

丛书主编 / 王后雄



考点

同步解读

高中数学 3（必修）

本册主编 / 田祥高

考点分类精讲 方法视窗导引

Kaodian

Tongbu Jiedu

误区盲点预警 题型优化测训

紧扣课标，直击高考，突破难点，解析疑点，化整为零，各个击破，
点线面全方位建构“同步考点”攻略平台。

由“母题”发散“子题”，理顺“一个题”与“多个题”的关系，
寻找“一类题”在思维方法和解题技巧上的“共性”，通吃“千张纸，
万道题”，实现知识“内化”，促成能力“迁移”。

丛书主编/王后雄



Kao dian
Tongbu Jiedu

考点

同步解读

高中数学③(必修)

本册主编 / 田祥高

随书赠送 5 套试卷

新出图证(鄂)字 10 号

图书在版编目(CIP)数据

考点同步解读 高中数学 3(必修) 丛书主编:王后雄 本册主编:田祥高

—武汉:华中师范大学出版社, 2011.1 (2011.5 重印)

ISBN 978-7-5622-4730-2

I. 考… II. ①王… III. 数学课-高中-教学参考资料

IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 250876 号

考点同步解读 高中数学 3(必修)

丛书主编:王后雄

本册主编:田祥高

责任编辑:涂 庆

责任校对:易 雯

封面设计:甘 英

选题设计:华大鸿图编辑室 (027—67867361)

出版发行:华中师范大学出版社 ©

社址:湖北省武汉市珞喻路 152 号

销售电话:027—67867076 027—67867371 027—67865356

传真:027—67865347

邮购:027—67861321

网址:<http://www.ccnupress.com>

电子信箱:hscbs@public.wh.hb.cn

印刷:湖北恒泰印务有限公司

督印:章光琼

字数:270 千字

开本:889mm×1194mm 1/16

印张:10.75

版次:2011 年 1 月第 1 版

印次:2011 年 5 月第 2 次印刷

定价:21.80 元

欢迎上网查询、购书

敬告读者:为维护著作人的合法权益,并保障读者的切身利益,本书封面采用压纹制作,压有“华中师范大学出版社”字样及社标,请鉴别真伪。若发现盗版书,请打举报电话 027—67861321。

《考点同步解读》使用图解

考点解读

呈现新课标内容要素,锁定不同版本教材要求,指明学习和考试的具体考点及目标。

学法导引

注重学法点拨和考试方法的指导,揭示学习的重点和难点,探讨考试命题的规律。

考点精讲

考点分类,核心总结,重点难点各个击破,典例创新导引,首创分类解析导解模式。

变式跟踪

案例学习迁移,母题多向发散,预测高考可考变式题型,层层剖析,深入变式训练。

超级链接

最佳导学模式,学案式名师点津。难点突破、防错档案、规律清单革新传统学习模式。

第一章 算法初步

1.1 算法与程序框图

1.1.1 算法的概念

学法导引

考点解读

学法导引

1. (★★★★★) 初步了解算法的概念,体会算法的思想,了解算法的确定性、可行性、有限性和输出性等特点。(2010·全国高考题)

2. (★★★★) 逐步体验用算法思想表达解决问题的步骤,能用自然语言写出简单问题的算法过程。(2010·

1. 学习本讲内容时,应遵循人类认识事物的一般规律:由具体到抽象,再由抽象到具体。

2. 对算法的理解,重在理解算法的思想、规则和特征。

考点分类精讲

考点 1 算法的概念

核心总结

算法(algorithm)一词出现于12世纪,指的是用阿拉伯数字进行算术运算的过程。在数学中,算法通常是指按照一定规则解决某一类问题的明确和有限的步骤,例如,运用消元法解二元一次方程组,求两个正整数的最大公约数等问题的过程就是一个算法。

现在,算法通常可以编成计算机程序,让计算机执行并解决问题。

● 考题 1 在给定4000以内的质数表的条件下,设计算法,将936分解成质因数的乘积。

【解析】(1)查表判断936是否为质数;

①如果936是质数,则分解结束;

②如果936不是质数,则进行第二步。

(2)确定936的最小质因数:2,936=2×468。

(3)查表判断468是否为质数;

①如果468是质数,则分解结束;

②如果468不是质数,则重复上述步骤,确定468的最小质因数。

重复进行上述步骤,直到找出936的所有质因数。

算法步骤如下:

