, 虚线表示其受力的变形情况, 则单元体的剪应变 γ_a 、 γ_b 、 γ_c 应当是 _____。



【A】 $\gamma_a = 2\alpha$; $\gamma_b = -2\alpha$; $\gamma_c = \alpha$;

【B】 $\gamma_a = 0$; $\gamma_b = -2\alpha$; $\gamma_c = -\alpha$;

【C】 $\gamma_a = 0$; $\gamma_b = 2\alpha$; $\gamma_c = \alpha$;

【D】 $\gamma_a = \alpha$; $\gamma_b = 2\alpha$; $\gamma_c = \alpha$ 。

※【3-1 类】选择题 (二)

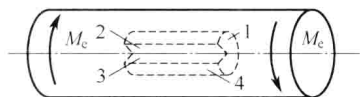
(1) 从受扭圆轴内截取图中虚线所示形状部分, 则该部分上 _____ 无切应力。

【A】横截面 1;

【B】纵截面 2;

【C】纵截面 3;

【D】圆柱面 4。



(2) 两端受扭转力偶矩作用的实心圆轴, 其不发生屈服的最大许可载荷为 M_c , 若将其横截面面积增加 1 倍, 则最大许可载荷应当为 _____。

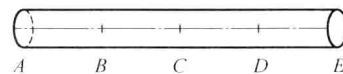
【A】 $\sqrt{2}M_c$;

【B】 $2M_c$;

【C】 $2\sqrt{2}M_c$;

【D】 $4M_c$ 。

(3) 一根等直的传动轴上, 主动轮分别在 B、D 截面, 从动轮分别在 A、C、E 截面。设主动轮 B、D 上的输入功率相等, 从动轮 A、C、E 上的输出功率也相等, 只考虑扭转的条件下, 则危险截面的位置 _____。



【A】仅 AB 区段;

【B】BC 区段;

【C】CD 区段;

【D】AB 区段和 DE 区段。

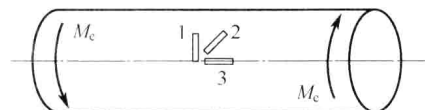
(4) 受扭圆轴上贴有三个应变片, 如图所示。实测时 _____ 应变片的读数几乎为零。

【A】1 和 2;

【B】2 和 3;

【C】1 和 3;

【D】1、2 和 3。



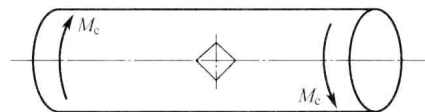
(5) 在圆轴的表面上画上一个图示的微小正方形, 受扭时该正方形 _____。

【A】保持为正方形;

【B】变为矩形;

【C】变为菱形;

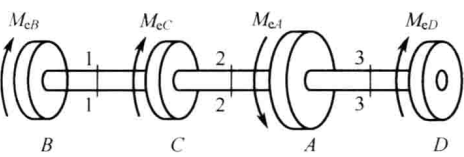
【D】变为平行四边形。



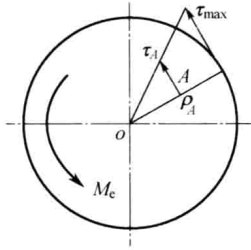
【3-2 类】计算题 (外力偶矩的换算、求扭矩、绘制扭矩图)

传动轴转速 $n = 300 \text{ r/min}$ [或: _____], 主动轮 A 输入功率 $P_A = 60 \text{ kW}$, 三

个从动轮 B 、 C 、 D 输出功率分别为 $P_B = 10\text{kW}$ ， $P_C = 20\text{kW}$ ， $P_D = 30\text{kW}$ 。试求各指定截面上的内力扭矩，并绘该轴的扭矩图。



