◎金星教育系列丛书　全心全意解疑解难◎

总主编/薛金星

中学教材全解

ZHONGXUE JIAOCAI QUANJIE

工具版

自学教程+备考资料

高中数学

必修4

配套人民教育出版社实验教科书

A

陕西出版传媒集团　陕西人民教育出版社

◎金星教育系列丛书　全心全意解疑解难◎

中学教材全解

工具版

自学教程+备考资料

高中数学必修4

配套人民教育出版社实验教科书

总主编　薛金星

本册主编　王　磊

副主编　孟庆超

编　委　张　丽　高长青

A版

陕西出版传媒集团　陕西人民教育出版社

联系我们

CONTACT US

金星国际教育集团热诚欢迎广大读者来信、来电、上网与我们交流沟通，为确保交流顺畅，特设交流平台如下：

Jinxing International Education Group

全国服务热线：(010) 61743009　61767818

通 信 地 址：北京市天通苑邮局6503信箱 电商营销中心（收）

邮政编码：102218

集 团 网 站：http://www.jxedue.net

淘　知　网：http://www.taozhi.cn　http://www.firstedubook.com

金星天猫专营店：http://esysjjxts.tmall.com

盗版举报电话：(010) 61767818　13718362467

售后服务邮箱：book@jxedue.net

投 稿 邮 箱：jinxingjiaoyu@163.com

质量监督热线：(0536) 2223237 王老师

高中数学. 4：必修 / 薛金星主编.

，2012.5

学数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ. ①G634

2012）第097374号

中学教材全解·高中数学必修4（人教实验A版）

陕西出版传媒集团
陕西人民教育出版社 出版发行

（陕西省西安市丈八五路58号）

各地书店经销　北京泽宇印刷有限公司

890×1240毫米　32开本　11印张　360千字

2012年5月第6版　2013年7月第6次修订　2013年7月第7次印刷

ISBN 978-7-5450-1559-1

定价：27.80元

出版前言

《中学教材全解》系列丛书根据教育部审定的最新教材编写，我们衷心希望《中学教材全解》伴随您度过中学阶段的美好时光，帮您迈向一直向往的理想学府。这套丛书与其他同类书相比具有以下几个鲜明特色：

全

首先是知识覆盖全面。体现了"一册在手，学习内容全有"的编写思想。其次是信息量大。涵盖了中学文化课教学全部课程和教与学的全部过程，内容丰富，题量充足。再次是适用对象全面。丛书着眼于面向所有中学生，内容由浅入深，由易到难，学生多学精练，学习效果显著。

细

首先是对教材讲解细致入微。以语文学科为例，小到字的读音、词的辨析，大到阅读训练和作文训练，都在书中有所体现。其次是典型例题详细讲析。既有解题过程，又有思路点拨。再次是解题方法细。一题多解，多题一法，变通训练，总结规律。

新

首先是教材新。本丛书以最新课程标准为依据，以现行高中最新教材为蓝本编写。其次是体例新。紧扣教材设题解题，释疑解难，课后自测，迁移延伸，逐步深入。再次是题型、材料新。丛书中选用的题型、材料都是按高考要求精心设计、挑选的。

透

首先是对考纲研究得透。居高临下把握教材，立足于教材，又不拘泥于教材。其次是对学生知识储备研究得透。学习目标科学可行，注重知识"点"与"面"的结合、"教"与"学"的联系。再次是对问题讲解得透。一题多问，一题多解，培养发散思维和创新思维能力。

精

首先是教材内容讲解得精。真正做到围绕重点，突破难点，引发思考，启迪思维。根据考点要求，精讲精析，使学生举一反三，触类旁通。其次是问题设置精。注重典型性，避免随意性，注重迁移性，避免孤立性，实现由知识到能力的过渡。

以上五个特点，使本丛书具备了自学教程和资料备查的功能，满足了学生自学、教师备课和家长辅导的需求，成为教材同步学习的权威工具书。

目录

CONTENTS

目录

CONTENTS

知识·考点·方法·专题 阅读索引

YUEDUSUOYIN

第一章 三角函数

1.1 任意角和弧度制

1.2 任意角的三角函数

1.3 三角函数的诱导公式

第一章

SANJIAO HANSHU

三角函数

本章综合解说

BENZHANG ZONGHE JIESHUO

学习目标

1. 了解任意角的概念和弧度制，能进行弧度与角度的互化.