第一步,判断936是否为质数;否。

第二步,判断936是否为质数;否。

第三步,判断936是否为质数;否。

第四步,判断936是否为质数;否。

第五步,判断936是否为质数;否。

第六步,判断936是否为质数;否。

第七步,判断936是否为质数;否。

第八步,判断936是否为质数;否。

第九步,判断936是否为质数;否。

第十步,判断936是否为质数;否。

第十一步,判断936是否为质数;否。

第十二步,判断936是否为质数;否。

第十三步,判断936是否为质数;否。

第十四步,判断936是否为质数;否。

第十五步,判断936是否为质数;否。

第十六步,判断936是否为质数;否。

第十七步,判断936是否为质数;否。

第十八步,判断936是否为质数;否。

第十九步,判断936是否为质数;否。

第二十步,判断936是否为质数;否。

第二十一步,判断936是否为质数;否。

第二十二步,判断936是否为质数;否。

第二十三步,判断936是否为质数;否。

第二十四步,判断936是否为质数;否。

第二十五步,判断936是否为质数;否。

第二十六步,判断936是否为质数;否。

第二十七步,判断936是否为质数;否。

第二十八步,判断936是否为质数;否。

第二十九步,判断936是否为质数;否。

第三十步,判断936是否为质数;否。

第三十一步,判断936是否为质数;否。

第三十二步,判断936是否为质数;否。

第三十三步,判断936是否为质数;否。

第三十四步,判断936是否为质数;否。

第三十五步,判断936是否为质数;否。

第三十六步,判断936是否为质数;否。

第三十七步,判断936是否为质数;否。

第三十八步,判断936是否为质数;否。

第三十九步,判断936是否为质数;否。

第四十步,判断936是否为质数;否。

第四十一步,判断936是否为质数;否。

第四十二步,判断936是否为质数;否。

第四十三步,判断936是否为质数;否。

第四十四步,判断936是否为质数;否。

第四十五步,判断936是否为质数;否。

第四十六步,判断936是否为质数;否。

第四十七步,判断936是否为质数;否。

第四十八步,判断936是否为质数;否。

第四十九步,判断936是否为质数;否。

第五十步,判断936是否为质数;否。

第五十一步,判断936是否为质数;否。

第五十二步,判断936是否为质数;否。

第五十三步,判断936是否为质数;否。

第五十四步,判断936是否为质数;否。

第五十五步,判断936是否为质数;否。

第五十六步,判断936是否为质数;否。

第五十七步,判断936是否为质数;否。

第五十八步,判断936是否为质数;否。

第五十九步,判断936是否为质数;否。

第六十步,判断936是否为质数;否。

第六十一步,判断936是否为质数;否。

第六十二步,判断936是否为质数;否。

第六十三步,判断936是否为质数;否。

第六十四步,判断936是否为质数;否。

第六十五步,判断936是否为质数;否。

第六十六步,判断936是否为质数;否。

第六十七步,判断936是否为质数;否。

第六十八步,判断936是否为质数;否。

第六十九步,判断936是否为质数;否。

第七十步,判断936是否为质数;否。

第七十一步,判断936是否为质数;否。

第七十二步,判断936是否为质数;否。

第七十三步,判断936是否为质数;否。

第七十四步,判断936是否为质数;否。

第七十五步,判断936是否为质数;否。

第七十六步,判断936是否为质数;否。

第七十七步,判断936是否为质数;否。

第七十八步,判断936是否为质数;否。

第七十九步,判断936是否为质数;否。

第八十步,判断936是否为质数;否。

第八十一步,判断936是否为质数;否。

第八十二步,判断936是否为质数;否。

第八十三步,判断936是否为质数;否。

第八十四步,判断936是否为质数;否。

第八十五步,判断936是否为质数;否。

第八十六步,判断936是否为质数;否。

第八十七步,判断936是否为质数;否。

第八十八步,判断936是否为质数;否。

第八十九步,判断936是否为质数;否。

第九十步,判断936是否为质数;否。

第九十一步,判断936是否为质数;否。

第九十二步,判断936是否为质数;否。

第九十三步,判断936是否为质数;否。

第九十四步,判断936是否为质数;否。

第九十五步,判断936是否为质数;否。

第九十六步,判断936是否为质数;否。

第九十七步,判断936是否为质数;否。

第九十八步,判断936是否为质数;否。

第九十九步,判断936是否为质数;否。

第一百步,判断936是否为质数;否。

第一百一步,判断936是否为质数;否。

第一百二步,判断936是否为质数;否。

第一百三步,判断936是否为质数;否。

第一百四步,判断936是否为质数;否。

第一百五步,判断936是否为质数;否。

第一百六步,判断936是否为质数;否。

第一百七步,判断936是否为质数;否。

第一百八步,判断936是否为质数;否。

第一百九步,判断936是否为质数;否。

第一百十步,判断936是否为质数;否。

第一百十一步,判断936是否为质数;否。

第一百十二步,判断936是否为质数;否。

第一百十三步,判断936是否为质数;否。

第一百十四步,判断936是否为质数;否。

第一百十五步,判断936是否为质数;否。

第一百十六步,判断936是否为质数;否。

第一百十七步,判断936是否为质数;否。

第一百十八步,判断936是否为质数;否。

第一百十九步,判断936是否为质数;否。

第一百二十步,判断936是否为质数;否。

第一百二十一步,判断936是否为质数;否。

第一百二十二步,判断936是否为质数;否。

第一百二十三步,判断936是否为质数;否。

第一百二十四步,判断936是否为质数;否。

第一百二十五步,判断936是否为质数;否。

第一百二十六步,判断936是否为质数;否。

第一百二十七步,判断936是否为质数;否。

第一百二十八步,判断936是否为质数;否。

第一百二十九步,判断936是否为质数;否。

第一百三十步,判断936是否为质数;否。

第一百三十一步,判断936是否为质数;否。

第一百三十二步,判断936是否为质数;否。

第一百三十三步,判断936是否为质数;否。

第一百三十四步,判断936是否为质数;否。

第一百三十五步,判断936是否为质数;否。

第一百三十六步,判断936是否为质数;否。

第一百三十七步,判断936是否为质数;否。

第一百三十八步,判断936是否为质数;否。

第一百三十九步,判断936是否为质数;否。

第一百四十步,判断936是否为质数;否。

第一百四十一步,判断936是否为质数;否。

第一百四十二步,判断936是否为质数;否。

第一百四十三步,判断936是否为质数;否。

第一百四十四步,判断936是否为质数;否。

第一百四十五步,判断936是否为质数;否。

第一百四十六步,判断936是否为质数;否。

第一百四十七步,判断936是否为质数;否。

第一百四十八步,判断936是否为质数;否。

第一百四十九步,判断936是否为质数;否。

第一百五十步,判断936是否为质数;否。

第一百五十一步,判断936是否为质数;否。

第一百五十二步,判断936是否为质数;否。

第一百五十三步,判断936是否为质数;否。

第一百五十四步,判断936是否为质数;否。

第一百五十五步,判断936是否为质数;否。

第一百五十六步,判断936是否为质数;否。

第一百五十七步,判断936是否为质数;否。

第一百五十八步,判断936是否为质数;否。

第一百五十九步,判断936是否为质数;否。

第一百六十步,判断936是否为质数;否。

第一百六十一步,判断936是否为质数;否。

第一百六十二步,判断936是否为质数;否。

第一百六十三步,判断936是否为质数;否。

第一百六十四步,判断936是否为质数;否。

第一百六十五步,判断936是否为质数;否。

第一百六十六步,判断936是否为质数;否。

第一百六十七步,判断936是否为质数;否。

第一百六十八步,判断936是否为质数;否。

第一百六十九步,判断936是否为质数;否。

第一百七十步,判断936是否为质数;否。

第一百七十一步,判断936是否为质数;否。

第一百七十二步,判断936是否为质数;否。

第一百七十三步,判断936是否为质数;否。

第一百七十四步,判断936是否为质数;否。

第一百七十五步,判断936是否为质数;否。

第一百七十六步,判断936是否为质数;否。

第一百七十七步,判断936是否为质数;否。

第一百七十八步,判断936是否为质数;否。

第一百七十九步,判断936是否为质数;否。

第一百八十步,判断936是否为质数;否。

第一百八十一步,判断936是否为质数;否。

第一百八十二步,判断936是否为质数;否。

第一百八十三步,判断936是否为质数;否。

第一百八十四步,判断936是否为质数;否。

第一百八十五步,判断936是否为质数;否。

第一百八十六步,判断936是否为质数;否。

第一百八十七步,判断936是否为质数;否。

第一百八十八步,判断936是否为质数;否。

第一百八十九步,判断936是否为质数;否。

第一百九十步,判断936是否为质数;否。

第一百九十一步,判断936是否为质数;否。

第一百九十二步,判断936是否为质数;否。

第一百九十三步,判断936是否为质数;否。

第一百九十四步,判断936是否为质数;否。

第一百九十五步,判断936是否为质数;否。

第一百九十六步,判断936是否为质数;否。

第一百九十七步,判断936是否为质数;否。

第一百九十八步,判断936是否为质数;否。

第一百九十九步,判断936是否为质数;否。

第二百步,判断936是否为质数;否。

第二百一步,判断936是否为质数;否。

第二百二步,判断936是否为质数;否。

第二百三步,判断936是否为质数;否。

第二百四步,判断936是否为质数;否。

考点同步解读 高中数学3(必修)