【3-3 类】计算题（应力计算、强度计算和求变形、刚度计算）
[3-3-1] 圆轴截面直径 $d = 50\text{mm}$ ，如图所示，两端受 $M_e = 1\text{kN}\cdot\text{m}$ 的外力偶矩的作用，材料的切变模量 $G = 80\text{GPa}$ 。
试求：（1）横截面上半径 $\rho_A = d/4$ [或：] A 点处的切应力和切应变。
（2）该截面上最大切应力和该轴的单位长度扭转角。

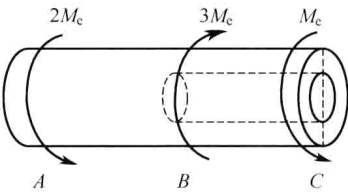


[3-3-2] 圆轴的直径 $d = 50\text{mm}$ ，转速为 $n = 120\text{r/min}$ 。若该轴横截面上的最大切应力等于 $\tau_{\max} = 60\text{MPa}$ [或: _____]，试问所传递的功率 P 为多少?

[3-3-3] 一空心圆轴的外径 $D = 90\text{mm}$ ，内径 $d = 60\text{mm}$ [或: _____]，试计算该轴的抗扭截面系数 W_t 。若在横截面面积不变的情况下，改用实心圆轴，试比较两者的抗扭截面系数。

[3-3-4] 空心钢轴的外径 $D=100\text{mm}$ ，内径 $d=50\text{mm}$ 。已知该轴上间距为 $l=2.7\text{m}$ 的两横截面的相对扭转角 $\varphi=1.8^\circ$ [或: _____]，材料的切变模量 $G=80\text{GPa}$ 。试求：(1) 轴内的最大切应力。(2) 当轴以 $n=80\text{r/min}$ 的转速旋转时，轴所传递的功率。

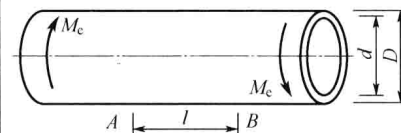
[3-3-5] 如图所示外径 $D=200\text{mm}$ 的圆轴，其中 AB 段为实心， BC 段为空心，且内径 $d=50\text{mm}$ ，已知材料许用切应力为 $[\tau]=50\text{MPa}$ [或: _____]，求 M_e 的许可值。



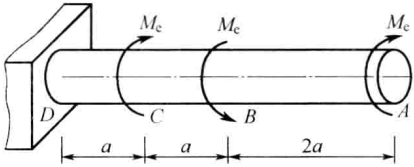
[3-3-6] 已知空心圆轴的外径 $D = 76\text{mm}$ ，壁厚 $\delta = 2.5\text{mm}$ ，承受外力偶矩 $M_e = 2\text{kN} \cdot \text{m}$ 作用，材料的许用切应力 $[\tau] = 100\text{MPa}$ ，切变模量 $G = 80\text{GPa}$ ，许可单位扭转角 $[\theta] = 2(^{\circ})/\text{m}$ [或：_____]。

试：(1) 校核此轴的强度和刚度。(2) 如改用实心圆轴，且使强度和刚度保持不变，试设计轴的直径。

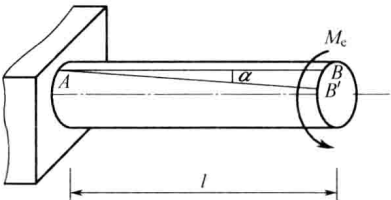
[3-3-7] 如图所示，一外径 $D = 50\text{mm}$ 、内径 $d = 30\text{mm}$ 的空心钢轴，在扭转力偶矩 $M_e = 1600\text{N} \cdot \text{m}$ 的作用下，测得相距 $l = 200\text{mm}$ 的 A、B 两截面间的相对转角 $\varphi = 0.4^{\circ}$ [或：_____]，已知钢的弹性模量 $E = 210\text{GPa}$ 。试求材料泊松比 μ 。



