高职高专数学系列新世纪规划教材

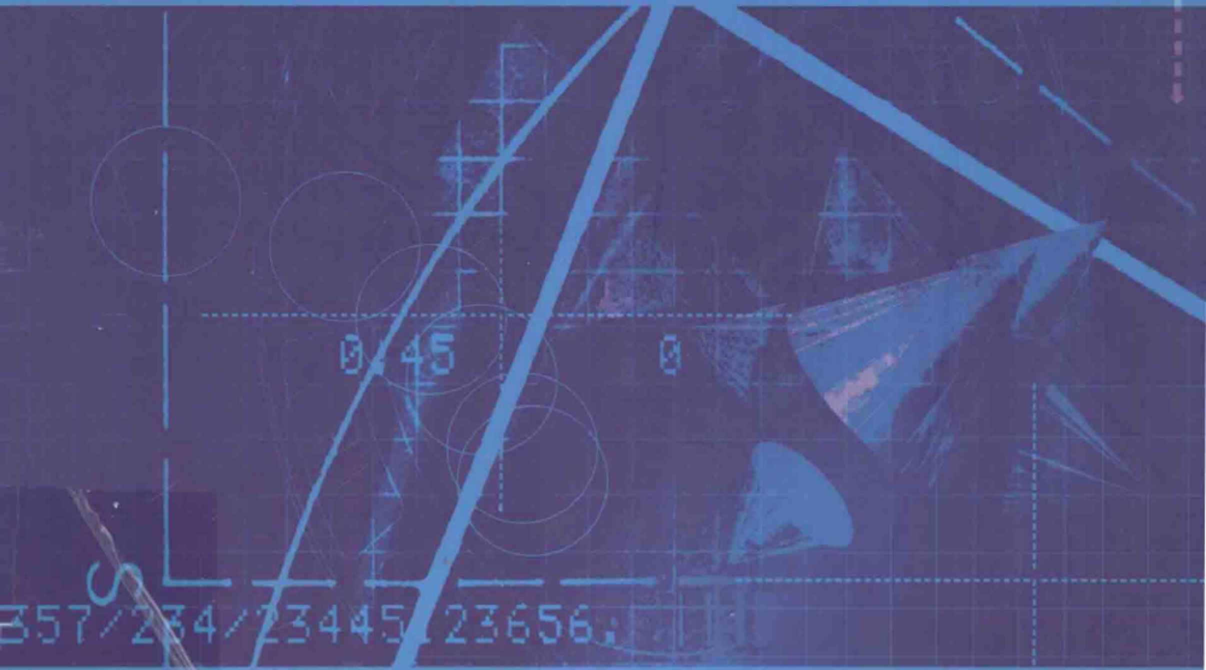
总主编 曾庆柏

DAXUE SHUXUE YINGYONG JICHU

大学数学应用基础

主编 贺水珍 黄光清

下册



湖南教育出版社

高职高专数学系列新世纪规划教材

DAXUE SHUXUE YINGYONG JICHU

大学数学应用基础

下册

总主编 曾庆柏

主 编 贺水珍 黄光清

副主编 唐轮章 黄伟社 管声交

王喜斌 唐清平 杨军强

主 审 阎 颖

湖南教育出版社

内容提要：

本书是高职高专新世纪规划教材，是根据《高职高专教育数学课程教学基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》，并参考《全国各类成人高等学校专科起点本科班招生复习考试大纲(非师范类)》编写的. 全书分上、中、下三册，本书是下册，内容包括行列式、矩阵、线性方程组、线性经济模型简介、概率、数理统计初步、数学建模等7章，书末附有泊松分布表、标准正态分布表、χ^2 分布表、t 分布表、r 检验临界值表、部分习题的答案或提示.

本书将教材与辅导融为一体，一书两用，每章末设"学习与指导"，例题、习题丰富，重点内容滚动复习，便于自学. 同时为让学生学会用计算机解题，每章后编有数学实验，解决了数学应用中的计算瓶颈。

本书适用于高职高专工科类或经济管理类各专业，也可作为"专升本"考试培训教材，还可作为职业大学、成人大学和自学考试的教材或参考书.