编 委 会

丛书主编:王后雄

本册主编:田祥高

编 者:王艳艳

雷 虹

彭晓斌

肖 燕

廖建勋

江 婷

林 丽

苏 敏

祁国柱

汪芙英

魏 兰

宋春雨

黄浩胜

田 军

刘 毅

刘丽洁

黄祥华

刘杰峰

目 录

CONTENTS

第一章 算法初步

1.1 算法与程序框图

1.1.1 算法的概念

考点 1 算法的概念/1

考点 2 算法的特点/2

考点 3 算法的设计/4

1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构

考点 1 程序框图/8

考点 2 顺序结构/9

考点 3 条件结构/10

考点 4 变量与赋值/11

考点 5 循环结构/13

考点 6 三种逻辑结构的综合应用/14

1.2 基本算法语句

考点 1 输入语句、输出语句和赋值语句/20

考点 2 条件语句/22

考点 3 循环语句/25

1.3 算法案例

考点 1 链转相除法与更相减损术/31

考点 2 秦九韶算法/33

考点 3 进位制/34

第二章 统计

2.1 随机抽样

2.1.1 简单随机抽样

考点 1 统计的有关概念及统计的基本思想/37

考点 2 简单随机抽样/39

考点 3 抽签法(抓阄法)/39

考点 4 随机数表法/40

2.1.2 系统抽样和分层抽样

考点 1 系统抽样/43

考点 2 分层抽样/46

考点 3 三种抽样方法的综合问题/47

2.2 用样本估计总体

2.2.1 用样本的频率分布估计总体分布

考点 1 频率分布表/53

考点 2 频率分布直方图/55

考点 3 茎叶图/57

2.2.2 用样本的数字特征估计总体的数字特征

考点 1 众数、中位数、平均数/65

考点 2 方差与标准差/67

考点 3 总体数字特征的实际应用/70

2.3 变量间的相关关系

考点 1 变量间的相关关系/77

考点 2 线性回归方程/79

考点 3 线性回归方程的实际应用/81

第三章 概 率

3.1 随机事件的概率

3.1.1 随机事件的概率

3.1.2 概率的意义

考点 1 随机事件/86

考点 2 随机事件的概率/87

考点 3 概率的意义/88

考点 4 似然法与极大似然法/89

3.1.3 概率的基本性质

考点 1 事件的关系与运算/92

考点 2 概率的加法公式/94

考点 3 概率的减法公式/95

3.2 古典概型

考点 1 基本事件与基本事件空间/98

考点 2 古典概型/99

考点 3 古典概型的概率公式/100

考点 4 整数值随机数/102

考点 5 古典概型的综合问题/105

3.3 几何概型

考点 1 几何概型/109

考点 2 几何概型的概率计算公式/110

考点 3 几何概型的实际应用/110

考点 4 均匀随机数/113

考点 5 随机模拟的应用/114

参考答案与提示

第一章 算法初步

1.1 算法与程序框图

1.1.1 算法的概念

考点解读

1.(★★★★★) 初步了解算法的概念,体会算法的思想,了解算法的确定性、可行性、有限性和输出性等特点。(2010·全国高考题)

2.(★★★★) 逐步体验用算法思想表达解决问题的步骤,能用自然语言写出简单问题的算法过程。(2010·安徽高考题)

3.(★★★★) 研究在解决问题中如何设计算法,体会算法的思想,发展有条理的、清晰的思维能力,提高人的综合素质。(2010·广东高考题)

学法导引

1. 学习本讲内容时,应遵循人类认识事物的一般规律:由具体到抽象,再由抽象到具体。

2. 对算法的理解,重在理解算法的思想、规则和特征。

3. 学习算法的基本概念后应通过适量的训练进一步理解算法的概念,归纳总结如何运用自然语言描述一个具体问题的算法。

考点分类精讲

考点 1 算法的概念

核 心 总 结

算法(algorithm)一词出现于12世纪,指的是用阿拉伯数字进行算术运算的过程。在数学中,算法通常是指按照一定规则解决某一类问题的明确和有限的步骤。例如,运用消元法解二元一次方程组、求两个正整数的最大公约数等问题的过程就是一个算法。

现在,算法通常可以编成计算机程序,让计算机执行并解决问题。

● 考题 1 在给定4000以内的质数表的条件下,设计算法,将936分解成质因数的乘积。

【解析】(1)查表判断936是否为质数:

①如果936是质数,则分解结束;

②如果936不是质数,则进行第二步。

(2)确定936的最小质因数: $2, 936=2\times468$.

(3)查表判断468是否为质数:

①如果468是质数,则分解结束;

②如果468不是质数,则重复上述步骤,确定468的最小质因数。

重复进行上述步骤,直到找出936的所有质因数。

算法步骤如下:

第一步,判断936是否为质数:否。

● 注解·参考

1. 理解算法的概念应注意以下几点:

(1)算法可以理解为由基本运算及规定的运算顺序所构成的完整的解题步骤,或看成按要求设计好的有限的确切的计算序列,并且这样的步骤或序列能够解决一类问题;

(2)通俗点说,算法就是计算机解题的过程。在这个过程中,无论是形成解题思路还是编写程序,都是在实施某种算法,前者是推理实现的算法,后者是操作实现的算法;

(3)描述算法可以有不同的方式。例如,可以用自然语言和数学语言加以叙述,也可以用算法语言给出精确的说明,或者用程序框图直观地显示算法的全貌;

(4)算法一方面具有具体化、程序化、机械化的特点,同时又具有高度的抽象性、概括性和精确性,所以算法在解决问题中更具有条理性、逻辑性的特点。

第二步,确定936的最小质因数:2, $936=2 \times 468$.

第三步,判断468是否为质数:否.

第四步,确定468的最小质因数:2, $936=2 \times 2 \times 234$.

第五步,判断234是否为质数:否.

第六步,确定234的最小质因数:2, $936=2 \times 2 \times 2 \times 117$.

第七步,判断117是否为质数:否.

第八步,确定117的最小质因数:3, $936=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 39$.

第九步,判断39是否为质数:否.

第十步,确定39的最小质因数:3, $936=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 13$.

第十一步,判断13是否为质数:13是质数,所以分解结束.

分解结果是: $936=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 13$.

短除法可以使这个过程更清晰,见图1-1-1.

(注:按照以上程序,即完成了936的质因数分解.实际上,在给定质数表的基础上,对任意自然数n,都可以按照上述办法进行分解.)

【变式1-1】(1)下列关于算法的说法中,正确的是().

- A. 算法就是某个问题的解题过程
- B. 算法执行后可以不产生确定的结果
- C. 解决某类问题的算法不是唯一的
- D. 算法可以无限地操作下去不停止

(2)看下面的四段话,其中不是解决问题的算法的是().

- A. 从济南到北京旅游,先坐火车,再坐飞机抵达
- B. 解一元一次方程的步骤是去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1
- C. 方程 $x^2-1=0$ 有两个实根
- D. 求 $1+2+3+4+5$ 的值,先计算 $1+2=3$,再由 $3+3=6$, $6+4=10$, $10+5=15$,得最终结果为15

短除法	
2	9 3 6
2	4 6 8
2	2 3 4
3	1 1 7
	3 9
	1 3

图1-1-1

2. 算法与一般意义上的数学问题的解法的联系与区别:

(1)联系:算法与解法是一般与特殊、抽象与具体的关系.例如,教材先从分析一个具体的二元一次方程组的求解过程(解法)出发,归纳出了二元一次方程组的求解步骤,并且指出,这样的求解步骤适合所有满足限制条件的二元一次方程组,这些步骤就构成了解二元一次方程组的算法.