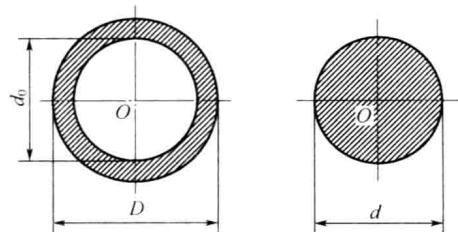
[3-3-8] 图示一等直圆杆, 已知 $d = 40\text{mm}$, $a = 400\text{mm}$, $G = 80\text{GPa}$, $\varphi_{BD} = 1^\circ$ [或:]。试求: (1) 最大切应力。(2) 截面 A 相对于截面 C 的扭转角 φ_{AC} 。



[3-3-9] 直径 $d = 50\text{mm}$ 、杆长 $l = 6\text{m}$ 的等直圆杆, 在自由端承受一外力偶矩 $M_e = 1.2\text{kN} \cdot \text{m}$ 时, 而在圆杆表面上的 B 点移动到了 B' 点, 如图所示。已知 $\Delta s = BB' = 6.3\text{mm}$ [或:], 材料的弹性模量 $E = 200\text{GPa}$ 。试求钢材的切变模量 G 和泊松比 μ 。



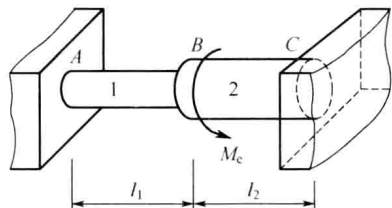
※[3-3-10] 长度相等的两根受扭圆轴, 一为空心圆轴, 一为实心圆轴, 两者材料相同, 受力情况也一样。实心圆轴直径为 d ; 空心圆轴外径为 D , 内径为 d_0 , 且 $d_0/D = 0.8$ [或: _____]。试求当空心圆轴与实心圆轴的最大切应力均达到材料的许用切应力 ($\tau_{\max} = [\tau]$), 扭矩 T 相等时的重量比和刚度比。



※[3-3-11] 有一壁厚为 $\delta = 25\text{mm}$ [或: _____]、内径为 $d = 250\text{mm}$ 的空心薄壁圆管, 其长度为 $l = 1\text{m}$, 作用在轴两端面内的外力偶矩为 $M_e = 180\text{kN} \cdot \text{m}$ 。试确定管中的最大切应力, 并求管内的应变能。已知材料的切变模量 $G = 80\text{GPa}$ 。

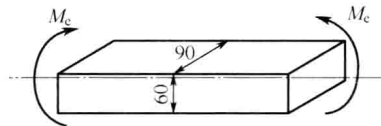
※【3-4 类】计算题 (扭转超静定问题)

如图所示阶梯形圆形组合实心轴, A 、 C 两端固定, B 端面处作用外力偶矩 $M_e = 900\text{N} \cdot \text{m}$ [或: _____], 相应段的长度、直径、切变模量分别为: $l_1 = 1.2\text{m}$, $l_2 = 1.5\text{m}$, $d_1 = 25\text{mm}$, $d_2 = 37.5\text{mm}$, $G_1 = 80\text{GPa}$, $G_2 = 40\text{GPa}$ 。试求该组合实心轴中的最大切应力。

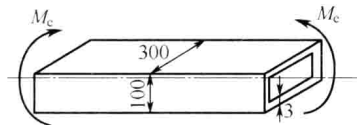


☆【3-5 类】计算题 (非圆截面杆扭转)

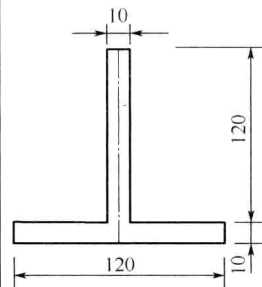
[3-5-1] 图示矩形截面杆受 $M_e = 3\text{kN} \cdot \text{m}$ [或: _____] 的一对外力偶作用, 材料的切变模量 $G = 80\text{GPa}$ 。求: (1) 杆内最大切应力的大小、位置和方向。(2) 横截面短边中点的切应力。(3) 单位长度扭转角。



[3-5-2] 图示一等厚闭口薄壁杆, 两端受扭转力偶作用, 杆的最大切应力为 60MPa [或:]。求: (1) 其扭转力偶矩 M_e 。(2) 若在杆上沿素线切开一条缝 AB , 试问开口后扭转力偶矩是多少?