图书在版编目（CIP）数据

大学数学应用基础／《大学数学应用基础》
曾庆柏主编. －长沙：湖南教育出版社，2004

Ⅰ.应... Ⅱ.曾... Ⅲ.高等数学－应用数学－基本知识 Ⅳ.TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 054712 号

大学数学应用基础（下册）

书　　名：大学数学应用基础（下册）
作　　者：曾庆柏（总主编）
责任编辑：蒋　芳

湖南教育出版社发行（长沙市韶山北路 643 号）

湖南省教育印刷厂印刷

787 × 960　16 开　　印张：18　　字数：343,000
2004 年 6 月第 1 版　　　2004 年 6 月第 1 次印刷

ISBN 7-5355-4229-8/G·4224
定价(上中下册)：59.80 元

参加讨论和编写的学校:

中南大学
长沙理工大学
湖南科技大学
湘潭大学职业技术学院
湖南省第一师范学校
湖南工业职业技术学院
湖南科技职业技术学院
湖南交通职业技术学院
湖南大众传媒职业技术学院
湖南生物机电职业技术学院
湖南工程职业技术学院
湖南城建职业技术学院
湖南铁道职业技术学院
湖南化工职业技术学院
湖南机电职业技术学院
湖南环境生物职业技术学院
湖南对外经济贸易职业学院
长沙民政职业技术学院
长沙航空职业技术学院
长沙通信职业技术学院
长沙环保职业技术学院
长沙商贸旅游职业学院
湘潭职业技术学院
衡阳职业技术学院
岳阳职业技术学院
常德职业技术学院
娄底职业技术学院
郴州职业技术学院
张家界航空工业职业技术学院

前　　言

本书是高职高专新世纪规划教材，是根据教育部最新制定的《高职高专教育数学课程教学基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》，并参考《全国各类成人高等学校专科起点本科班招生复习考试大纲（非师范类）》编写的. 全书分上、中、下三册，适用于高职高专工科类或经济管理类各专业，也可作为“专升本”考试培训教材，还可作为职业大学、成人大学和自学考试的教材或参考书.

本书内容包括极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、向量代数与空间解析几何、多元函数微积分、微分方程、无穷级数、行列式、矩阵、线性方程组、线性经济模型简介、概率、数理统计初步、数学建模等.

各章内容分模块、分层次编排，用 * 号标注的内容为“专业模块”，供工科类和经济管理类专业选用；用小号字编排的内容为“难度模块”，供不同学习目标的学生选用；主要章节后编有数学实验，供教学时上机实验用；每章后编有学习指导和总复习题，在学习指导中，对各章典型例题和解题技巧做了综合讲解，可作为每章复习用，也是“专升本”考试复习的精要指南；第一册书末附有初等数学中的常用公式和希腊字母表，供学生学习时查用. 各册后附有部分习题的答案或提示，供学生学习时参考. 本书所配的教学光盘可以从湖南教育出版社网站（ftp://ftp. hneph. com/ftpdownload/）下载.

本书遵循高等教育的教学规律，坚持“以应用为目的，以必需够用为度，以可读性为基点，以创新为导向”的编写原则. 具有以下特色：

第一，针对现行普高和中职新数学教材体系编写，突出了初等数学与高等数学的紧密衔接. 普通高中和中等职业学校新数学教材体系中，幂函数、反三角函数、数学归纳法、极坐标等内容已大大弱化或删去，但向量等内容得到了充实，为了使学生从初等数学到高等数学顺利过渡，对传统高等数学中需要的初等数学内容进行了适当回顾、增补和删减，如在第一章函数部分增补了幂函数、反三角函数，在第七章二重积分部分增补了极坐标，在第六章向量与空间解析几何部分删减了部分向量内容等，使初等数学与高等数学衔接得更加紧密.

第二，针对现代教育以学生为主体的理念编写，有较强的可读性. 在引进数学概念时，尽量借助几何直观图形、物理意义和生活背景来进行解释，力使抽象的数学概念形象化、直观化、通俗化，切合学生的实际；为降低难度，在论证或解题时，设置了渐进式的思维层次，保留了合适的推理细节，一读就懂；对较难的概念，设置为

模块，学习时可忽略，而不影响系统性，如 $\varepsilon-N$ 语言，$\varepsilon-\delta$ 语言，微分中值定理的证明等，因此不会对学习产生障碍.