(2)区别:算法是解决某一类问题所需要的程序和步骤的统称,也可理解为数学中的“通法”;解法是解决某一个具体问题的过程和步骤,是具体的解题过程.

● 题型·方法

1. 在描述算法时,我们可以用英文Step1, Step2,...来表示第一步,第二步,...也可以简写为:S1, S2,...

2. 现代算法的作用之一是使计算机能代替人完成某些工作,这是我们学习算法的重要原因之一.

考点2 算法的特点

核心总结

算法具有如下基本特征:

(1) 确定性:算法的每一步都应当做到准确无误;算法从开始的“第一步”到“最后一步”之间是环环相扣的,且分工明确.“前一步”是“后一步”的前提,“后一步”是“前一步”的继续.

(2) 有效性:算法的每一个步骤必须是有效的,即算法中的每一个步骤必须用能实现算法的工具(可执行指令)精确表达.

(3) 有限性:算法要有明确的开始和结束,当到达终止步骤时,所要解决的问题必须有明确的结果,也就是说必须在有限步内完成任务,不能无限持续进行.

算法特征中的有限性不等同于步骤的有限步.在算法构造中会出现步骤的重复使用,也就是说算法执行的步数大于等于步骤中的步数,很有可能步骤中的步数较少而要执行的步数很多,但不可以无限.

● 考题2 写出解方程 $x^2-4x-5=0$ 的一个算法.

【解析】本题是求一元二次方程的解的问题,方法很多,只要把平时的固有解法有条理、清晰地写出来,即为解该方程的算法.下面用因式分解法、配方法和求根公式法写出这个问题的三个算法.

算法一

第一步,将方程左边因式分解,得 $(x-5)(x+1)=0$;

第二步,由①式得 $x-5=0$ 或 $x+1=0$;

第三步,由②式可得 $x=5$ 或 $x=-1$.

● 注解·参考

1. 怎样理解算法的基本特征?

(1) 确定性是要保证算法在执行过程中,不能因不同的人的喜好、理解不同及其他人为因素而“走样”.事实上,在程序设计中,一个算法必须确定到这样一个程度,即使一台计算机也能遵循这个指示正确执行.从这个角度我们可以看到算法的一个特点就是:清晰、准确而又机械、刻板、缺乏创造性(但从算法步骤的执行上讲也不需要有创造性,能严格执行就可以了).

(2) 当然有效性对于不同的人及不同的时代具有不同的含义.仅从计算工具上来讲,古代最好的计算工具大概就是算盘了,而现代的超级计算机无论是在计算的速度还是在可计算问题的范围上都远在其上.古代很多不能完成的计算在现代都变成了可能.

(3) 算法具有有限性是为了让算法不能无休止地执行下去,以致达不到解决问题的目的.例如,数学中的无穷级数,在实际计算时只能取有限项,即计算无穷级数的过程只能是有穷的.因此,一个无穷级数的表示只能是一个计算公式,而根据精度要求确定的

算法二

- 第一步,移项,得 $x^2 - 4x = 5$; ①
 第二步,①式两边同时加 4 并配方,得 $(x-2)^2 = 9$; ②
 第三步,②式两边开平方,得 $x-2 = \pm 3$; ③
 第四步,解③式,得 $x=5$ 或 $x=-1$.

算法三

第一步,计算方程的根的判别式并判断符号, $\Delta = (-4)^2 + 4 \times 5 = 36 > 0$;

第二步,将 $a=1, b=-4, c=-5$ 代入求根公式: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, 得 $x_1 = 5, x_2 = -1$.

【变式 2-1】 试描述判断圆 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 和直线 $Ax+By+C=0$ 位置关系的算法.

● 考题 3 已知直线 $l_1: 3x-y+12=0$ 和直线 $l_2: 3x+2y-6=0$, 设计算法求 l_1 和 l_2 及 y 轴所围成的三角形的面积.

【解析】 先求出三角形的三个顶点的坐标,再求出任意一边及该边上高的长度,最后求出三角形的面积.

算法步骤如下:

第一步,解方程组 $\begin{cases} 3x-y+12=0, \\ 3x+2y-6=0 \end{cases}$, 得 l_1, l_2 的交点为 $P(-2, 6)$;

第二步,在方程 $3x-y+12=0$ 中令 $x=0$,得 $y=12$,从而得到 l_1 与 y 轴的交点为 $A(0, 12)$;

第三步,在方程 $3x+2y-6=0$ 中令 $x=0$,得 $y=3$,从而得到 l_2 与 y 轴的交点为 $B(0, 3)$;

第四步,求出 $\triangle ABP$ 的边长 $|AB|=12-3=9$;

第五步,求出 $\triangle ABP$ 的边 AB 上的高 $h=2$;

第六步,根据三角形的面积公式计算 $S = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot h = \frac{1}{2} \times 9 \times 2 = 9$;

第七步,输出 S .

【变式 2-2】 求底面边长为 $4\sqrt{2}$,侧棱长为 5 的正四棱锥的体积.给出解决该问题的一个算法.

● 考题 4 写出求 $1+2+3+4+5+6$ 的一个算法.

【解析】 连加问题一般有 3 种解决途径,一是逐个相加,这是最原始的方法;二是公式法,即运用公式 $1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$;三是将原式变形,看是否能用简便方法计算.

算法一

- 第一步,计算 $1+2$ 得到 3;
 第二步,将第一步的运算结果 3 与 3 相加,得到 6;
 第三步,将第二步的运算结果 6 与 4 相加,得到 10;
 第四步,将第三步的运算结果 10 与 5 相加,得到 15;
 第五步,将第四步的运算结果 15 与 6 相加,得到 21.

计算过程才是有穷的算法.

2. 算法还具有哪些特点?

(1) 输入: 算法一定要根据输入的初始数据或给定的初值才能正确执行它的每一个步骤.需要注意的是: 算法的输入数据和输出数据都应该是离散的(分散的、不连续的、可逐个计算的)符号(或称字母,其中也包括数字),例如,不能输入一条连续的曲线(连续曲线上的点是连续的,无法对所有点所对应的数据逐个进行计算).这是因为算法一般都是靠计算机来执行的,而电子计算机是一个离散结构,它只能处理离散的或离散化了的数量关系,因此,无论计算机科学本身,还是与计算机科学及其应用密切相关的现代科学研究领域,都面临着如何对离散结构建立相应的数学模型的问题;所以,一定要将由已知连续数量关系建立起来的数学模型离散化,从而可由计算机加以处理.

(2) 输出: 算法一定能得到问题的解,有一个或多个的输出,达到求解问题的目的.这些输出是同输入有着某些特定关系的量.没有输出结果的算法是没有意义的.

(3) 通用性: 即算法应适用于某一类问题中的所有个体,而不是只能用来解决一个具体问题.例如,一个能解所有二元一次方程组的算法就比一个只能解某一个特定的二元一次方程组的解法更具有通用性.

(4) 顺序性: 每一个算法从初始步骤开始,都可分为若干个明确的小步骤,但前一步总是后一步的前提,后一步则是前一步的后续,且除了最后一步外,每一个步骤只能有一个确定的后续.