2. 借助单位圆理解任意角的三角函数（正弦、余弦、正切）的定义.

3. 借助单位圆中的三角函数线推导出诱导公式$\left(\frac{\pi}{2}\pm\alpha,\pi\pm\alpha\right.$的正弦、余弦、正切$\left.\right)$，能画出$y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$的图象，了解三角函数的周期性.

4. 借助图象理解正弦函数、余弦函数在$[0,2\pi]$，正切函数在$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$上的性质（如单调性、最大和最小值、图象与$x$轴的交点等）.

5. 理解同角三角函数的基本关系式：

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$，$\frac{\sin x}{\cos x}=\tan x$.

6. 结合具体实例，了解$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的实际意义；能借助计算器或计算机画出$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象，观察参数$A,\omega,\varphi$对函数图象变化的影响.

7. 会用三角函数解决一些简单的实际问题，体会三角函数是描述周期变化现象的重要函数模型.

内容提要

本章的主要内容是任意角、弧度制、任意角的三角函数以及三角函数的图象和性质. 通过旋转将角的概念推广到任意角，探讨了角的另一种度量制度——弧度制. 在此基础上研究了任意角的三角函数、同角三角函数的基本关系、诱导公式、三角函数的图象和性质，最后研究了三角函数的应用.

第一章

SANJIAO HANSHU

三角函数

本章综合解说

BENZHANG ZONGHE JIESHUO

三角函数是基本初等函数，它是描述周期现象的重要数学模型，在数学和其他领域中都具有重要的作用.

本章的重点是：任意角三角函数的定义，同角三角函数的基本关系式，诱导公式，正弦、余弦、正切函数的图象与性质，函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象与正弦函数图象的关系；难点是：弧度制的概念，函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象变换，综合运用公式进行求值、化简和证明.

学法指导

1. 加强几何直观的学习和应用，三角函数的概念、公式的推导及性质的研究都需紧密结合单位圆、三角函数线.

2. 弧度制实现了角与实数的转化，养成用弧度制表示角的大小的习惯.

3. 在化简、求值、求角以及证明时，注意公式的变形应用（弦切互化、三角代换、消元、变量代换等），同时勿忘讨论角的范围.

4. 对诱导公式的理解，要抓住角的终边的对称性.

5. 注意函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象的变换特征（如左加右减只针对自变量）.

1.1　任意角和弧度制

1.1.1　任意角

导航罗盘 学习目标导航 指引方向

1. 了解任意角的概念.
2. 掌握象限角及终边相同的角的概念及其表示.

纵横捭阖 相关知识链接 温故知新

初中时我们已经学过锐角、直角、钝角、平角、周角等几种特殊角，并且也知道角可以看成是有公共端点的两条射线所组成的图形，也可以看成是一个平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形.

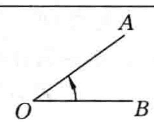
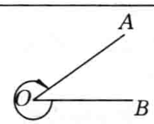
在实际生活中，我们经常还会遇到角的旋转是带有方向的. 例如，钟表的时针、分针、秒针，它们都是按顺时针方向旋转的，而且每隔一定的时间它们有的就重合在一起. 这说明虽然旋转的角度不一样，但它们的终边有时却相同.

名师解析 教材内容全解 精准透彻

要点一 任意角的概念[重点]

在平面内，一条射线绕它的端点旋转有两个相反的方向：顺时针方向和逆时针方向.

按照角的旋转方向，可以将角分成三类：

名称	定义	图形
正角	按逆时针方向旋转形成的角	
负角	按顺时针方向旋转形成的角	
零角	一条射线没有作任何旋转形成的角	

如图1-1-1,一条射线的端点是O,它从起始位置OA按逆时针方向旋转到终止位置OB,形成了一个角α,点O是角α的顶点,射线OA是角α的始边,射线OB是角α的终边.