第三，针对高职高专各专业的实际编写，有较强的选择性. 高职高专教育专业繁多，且差异较大，为了适应各专业使用，对全部内容作了分层处理，选定各专业都必须使用的基本内容作为基本层，在此基础上用模块进行组装，构造不同层次，如在第一章中编写了“建立函数关系举例”和“经济中常用的函数”，在第二章中编写了“导数的经济意义”和“二阶导数的力学意义”模块等，使本书既适用于理工科类专业，也适用于经济管理类各专业，还适用于各类“专升本考试”培训，弹性大，可选择性强.

第四，针对高职高专的培养目标编写，有较强的实用性. 高职高专教育主要培养生产第一线的应用型高级技术人才，为了实现这一目标，本书在理论和计算方面降低了难度，但在数学的应用和使用现代信息技术手段方面进行了充实和强化. 编写了数学建模方面的内容，以培养学生用数学的意识；编写了数学实验，介绍了目前计算功能非常强大的 MATLAB 软件的使用方法，让学生学会用计算机解题，从而提高学生学习数学的兴趣，同时，将繁难的计算问题交给计算机完成，解决了数学应用中的计算瓶颈.

本教材的基本教学时数约 110 学时，标有 * 号的内容另行安排课时.

组成本套教材编委会的成员均来自国内著名高校及全国近三十所高职院校的具有丰富教学经验的教师，他们既深知我国高职高专教育的发展现状，又了解本学科教与学的具体要求，为保证编写质量，编委会对编写大纲进行了反复修改、讨论，并推选了一批教学水平高、又有长期教材编写经验的老师参与教材的编写和审定. 在本书的编审过程中，得到了各编审人员所在单位的领导的大力支持，并为本书的编写提出了许多有益的建议，谨在此表示衷心感谢. 吴双利老师为本教材的录入、校对作了大量工作，在此一并致谢.

由于成书仓促，编审人员水平有限，不足之处，请有关专家、学者及使用本书的老师指正. 我们诚恳地希望各界同仁及广大教师关注并支持这套教材的建设，及时将教材使用过程中遇到的问题和改进意见反馈给我们，以供修订时参考.

高职高专新世纪规划教材编写委员会

2004 年 3 月

目　　录

第十章　行列式

在许多实际问题中,经常会遇到解线性方程组(即多元一次方程组)的问题.而行列式是讨论和计算线性方程组的重要工具.本章将首先引进行列式的定义,然后讨论行列式的基本性质和计算方法,最后给出解线性方程组的克莱姆法则.

10.1　二阶、三阶行列式

1. 二阶行列式

行列式的概念是由解线性方程组的问题引出来的.我们先来讨论二元线性方程组的解法.

设二元线性方程组为

$$(\mathrm{I})\qquad \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2. \end{cases}$$

用加减消元法可以看出,当 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ 时,方程组(Ⅰ)有唯一解

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{b_1a_{22} - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}, \\ x_2 = \dfrac{a_{11}b_2 - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}. \end{cases}$$

为了便于记忆,我们把上式中的分母用记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

来表示,即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

上式左端称为**二阶行列式**,$a_{ij}(i=1,2;j=1,2)$称为行列式的**元素**,横排称为行列式的**行**,竖排称为行列式的**列**. a_{ij}的下标 i 表示它位于自上而下的第 i 行,下标 j 表示它位于从左到右的第 j 列,即 a_{ij}是位于行列式第 i 行与第 j 列相交处的一个元素.上式的右端 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$称为二阶行列式的**展开式**.从左上角 a_{11}到右下角 a_{22}的对角线称为**主对角线**;从左下角 a_{21}到右上角 a_{12}的对角线称为**次对角线**.因此,二阶行列式的展开式,是主对角线上两个元素的乘积减去次对角线上两个元素的乘积所得的差(图 10-1).