(5) 不唯一性: 求解某一个或某一类问题的算法不一定是唯一的,对于同一个或一类问题可以有不同的算法.例如,求一元二次方程的根就有公式法、消元法等算法.

● 题型·方法

1. 比较考题 2 的三个算法,可以看出算法三最简单,步骤最少,并且具有通用性.因此我们在设计算法时,首先考虑是否有公式可以利用,利用公式解决问题是最理想、最合算的方法,有时要综合各方面的因素选择一种比较好的算法.

2. 对于连加或连乘问题,最原始的方法就是不断地重复加法或乘法,按部就班,算法虽然机械,但当加数或因数有限时,总能

算法二

- 第一步,取 $n=6$;
- 第二步,计算 $\frac{n(n+1)}{2}$;
- 第三步,输出运算结果.

算法三

- 第一步,将原式变形为 $(1+6)+(2+5)+(3+4)=3\times 7$;
- 第二步,计算 3×7 ;
- 第三步,输出运算结果.

【变式 2-3】写出求 $1\times 2\times 3\times 4\times 5$ 的一个算法.

得到一个确定的结果,但当加数或因数较多时,例如,为 $1+3+5+7+9+11+\dots+10001$ 或为 $1\times 2\times 3\times 4\times 5\times \dots \times 10000$ 时,这种算法就不可取.对于考题 4,算法二和算法三相对而言比较简单,但其中算法二又更为优越,且易于上机操作.

考点 3 算法的设计

核心总结

我们知道,一个问题的解决,其算法具有不唯一性,但这些算法有繁简之别、优劣之分,因此我们设计一个算法时,应本着简洁方便的原则,讲究科学性.我们要分析任何可能出现的情况,对每种情况作出判断,找出解决问题的思路,最后输出结果.

设计一个算法,应满足以下几点:

- (1) 算法能解决一类问题,并且可以重复使用;
- (2) 要使算法尽量简单,步骤尽量少;
- (3) 要保证算法正确,且计算机能够执行.

● 考题 5 写出解二元一次方程组 $\begin{cases} x-2y=-1, & ① \\ 2x+y=1 & ② \end{cases}$ 的一个算法.

【解析】解二元一次方程组的主要思想是消元,有代入消元和加减消元两种消元方法,下面用加减消元法写出算法如下:

第一步,②-①×2,得 $5y=3$;

第二步,解③得 $y=\frac{3}{5}$;

第三步,将 $y=\frac{3}{5}$ 代入①,解得 $x=\frac{1}{5}$.

【探究】本题的算法是由加减消元法求解的,这个算法也适合一般的二元一次方程组的解法.下面写出求方程组 $\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1=0, & ① \\ A_2x+B_2y+C_2=0 & ② \end{cases}$ ($A_1B_2-B_1A_2\neq 0$) 的解的算法:

第一步,②× A_1 -①× A_2 ,得 $(A_1B_2-A_2B_1)y+A_1C_2-A_2C_1=0$;

第二步,解③得 $y=\frac{A_2C_1-A_1C_2}{A_1B_2-A_2B_1}$;

第三步,将 $y=\frac{A_2C_1-A_1C_2}{A_1B_2-A_2B_1}$ 代入①,解得 $x=\frac{-B_2C_1+B_1C_2}{A_1B_2-A_2B_1}$.

此时我们得到了二元一次方程组的求解公式,利用此公式可得到此题的另一个算法:

第一步,取 $A_1=1, B_1=-2, C_1=1, A_2=2, B_2=1, C_2=-1$;

第二步,计算 $x=\frac{-B_2C_1+B_1C_2}{A_1B_2-A_2B_1}$ 与 $y=\frac{A_2C_1-A_1C_2}{A_1B_2-A_2B_1}$;

第三步,输出运算结果.

● 注解·参考

算法中的思想

1. 算法实际上就是解决问题的步骤和方法,由于求解问题的出发点不同,可能得到不同的算法.算法不同于求解一个具体问题的方法,它解决的是一类问题,并且能重复使用.算法要求“按部就班”地做,每一步都有唯一的结果,无论是用计算器、计算机,还是人工计算,都能得出相同的结果,且在有限步之内完成.

2.“平台”思想是设计算法的一个最基本的思想,也是数学中思考问题的一个重要思想.所谓“平台”思想就是利用已经设计好的算法为基础(即以此为平台)来解决面临的新问题.例如,列方程组解应用题这一算法是建立在解二元一次方程组的算法基础(“平台”)之上,而用公式法解二元一次方程组这一算法是建立在已经推导出来的求二元一次方程组解的公式的基础(“平台”)之上的.事实上,我们所学过的数学公式,四则运算法则都是算法.由此可见,离开“平台”思想则无法设计算法.

3. 比较解一般的二元一次方程组的两种算法可知,公式法的算法要比高斯消去法的算法经济得多.因此我们在设计算法时,如果有公式可用,应尽可能地利用公式来设计.

● 梳理·归纳

对于给定的问题,设计其算法的步骤一般为:

(1) 与解决该问题的一般方法相联系,

【变式 3-1】 设火车托运重量为 $P(\text{kg})$ 的行李时, 每千米的费用(单位: 元) 标准为 $Y = \begin{cases} 0.3P, & P \leq 30, \\ 0.3 \times 30 + 0.5(P - 30), & P > 30. \end{cases}$

写出求计算行李托运费用标准 Y (单位: 元) 的算法.

从中提炼并概括算法步骤;

(2) 将解决问题的过程划分为若干步骤;

(3) 引入有关的参数或变量对算法步骤加以表达;

(4) 用简练的语言将各个步骤表达出来.

● 题型·方法

1. 我们在设计算法时, 如果遇到进行多次相同的计算过程, 就必须引入变量和循环, 以提高算法的质量. 此外, 考题 6 的算法第一步中如果去掉括号内的 $n > 1$, 则在算法中应多加一步, 即若 $n = 1$, 则输出“1 不是素数”, 判断结束; 本算法步骤第六步中的②易被忽略, 这样算法就不完整, 也就不能得到一个确定的结果.

2. 按问题的性质, 我们可以将问题分为数值性问题和非数值性问题, 不同类型的问题可以采取不同的处理方法. 对于数值性问题, 可以建立数学模型. 当通过数学语言来描述问题、设计算法时, 可以采用数值分析的方法进行处理, 直接运用其中现成的固定算法, 也可以根据实际问题情境设计算法; 对于非数值性问题, 应建立过程模型, 通过过程模型来描述算法. 在设计算法时, 可以根据过程模型进行分析处理, 也可以选择一些成熟的方法进行处理(如排序、递推等). 考题 7 及其变式就是一个非数值性问题, 需要建立过程模型, 从而一步一步地描述算法.

3. 在考题 7 中, 经探究分析发现, 这种算法只需称量 2 次, 后一种算法明显好于前一种算法. 当然, 这两种算法都具有一般性, 同样适用于 n 枚银元的情形, 这是信息论中的一个模型, 可以帮助我们找出某些特殊信息.

由此可见, 同一个问题可能存在着多种算法, 其中的某一些可能要好于另一些, 在实际问题和算法理论中, 找出好的算法是一项重要的工作.