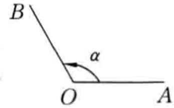


图1-1-1

当射线绕其端点按照逆时针方向或按照顺时针方向旋转时,旋转的绝对量可以是任意的.在画图时,常用带箭头的弧来表示旋转的方向和旋转的绝对量.

角的概念经过以上的推广之后,就应该包括正角、负角、零角,也就是可以形成任意大小的角.

提示 (1)为了简单起见,在不引起混淆的前提下,"角α"或"$\angle\alpha$"可以简记为"α".
(2)要正确理解正角、负角、零角的概念,既要注意旋转量,又要注意旋转方向.
(3)表示角时应注意箭头的方向不可丢掉,因为箭头的方向代表角的正负.

要点二 直角坐标系中的几类角[难点]

1. 象限角

将角放在直角坐标系中,使角的顶点与原点重合,角的始边与x轴非负半轴重合.随着终边的旋转,角的大小在变化着.根据终边的位置特征,终边在第几象限,便称此角为第几象限角.如果角的顶点不与坐标原点重合,或者角的始边不与x轴非负半轴重合,则不能判断角在哪一个象限,也就是说它不能称作象限角.

拓展 (1)锐角是第一象限角,可以表示为$\{\theta|0^\circ<\theta<90^\circ\}$.
(2)第一象限角不一定是锐角,如410°的角.
(3)小于90°的角可能是零角或负角,可以表示为$\{\theta|\theta<90^\circ\}$,故它不一定是锐角.

2. 轴线角(象限界角)

仅有象限角还不足以表示所有的角,如90°角不属于任何一个象限,即终边在坐标轴上的角我们还没有给它命名.如果角的终边在坐标轴上,就认为这个角不属于任何一个象限,我们常将这样的角称为轴线角,又称象限界角.

3. 终边相同的角

将角放在直角坐标系中,给定一个角,就有唯一的一条边与之对应.反之,对于直角坐标系内任意一条射线OB,以它为终边的角并不唯一.若α,β角终边相同,则它们的关系为将α角的终边旋转(逆时针或顺时针)$k(k\in\mathbf{Z})$周即得β角.α,β的数量关系用集合表示为$\{\beta|\beta=k\cdot360^\circ+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$,即$\alpha,\beta$大小相差$360^\circ$的整数倍.

一般地,我们有:

所有与角α终边相同的角,连同角α在内,可构成一个集合:

$$S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}.$$

即任一与角α终边相同的角都可以表示成角α与整数个周角的和.

提示 (1)α为任意角.
(2)$k\cdot360^\circ$与α之间是"+",$k\cdot360^\circ-\alpha$可理解为$k\cdot360^\circ+(-\alpha)$.
(3)相等的角终边一定相同,终边相同的角不一定相等.终边相同的角有无数个,它们

相差 360°的整数倍，终边不同则表示的角一定不同.

(4)$k\in\mathbf{Z}$ 这一条件不能少，当然“k”也可用 m，n 等字母替代.

(5)注意：①要表示终边在某一位置的角，可以先表示出终边在该位置的 0°～360°的一个角，然后再加上 $k\cdot360^\circ(k\in\mathbf{Z})$.

②在 0°～360°内找与已知角终边相同的角 α，其方法是用所给角除以 360°，所得的商数为 k，余数为 α(α 为正数)，α 即为所找的角.

例　判断下列各组角是否为终边相同的角，若是，是第几象限角？

(1)60°,420°,−300°；　　(2)120°,480°,−240°；

(3)210°,570°,−150°；　　(4)300°,660°,−60°.

解：(1)∵ 420°=60°+360°，−300°=60°−360°，

∴ 60°,420°,−300°是终边相同的角，是第一象限角；

(2)∵ 480°=120°+360°，−240°=120°−360°，

∴ 120°,480°,−240°是终边相同的角，是第二象限角；

(3)∵ 570°=210°+360°，−150°=210°−360°，

∴ 210°,570°,−150°是终边相同的角，是第三象限角；

(4)∵ 300°=−60°+360°，660°=−60°+720°，

∴ 300°,660°,−60°是终边相同的角，是第四象限角.