根据以上二阶行列式的定义,则线性方程组(Ⅰ)的解可表示为

$$x_1=\frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}},x_2=\frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}.$$

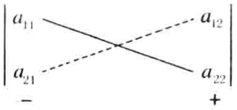


图 10－1

如果记

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix},D_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix},D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix},$$

则线性方程组（Ⅰ）的解可简单地表示为

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{D_1}{D}, \\ x_2=\dfrac{D_2}{D}, \end{cases}(D\neq 0).$$

可以看到，行列式 D 是由方程组（Ⅰ）中未知数 x_1、x_2 的系数按原来的位置顺序构成的，我们把它称为方程组（Ⅰ）的**系数行列式**. 把常数项 b_1、b_2 依次替换 D 中的 a_{11}、a_{21}，就得到行列式 D_1，依次替换 a_{12}、a_{22}，就得到行列式 D_2.

例 1 用行列式解二元一次方程组：

$$\begin{cases} 2x_1-x_2=5, \\ 3x_1+2x_2=11. \end{cases}$$

解 因为

$$D=\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}=2\times 2-(-1)\times 3=7\neq 0,$$

$$D_1=\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 11 & 2 \end{vmatrix}=21,\qquad D_2=\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 11 \end{vmatrix}=7.$$

所以，得

$$x_1=\frac{D_1}{D}=\frac{21}{7}=3,\qquad x_2=\frac{D_2}{D}=\frac{7}{7}=1.$$

故原方程组的解是

$$\begin{cases} x_1=3, \\ x_2=1. \end{cases}$$

2. 三阶行列式

下面我们来讨论三元线性方程组

$$(\text{Ⅱ})\qquad \begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2, \\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=b_3 \end{cases}$$

的解法. 利用加减消元法，可以得出其解为

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{b_1a_{22}a_{33}+b_2a_{32}a_{13}+b_3a_{12}a_{23}-b_1a_{23}a_{32}-b_2a_{12}a_{33}-b_3a_{22}a_{13}}{a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}}, \\ x_2 = \dfrac{b_1a_{31}a_{23}+b_2a_{11}a_{33}+b_3a_{21}a_{13}-b_1a_{21}a_{33}-b_2a_{13}a_{31}-b_3a_{23}a_{11}}{a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}}, \\ x_3 = \dfrac{b_1a_{21}a_{32}+b_2a_{12}a_{31}+b_3a_{11}a_{22}-b_1a_{22}a_{31}-b_2a_{32}a_{11}-b_3a_{12}a_{21}}{a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}}. \end{cases}$$

上述求解公式繁琐难记,依照二阶行列式的记法,我们把它们的分母

$$a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}$$

用记号

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

来表示,即

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=$$

$$a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}.$$

上式右端称为**三阶行列式**,左端称为**三阶行列式的展开式**. 三阶行列式有 3 行 3 列 9 个元素,其展开式共有 6 项,3 个正项,3 个负项,每项都是不同行不同列的 3 个元素的乘积. 三阶行列式的这一展开规则,可用画线的方法记忆. 如图 10－2 所示,其中各实线联结的三个元素的乘积是展开式中的正项,各虚线联结的三个元素的乘积是展开式中的负项. 这种计算行列式的方法叫作**对角线法**.

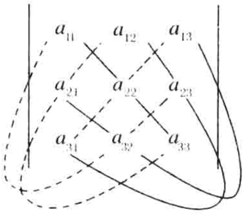


图 10－2

利用三阶行列式,线性方程组(Ⅱ)的求解公式中的三个分子可依次表示为

$$D_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}, D_3=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}.$$

于是,方程组(Ⅱ)的解可简单地表示为

$$x_1=\frac{D_1}{D}, x_2=\frac{D_2}{D}, x_3=\frac{D_3}{D}, (D\neq 0).$$

很明显,这里的分子 D_1, D_2, D_3 是用常数列置换系数行列式 D 中相应的列得到的.

例 2　计算下列行列式:

(1) $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 7 \\ 3 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$.　　(2) $\begin{vmatrix} a & x & y \\ 0 & b & z \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix}$.