[3-5-3] 图示一个 T 形薄壁截面杆, 长 $L = 2\text{m}$, 在两端受扭转力偶作用, 杆的扭矩为 $T = 0.2\text{kN} \cdot \text{m}$, 材料的切变模量 $G = 8 \times 10^4\text{MPa}$ 。求此杆在自由扭转时的最大切应力及扭转角。



第 4 章 平面图形的几何性质

[本章重点]

本章只是将本课程中所涉及的各类平面图形的几何性质进行集中定义和重新归类。

(1) 重点是快捷地计算简单图形、组合图形的几何性质。

(2) 在计算组合图形几何性质时, 一般会涉及平行移轴公式。

(3) 掌握主惯性轴、主惯性矩、形心主惯性轴、形心主惯性矩的定义及计算, 以及杆件横截面的形心主惯性轴、形心主惯性矩和杆件横截面的形心主惯性轴与杆件轴线所确定的形心主惯性平面。

[本章难点]

难点为转轴公式, 确定一般图形形心主惯性轴, 计算形心主惯性矩。

[本章考点]

平面图形几何性质是强度、刚度和稳定性分析的必备知识。

(1) 可以是考察基本概念或是单独计算图形几何性质。

(2) 可在计算题中(如弯曲强度)计算图形的几何性质。

为此应当熟练掌握简单图形(矩形、圆形等)和由简单图形组成的组合图形(如“I”“T”“U”形等)的几何性质的求解, 尤其是应用平行移轴公式确定图形形心以及静矩、形心主惯性矩等。

[本章习题分类与解题要点]

本章计算题大致分为两类:

(1) 确定组合图形的形心位置、一次矩的计算。注意在图中要标明坐标轴, 并正确应用负面积法。

(2) 二次矩的计算。可以是简单图形惯性矩、极惯性矩或惯性积的计算; 也可能是组合图形惯性矩、惯性积的计算。在确定了形心之后, 确定形心主惯性轴, 通过平行移轴, 确定各部分对形心主惯性轴的

惯性矩, 最终确定图形的形心主惯性矩。

【4-1 类】选择题 (一)

(1) 关于平面图形的结论中, _____ 是错误的。

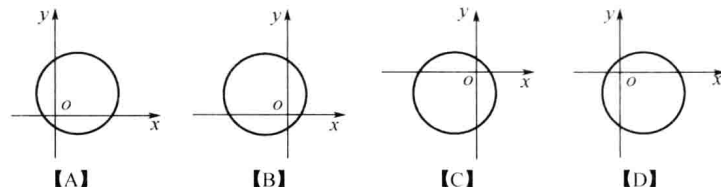
【A】图形对称轴必定通过形心;

【B】图形两个对称轴的交点必为形心;

【C】图形对其对称轴的静矩为零;

【D】使静矩为零的轴必为对称轴。

(2) 各圆半径相等, 在图 _____ 所示的坐标系中, 圆的 S_x 为正, S_y 为负。



(3) 在平面图形的几何性质中, _____ 的值可正, 可负, 也可为零。

【A】静矩和惯性矩;

【B】极惯性矩和惯性矩;

【C】惯性矩和惯性积;

【D】静矩和惯性积。

(4) 若截面图形有对称轴, 则图形对其对称轴的 _____。

【A】静矩为零, 惯性矩不为零;

【B】静矩不为零, 惯性矩为零;

【C】静矩和惯性矩均为零;

【D】静矩和惯性矩均不为零。

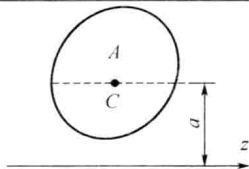
(5) 图示任意图形的面积为 A , 形心 C 到 z 轴的距离为 a , 设其对 z 轴的静矩为 S_z , 惯性矩为 I_z , 则 _____。