● 考题 6 所谓正整数 p 为素数是指: p 的所有约数只有 1 和 p . 例如, 35 不是素数, 因为 35 的约数除了 1, 35 外, 还有 5 与 7; 29 是素数, 因为 29 的约数就只有 1 和 29. 试设计一个能够判断一个任意正整数 $n(n > 1)$ 是否为素数的算法.

【解析】 根据素数的定义, 只要验证小于 n 且不等于 1 的所有正整数是否为 n 的约数即可.

算法如下:

第一步, 给出任意一个正整数 $n(n > 1)$.

第二步, 若 $n = 2$, 则输出“2 是素数”, 判断结束.

第三步, $m = 1$. { 把 1 赋值给变量 m }

第四步, $m = m + 1$. { 把 $m + 1$ 的值赋给 m }

第五步, 如果 $m \geq n$, 则输出“ n 是素数”, 判断结束.

第六步, 判断 m 能否整除 n ,

① 如果能整除, 则输出“ n 不是素数”, 判断结束;

② 如果不能整除, 则转第四步.

【变式 3-2】 设计一个算法, 求出 840 与 1764 的最大公约数.

● 考题 7 某商人有 9 枚银元, 其中有 1 枚略轻的是假银元, 你能用天平(不用砝码)将假银元找出来吗?

【解析】 解决这个问题最容易想到的一种方法是: 把 9 枚银元按顺序排成一列, 先称前两枚, 若不平衡, 则可找出假银元; 若平衡, 则两枚银元都是真的, 再依次与剩下的银元比较, 就能找出假银元.

设计算法如下:

第一步, 任取两枚银元分别放在天平的两边, 如果天平左右不平衡, 则偏轻的一边就是假银元; 如果天平平衡, 则进行第二步;

第二步, 取下右边的银元, 放在一边, 然后把剩余的 7 枚银元依次放在天平的右边进行称量, 直到天平不平衡, 则天平偏轻的那一边放的就是假银元.

【探究】 这种算法最少要称 1 次, 最多要称 7 次, 是不是还有更好的办法, 使得称量次数少一些? 我们可以采用下面的方法:

第一步, 把银元分成 3 组, 每组 3 枚;

第二步, 先将两组银元分别放在天平的两边, 如果天平不平衡, 那么假银元就在轻的那一组; 如果天平左右平衡, 则假银元就在未称的第 3 组里;

第三步, 取出含假银元的那一组, 从中任取两枚银元放在天平的两边, 如果左右不平衡, 则轻的那一边就是假银元; 如果天平两边平衡, 则未称的那一枚就是假银元.

【变式 3-3】 对任意 3 个整数 a, b, c , 写出求最大数的算法.



题型优化训练

学业水平测试

1. [考点1] 下面的结论正确的是()。

- A. 一个程序的算法步骤是可逆的
B. 一个算法可以无止境地运算下去
C. 完成一件事情的算法有且只有一种
D. 设计算法要本着简单方便的原则

2. [考点2] 算法的有限性是指()。

- A. 算法的最后包含输出
B. 算法中每个操作步骤都是可执行的
C. 算法的步骤必须有限
D. 以上说法都不正确

3. [考点1] 算法指的是()。

- A. 某一个具体问题的一系列解决步骤
B. 数学问题的解题过程
C. 某一类问题的一系列解决步骤
D. 计算机程序

4. [考点2] 算法具有确定性,其确定性指的是()。

- A. 算法的步骤是有限的
B. 算法一定包含输出
C. 算法的每个步骤是具体的、可操作的
D. 以上说法都不正确

5. [考点2] 求 $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11$ 的值的一个算法是:第一步,求 1×3 得到结果 3;

第二步,将第一步所得结果 3 乘以 5,得到结果 15;

第三步,_____;

第四步,再将第三步所得结果 105 乘以 9,得到结果 945;

第五步,再将第四步所得结果 945 乘以 11,得到结果 10395,即为最后结果.

6. [考点3] 求过 $P(a_1, b_1), Q(a_2, b_2)$ 两点的直线斜率有如下的算法,请在横线上填上适当步骤:第一步,取 $x_1 = a_1, y_1 = b_1, x_2 = a_2, y_2 = b_2$;第二步,判断“ $x_1 = x_2$ ”是否成立.若是,则输出“斜率不存在”;否则,进行第三步;

第三步,_____;

第四步,输出 k .

7. [考点3] 已知一个算法如下:

第一步,令 $\min = a$;第二步,如果 $b < \min$,则令 $\min = b$;第三步,如果 $c < \min$,则令 $\min = c$;第四步,输出 \min .如果 $a = 3, b = 6, c = 2$,则执行这个算法输出的结果是_____.8. [考点3] 给出求解方程组 $\begin{cases} 2x+y=7, \\ 4x+5y=11 \end{cases}$ 的一个算法.

高考水平测试

一、选择题

1. [考点1] 我们学习的算法不同于求解一个具体问题的方法,下列要求中正确的是()。

- A. 写出的算法,必须能解决一类问题,并且能重复使用
B. 求解某个问题的算法是唯一的
C. 算法过程要一步一步执行,每一步执行的操作,必须确切,不能含混不清,而且经过有限步或无限步后能得出结果
D. 算法要求按部就班地做,每一步可以有不同的结果

2. [考点3] 对于一般的二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, \\ a_2x+b_2y=c_2, \end{cases}$ 在写此方程组的算法时,需要我们注意的是()。

- A. $a_1 \neq 0$
B. $a_2 \neq 0$
C. $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$
D. $a_1b_1 - a_2b_2 \neq 0$

3. [考点2] 下列关于算法的说法中正确的有()。

- ①求解某一类问题的算法是唯一的;②算法必须在有限步操作之后停止;③算法中的每一步操作必须是明确的,不能有歧义;④算法执行后一定产生确定的结果.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. [考点1] 指出下列哪个不是算法()。

- A. 解方程 $2x-6=0$ 的过程是移项和化系数为 1
B. 从济南到温哥华要先乘火车到北京,再转乘飞机
C. 解方程 $2x^2+x-1=0$
D. 利用公式 $S=\pi r^2$ 计算半径为 3 的圆的面积就是计算 $\pi \times 3^2$

5. [考点3] 计算下列各式中的 S 值,能设计算法求解的是()。

- ① $S=1+2+3+\dots+100$;
② $S=1+2+3+\dots+100+\dots$;
③ $S=1+2+3+\dots+n$ ($n \geq 1$, 且 $n \in \mathbb{N}$).

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

6. [考点1] 对一元二次方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的求根问题,下列说法正确的是()。

- A. 只能设计一种算法 B. 可以设计两种算法
C. 不能设计算法 D. 不能根据解题过程设计算法

7. [考点1、2] 下列说法中,叙述不正确的是()。

- A. 算法可以理解为由基本运算及规定的运算顺序构成的完整的解题步骤
B. 算法可以看成按要求设计好的、有限的、明确的计算序列,并且这样的步骤或序列能够解决一类问题
C. 算法只是在计算机产生之后才有的
D. 描述算法有不同的方式,可以用日常语言和数学语言等

8. [考点3] 已知算法:

第一步,输入 n ;第二步,判断 n 是否是 2,若 $n=2$,则 n 满足条件;

若 $n > 2$, 则执行第三步;

第三步,依次检验从 2 到 $n-1$ 的整数能不能整除 n ,若不能整除 n ,满足条件.上述满足条件的数是().