解 (1)由对角线法则,得

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 7 \\ 3 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 1\times4\times5+3\times2\times7+(-1)\times(-3)\times(-2)-$$
$$(-1)\times4\times7-3\times(-3)\times5-1\times2\times(-2)=133.$$

(2) $\begin{vmatrix} a & x & y \\ 0 & b & z \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix} = abc+0+0-0-0-0=abc.$

主对角线一侧的元素都为零的行列式叫作**三角行列式**. 由例 2(2)知,三角行列式的值等于主对角线上元素的乘积.

例 3 用行列式解三元线性方程组:

$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=3, \\ -2x_1+x_2-x_3=-3, \\ x_1-4x_2+2x_3=-5. \end{cases}$$

解 因为

$$D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 1 & -4 & 2 \end{vmatrix}=2+8-2-1+8-4=11\neq0,$$

且

$$D_1=\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \\ -5 & -4 & 2 \end{vmatrix}=33, D_2=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -2 & -3 & -1 \\ 1 & -5 & 2 \end{vmatrix}=11,$$

$$D_3=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \\ 1 & -4 & -5 \end{vmatrix}=-22.$$

所以,得

$$x_1=\frac{33}{11}=3, x_2=\frac{11}{11}=1, x_3=\frac{-22}{11}=-2.$$

习题 10 - 1

1. 计算下列行列式的值:

(1) $\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$.　　(2) $\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -9 \end{vmatrix}$.　　(3) $\begin{vmatrix} m+1 & m-2 \\ m & m-1 \end{vmatrix}$.

(4) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$.　(5) $\begin{vmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & x & z \end{vmatrix}$.　(6) $\begin{vmatrix} a & ka & x \\ b & kb & y \\ c & kc & z \end{vmatrix}$.

2. 用行列式解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 3x-2y=3, \\ -4x+3y=-1. \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 3x-7y=0, \\ 2x+6y=3. \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x+3y-5=0, \\ x-y-1=0. \end{cases}$　(4) $\begin{cases} x+2y+z=0, \\ 2x-y+z=1, \\ x-y-2z=3. \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x+2y-3z=0, \\ 2x-y+4z=0, \\ x+y+z=0. \end{cases}$　(6) $\begin{cases} x+y+z=1, \\ ax+by+cz=d, (a,b,c \text{ 互不相等}), \\ a^2x+b^2y+c^2z=d^2. \end{cases}$

10.2　三阶行列式的性质

用定义计算三阶行列式比较繁琐，为了简化计算，下面对三阶行列式的性质进行研究. 先引进转置行列式的概念.

把行列式

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

的行与列依次互换，得到行列式

$$D'=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix},$$

则 D' 叫作 D 的**转置行列式**.

利用三阶行列式的展开式，可以证明下面的性质成立.

性质 1　行列式与它的转置行列式相等，即 $D'=D$.

例如，行列式

$$D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ -2 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

的转置行列式是

$$D'=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}.$$

显然有

$$D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ -2 & 0 & 5 \end{vmatrix}=-5-16-6=-27,$$

$$D' = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}. = -5-16-6=-27.$$

由此性质知,行列式的性质凡是对行成立的,对列也同样成立,反之亦然.

性质 2 交换行列式的任意两行(列),行列式仅改变符号.

例如,我们容易验证

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{vmatrix}.$$

推论 如果行列式有两行(列)的对应元素相同,则此行列式的值为零.

性质 3 把行列式的某一行(列)中所有元素都乘以同一数 k,等于以数 k 乘以此行列式. 例如

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

推论 1 行列式中某一行(列)的所有元素的公因子可以提到行列式符号的外面.

推论 2 如果行列式某行(列)的元素全为零,则此行列式的值等于零.

推论 3 如果行列式某两行(列)的元素对应成比例,则此行列式的值等于零.

例如

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 0.$$

性质 4 如果行列式的某一行(列)的各元素都是二项的和,则这个行列式等于两个行列式的和. 例如

$$\begin{vmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

性质 5 把行列式的某一行(列)的各元素乘以常数 k,加到另一行(列)上,行列式的值不变. 例如,利用性质 4 及推论 3 容易验证下面的等式成立:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+ka_{11} & a_{22}+ka_{12} & a_{23}+ka_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

例 1 计算行列式

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -6 & 10 \\ 3 & -9 & 30 \\ -5 & 15 & 13 \end{vmatrix}.$$