要点三　象限角与轴线角的集合表示

1. 象限角的集合表示

象限角	集合表示	示例
第一象限角	$\{x\mid k\cdot360^\circ<x<k\cdot360^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$	如 30°,60°
第二象限角	$\{x\mid k\cdot360^\circ+90^\circ<x<k\cdot360^\circ+180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$	如 120°,150°
第三象限角	$\{x\mid k\cdot360^\circ+180^\circ<x<k\cdot360^\circ+270^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$	如 200°,260°
第四象限角	$\{x\mid k\cdot360^\circ+270^\circ<x<k\cdot360^\circ+360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$	如 280°,330°

2. 轴线角(象限界角)的集合表示

角的终边位置	集合表示	示例
x 轴的非负半轴上	$\{x\mid x=k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$	如 360°
x 轴的非正半轴上	$\{x\mid x=k\cdot360^\circ+180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$	如 540°
x 轴上	$\{x\mid x=k\cdot180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$	如 180°,360°
y 轴的非负半轴上	$\{x\mid x=k\cdot360^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$	如 450°
y 轴的非正半轴上	$\{x\mid x=k\cdot360^\circ+270^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$	如 270°
y 轴上	$\{x\mid x=k\cdot180^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$	如 270°,450°
坐标轴上	$\{x\mid x=k\cdot90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$	如 90°,180°

提示 象限角与轴线角的表示形式并不唯一，比如：终边落在y轴的非正半轴上，角的集合还可表示为$\{x|x=k\cdot 360°-90°,k\in \mathbf{Z}\}$.

教材问题探究

透视教材 深化探究

【自主学习】

1. 教材第2页“思考”

提示：(1)因为分针每分钟按顺时针方向旋转$\frac{360°}{60}=6°$，故只需将分针顺时针旋转30°就可以将它校准；

(2)只需将分针逆时针旋转450°就可以校准.

2. 教材第3页“探究”

提示：(1)以它为终边的角不唯一，如328°，−32°，−392°角的终边就是同一条射线.

(2)若角α,β终边相同，则它们的关系为：

将角α终边旋转(逆时针或顺时针)$k(k\in \mathbf{Z})$周即得角β. α,β的数量关系用集合表示为$\{\beta|\beta=k\cdot 360°+\alpha,k\in \mathbf{Z}\}$，即$\alpha,\beta$的大小相差360°的整数$k$倍.

【探究学习】

1. 角的“周期现象”

一个角每旋转一周(顺时针或逆时针)，终边就又回到了原来的位置，终边相同的角周而复始地出现，这正是三角函数具有周期性的本质原因，也是解决某些问题的关键，而且这种周期现象在现实生活中有着广泛的应用.

例如：今天是星期一，则100天后的那一天是星期几？

由于星期几也具有周期性，因而可类比角的问题来解决，即$100=7\times 14+2$，则100天后的那一天是星期三.

2. 已知角α所在象限时，$\frac{\alpha}{n}$($n\in \mathbf{N}^*$且$n\geqslant 2$)所在象限的确定方法

已知角α_i是第i象限($i=1,2,3,4$)，要确定$\frac{\alpha_i}{n}$($n\in \mathbf{N}^*$且$n\geqslant 2$)所在象限的常用方法有两个：一是分类讨论法；二是几何法.

例1 已知α是第一象限角，求$\frac{\alpha}{2},\frac{\alpha}{3},\frac{\alpha}{4}$所在的象限.

解法一：分类讨论法：

因为α为第一象限角，所以$k\cdot 360°<\alpha<k\cdot 360°+90°,k\in \mathbf{Z}$，则

(1)$k\cdot 180°<\frac{\alpha}{2}<k\cdot 180°+45°,k\in \mathbf{Z}$.

当$k=2n(n\in \mathbf{Z})$时，$\frac{\alpha}{2}$在第一象限；当$k=2n+1(n\in \mathbf{Z})$时，$\frac{\alpha}{2}$在第三象限.

(2)$k\cdot 120°<\frac{\alpha}{3}<k\cdot 120°+30°,k\in \mathbf{Z}$.