【A】 $S_z = Aa, I_z = Aa^2$;

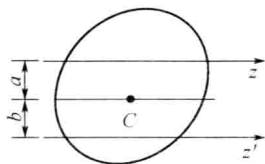
【B】 $S_z \neq Aa, I_z = Aa^2$;

【C】 $S_z = Aa, I_z \neq Aa^2$;

【D】 $S_z \neq Aa, I_z \neq Aa^2$ 。



(6) 任意形状图形及其坐标轴如图所示, 其中 z 轴平行于 z' 轴. 若已知图形的面积为 A , 对 z 轴的惯性矩为 I_z , 则该图形对 z' 轴的惯性矩 $I_{z'} =$ _____。



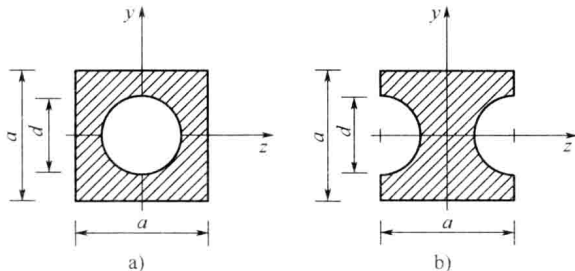
- 【A】 $I_z + (a^2 + b^2)A$; 【B】 $I_z + (a^2 - b^2)A$;
 【C】 $I_z - (a^2 + b^2)A$; 【D】 $I_z - (a^2 - b^2)A$ 。

(7) 在平面图形对通过某点的所有轴的惯性矩中, 图形对主惯性轴的惯性矩一定_____。

- 【A】最大; 【B】最小;
 【C】最大或最小; 【D】为零。

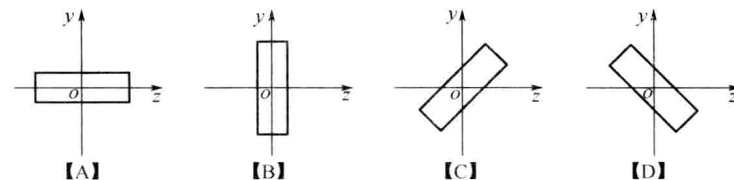
※【4-1 类】选择题 (二)

(1) 下列两图形对各自形心轴 y 、 z 轴的轴惯性矩之间的关系为_____。



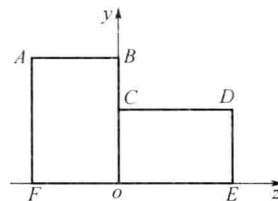
- 【A】 $(I_y)_a > (I_y)_b$, $(I_z)_a > (I_z)_b$;
 【B】 $(I_y)_a = (I_y)_b$, $(I_z)_a > (I_z)_b$;
 【C】 $(I_y)_a < (I_y)_b$, $(I_z)_a < (I_z)_b$;
 【D】 $(I_y)_a = (I_y)_b$, $(I_z)_a < (I_z)_b$ 。

(2) 图示矩形图形, 在图_____所示的坐标系中, 其 $I_{yz} > 0$ 。



(3) 设图示 $ABoF$ 和 $CDEo$ 两个矩形的面积相等, 则它们对 y 、 z 轴惯性积 I_{yz} 的_____。

- 【A】数值相等, 正负不同;
 【B】数值不等, 正负不同;
 【C】数值相等, 正负相同;
 【D】数值不等, 正负相同。



(4) 任意图形, 若对某一对正交坐标轴的惯性积为零, 则这一对坐标轴一定是该图形的_____。

- 【A】形心轴; 【B】主惯性轴;
 【C】形心主惯性轴; 【D】对称轴。

(5) 图示任意形状截面, 若 y 、 z 轴为一对形心主惯性轴, 则