- A. 质数 B. 奇数 C. 偶数 D. 4 的倍数

二、填空题

9. [考点 3] 已知一个学生的语文成绩为 92 分,数学成绩为 96 分,外语成绩为 98 分,求他的总分和平均成绩的一个算法为:第一步,取 $A=92, B=96, C=98$;第二步,_____

_____;第三步,_____;第四步,输出 D, E .

10. [考点 3] 设计一个算法求方程 $5x+2y=22$ 的正整数的解,其最后输出的结果应为_____.

11. [考点 1] 下列所给问题中,可以设计一个算法求解的是_____,(填上你认为正确的序号)

- ① 二分法解方程 $x^2 - 3 = 0$;
- ② 解方程组 $\begin{cases} x+y+5=0, \\ x-y+3=0; \end{cases}$
- ③ 求半径为 3 的圆的面积;
- ④ 判断 $y=x^2$ 在 \mathbb{R} 上的单调性.

12. [考点 3] 写出求 $2+4+6+\dots+200$ 的一个算法.可以运用公式 $2+4+6+\dots+2n=n(n+1)$ 直接计算.

第一步,_____ ① _____;
第二步,_____ ② _____;
第三步,输出运算结果.

三、解答题

13. [考点 3] 任意给定两个正实数,分别以这两个数为圆柱的底面半径和母线长,设计一个算法,求这个圆柱的表面积.

14. [考点 3] 设计一个算法,求任意给定的实数 x 的绝对值.

15. [考点 3] 下面给出了一个问题的算法:

第一步,输入非负实数 a .

第二步,若 $a \geq 1$,则执行第三步,否则执行第四步.

第三步,输出 $2a$.

第四步,输出 $a^2 + 1$.

(1) 这个算法解决的问题是什么?

(2) 当输入 a 的值多大时,输出的数值最小?

16. [考点 3] 有 8 个小球,其中 7 个质量相同,仅有一个较重,用天平如何称出那个较重的小球,写出解决这个问题的算法.

1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构

考点解读

1.(★★★★★)体会从自然语言过渡到程序框图描述算法的过程,并在此基础上识别、设计程序框图所描述的算法,培养自己的思考能力和表达能力。(2010·全国高考题)

2.(★★★★★)准确认识程序框图中各种程序框的功能,并能熟练运用各种程序框图描述算法的步骤。(2010·北京高考题)

3.(★★★★★)理解程序框图的顺序结构、条件结构和循环结构这三种基本逻辑结构,识别和理解程序框图的功能,能运用三种基本结构设计程序框图解决简单问题。(2010·江苏高考题)

学法导引

1.学习程序框图时,要体会用自然语言以及程序框图描述算法的优点和缺点,要准确把握程序框图中各种程序框的意义和功能。

2.顺序结构和条件结构比较容易理解,应通过具体问题的解决,进一步准确把握它们。循环结构是本讲的难点,关键在于准确把握循环结构的计数变量以及对变量的处理——赋值。

考点分类精讲

考点 1 程序框图

核 心 总 结

程序框图又称流程图,是一种用规定的图形、指向线及文字说明来准确、直观地表示算法的图形。

通常,程序框图由程序框和流程线组成,一个或几个程序框的组合表示算法中的一个步骤;流程线是方向箭头,按照算法进行的顺序将程序框连接起来。下表列出了几个基本的程序框和它们各自表示的功能。

程序框	名称	功能
○	终端框(起止框)	表示一个算法的起始或结束
□	输入、输出框	表示一个算法输入或输出的信息
□	处理框(执行框)	赋值、计算
◇	判断框	判断某一条件是否成立,成立时在出口处标明“是”或“Y”;不成立时标明“否”或“N”

● 考题 1 给出求 $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$ 的两个算法,并分别画出程序框图。

【解析】可以按逐一相加的程序进行,也可以运用公式 $1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ 直接运算,由此得到下面的算法及相应的程序框图。

算法一

第一步,计算 $1+2$ 得到结果 3;

第二步,将上一步中的运算结果 3 与 3 相加得到结果 6;

● 注解·参考

1.程序框图是表达算法的方法之一,其他表达算法的方法还有自然语言、程序语言、伪代码等。用程序框图表达算法的优点是直观、清晰、易懂,且便于检查、修改和交流。

2.除上述所列举的程序框之外,还有如下常用的图形符号:

(1)循环框“”表示做重复运算

的程序,不过该符号现在一般不再使用。

(2)连接点“○”,它表示一个算法步骤到另一个算法步骤之间的连接,如果一个程序框图需要分开来画,要在断开处画上连接点,并标出连接的号码(如图 1-1-6)。

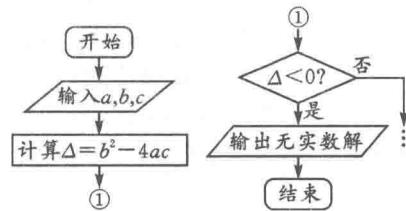


图 1-1-6

第三步,将上一步中的运算结果 6 与 4 相加得到结果 10;
 第四步,将上一步中的运算结果 10 与 5 相加得到结果 15;
 第五步,将上一步中的运算结果 15 与 6 相加得到结果 21;
 第六步,将上一步中的运算结果 21 与 7 相加得到结果 28;
 第七步,将上一步中的运算结果 28 与 8 相加得到结果 36;
 第八步,将上一步中的运算结果 36 与 9 相加得到结果 45;

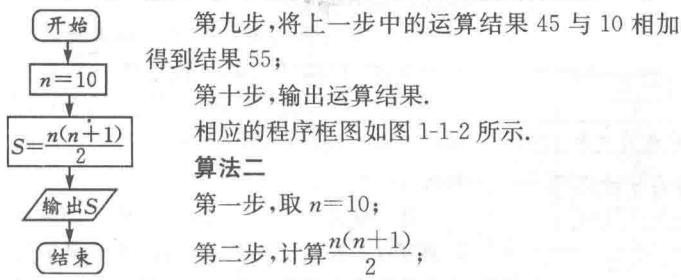


图 1-1-3

第九步,将上一步中的运算结果 45 与 10 相加得到结果 55;

第十步,输出运算结果.

相应的程序框图如图 1-1-2 所示.

算法二

第一步,取 $n=10$;

第二步,计算 $\frac{n(n+1)}{2}$;

第三步,输出运算结果.

相应的程序框图如图 1-1-3 所示.

【变式 1-1】 利用梯形的面积公式计算上底为 2,下底为 4,高为 5 的梯形的面积,设计出该问题的算法及程序框图.

● 梳理·归纳

画程序框图必须遵守一些共同的规则:

(1) 使用标准的框图符号;

(2) 框图一般按从上到下、从左到右的方向画;

(3) 除判断框外,大多数程序框图符号只有一个进入点和一个退出点,判断框是唯一一个具有超过一个退出点的符号;

(4) 在图形符号内描述的语言要非常简练、清楚.

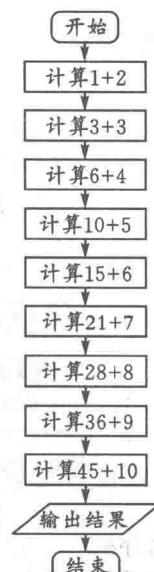


图 1-1-2

● 考题 2 (2010·江苏)

如图 1-1-4 是一个算法流程图,则输出的值是_____.

【解析】 由算法流程图知,当 $n=1$ 时, $S=1+2^1=3$;当 $n=2$ 时, $S=3+2^2=7$;当 $n=3$ 时, $S=7+2^3=15$;当 $n=4$ 时, $S=15+2^4=31$;当 $n=5$ 时, $S=31+2^5=63>33$. 循环结束,故输出 S 的值是 63. 故填 63.

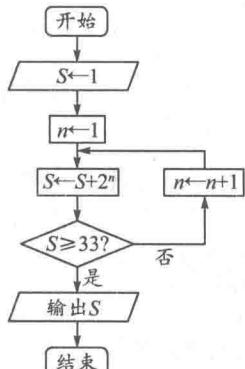


图 1-1-4

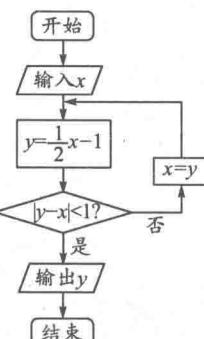


图 1-1-5

【变式 1-2】 (2010·山东) 执行如图 1-1-5 所示的程序框图,若输入 $x=10$,则输出 y 的值为_____.

考点 2 顺序结构

核 心 总 结

顺序结构是最简单的算法结构,语句与语句之间,框与框之间是按从上到下的顺序进行的,它是由若干个依次执行的处理步骤组成的,它也是任何一个算法都离不开的一种算法结构. 图 1-1-7 即为表示顺序结构的示意图,其中 A 和 B 两个框是依次执行的,只有在执行完 A 框所指定的操作后,才能接着执行 B 框所指定的操作.

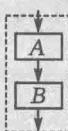


图 1-1-7

● 考题 3 尺规作图,确定线段 AB 的一个 5 等分点.

【解析】 确定线段 AB 的 5 等分点,是指在线段 AB 上确定一点 M,使得 AM

● 注解·参考

一般地,算法含有两大要素:一是操作运算,主要包括算术运算、逻辑运算、函数运算等;二是控制结构,控制结构控制着算法的各操作的执行顺序. 其中操作运算是靠计算机来完成的,也就是在设计好程序的基础(即已建立的“平台”)上,计算机可以自动完成这些计算,因此我们设计算法主要是解决第二部分,即设计控制结构. 由于控制算法

$=\frac{1}{5}AB$. 同学们都熟悉解决这个问题的方法:

- 第一,从 A 点出发作一条与原直线不重合的射线;
- 第二,任取射线上一点 C,并在射线上作线段 AD,使 $AD=5AC$;

第三,连接 DB,并过点 C 作 BD 的平行线交 AB 于点 M,则点 M 就是线段 AB 的 5 等分点.

作图步骤如下:

第一步,如图 1-1-8,从已知线段的左端点 A 出发,作一条射线 AP;

第二步,在射线上任取一点 C,得线段 AC;

第三步,在射线上作线段 CE=AC;

第四步,在射线上作线段 EF=AC;

第五步,在射线上作线段 FG=AC;

第六步,在射线上作线段 GD=AC,那么线段 $AD=5AC$;

第七步,连接 DB;

第八步,过点 C 作 BD 的平行线交线段 AB 于点 M,这样点 M 就是线段 AB 的一个 5 等分点.

这个实现过程可以用图 1-1-9 来表示.

【变式 2-1】 已知 $f(x)=x^2-2x-3$,求 $f(3),f(-5),f(5)$,并计算 $f(3)+f(-5)+f(5)$ 的值,设计出解决该问题的一个算法,并画出程序框图.

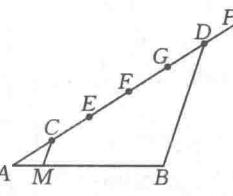


图 1-1-8

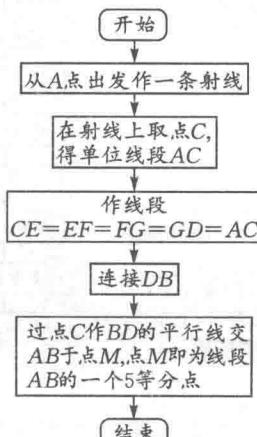


图 1-1-9

的执行顺序的结构有所不同,这就需要研究这些控制结构中的最基本的结构有哪些,其中顺序结构是一种最简单的也是最基本的控制结构,执行只要依序进行即可.

● 题型·方法

考题 3 的算法是解决这个作图问题的一个算法,我们只要依次执行这一系列步骤,就能确定线段的一个 5 等分点,也就是按照步骤依次执行的一个算法,因而它的结构是顺序结构.

这个算法具有一般性,对于任意自然数 n ,都可以按照这个算法的思想,设计出确定线段的一个 n 等分点的步骤,得到解决这个一般问题的算法.

考点 3 条件结构

核心总结

在一个算法中,经常会遇到一些条件的判断,算法的流程根据条件是否成立有不同的流向.这种先根据条件作出判断,再决定执行哪一种操作的结构称为条件结构(或称为分支结构、选择结构等).如图 1-1-10 所示是一个条件结构,此结构中包含一个判断框,根据给定的条件 p 是否成立而选择执行 A 框或 B 框.请注意,无论 p 条件是否成立,只能执行 A 框或 B 框之一,不可能既执行 A 框又执行 B 框,也不可以 A 框、B 框都不执行,无论走哪一条路径,在执行完 A 框或 B 框之后,脱离本条件结构,A 或 B 两个框中,可以有一个是空的,即不执行任何操作.

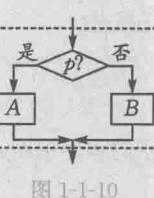


图 1-1-10

● 梳理·归纳

1. 条件结构不同于顺序结构的地方是:它不是依次执行操作指令进行运算,而是依据条件作出逻辑判断,选择执行不同指令中的一个.一般地,这里的判断主要是判断“是”(即“Y”)或“否”(即“N”),即是否符合条件的要求,因而它有一个入口和两个出口.

2. 除判断框外,大多数图框只有一个出口,一个判断框有两个出口,而一个条件结构只有一个出口,不能将判断框的出口和条件结构的出口混为一谈.

● 考题 4 设火车托运行李,当行李质量为 $m(\text{kg})$ 时,每千米的费用(单位:

元)标准为 $y=\begin{cases} 0.3m, & \text{当 } m \leq 30 \text{ kg 时}, \\ 0.3 \times 30 + 0.5(m-30), & \text{当 } m > 30 \text{ kg 时}. \end{cases}$

画出求行李托运费的程序框图.

【解析】 显然行李托运费与行李质量有关,在不同范围内的计算公式是不同的,故应先输入托运行李的质量 m 和路程 s ,再分别用各自条件下的计算公式进行计算处理,再将结果与托运路程 s 相乘,然后输出托运费用 M .

程序框图如图 1-1-11.