

The Process of the Revitalization of  
Motherland Mathematics  
—Chinese Research of Elementary  
Mathematics Historical Talk



数学·统计学系列

# 振兴祖国数学的圆梦之旅 ——中国初等数学研究史话

杨学枝 杨世明 编著



哈尔滨工业大学出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



数学·统计学系列

The Process of the Revitalization of Motherland Mathematics  
 — Chinese Research of Elementary Mathematics Historical Talk  
**振兴祖国数学的圆梦之旅**  
**——中国初等数学研究史话**

● 杨学枝 杨世明 编著



哈尔滨工业大学出版社  
 HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



## 内容提要

本书主要以历史的时间顺序为主线,介绍了中国初等数学研究中的成就,涵盖了从古至今的中西方数学家在相关领域的重要研究成果.全书共分为三篇:第一篇序幕,第二篇初数登上大雅之堂,第三篇从今走向繁荣昌盛.

本书适合大中学生或数学爱好者参阅.

## 图书在版编目(CIP)数据

振兴祖国数学的圆梦之旅:中国初等数学研究史话/杨学枝,杨世明编著.——哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2015.6

ISBN 978-7-5603-5242-8

I. ①振… II. ①杨… ②杨… III. ①初等数学—数学史—中国—高等学校—教材 IV. ①O12-092

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 035459 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 张永芹 张永文

封面设计 孙茵艾

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 40.25 字数 789 千字

版 次 2015 年 6 月第 1 版 2015 年 6 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-5242-8

定 价 98.00 元

---

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

# ◎ 前 言

## 1

出版一本初等数学研究的历史著作一直是我们初等数学工作者、爱好者的一个长期的梦想。把近三十年中，发生的、亲身经历的历史事件，亲手记录下来，呈现在大家面前，是一件很了不起的事。书中涉及的人和事，都是鲜活的、(大多数)还健在的，事情都是亲身经历，亲自所为，记忆尚未消失，读起来一定倍感亲切。

除了第1篇前三章，是查阅历史资料之外，其余各章各节都是现场记录，据实而写。我们是自己写自己的历史，无虚无夸，是非曲直，一一亮出，没有他人的记录和想象。是想给后人留下一点真实。比如，为了尽可能反映真实，我们把每届会参会人员(名单)都写出来，论文都尽可能地列举出来了，每届会的开会过程、开幕词、闭幕词、纪要都列出来了。

## 2

20世纪七八十年代，眼见一股初等数学研究的春风，从祖国大地的东西南北中，从民间吹起，恰似“溪云初起日沉阁，山雨欲来风满楼”(许浑：“咸阳城东楼”)之势。杨世明和庞宗显两位顺势而发，先后写了三篇文章(“初等数学研究问题自议”“再议”“三议”)，大力倡导初等数学研究，没想到引起全国各地初数爱

好者的热烈回应.继之,成立全国首届交流会“筹备组”“中国初等数学研究工作协调组”,召开全国首届初等数学研究学术交流会.这是数学历史上第一次召开这样的学术盛会,开了数学史上初等数学学术会议的先河.

全国初等数学工作者,初等数学爱好者欢欣鼓舞,研究热情得到激发.

### 3

协调组的最初成员是周春荔、杨世明、庞宗昱、张国旺、杨学枝等五人.首届会在天津召开之后,由于种种原因,协调组的工作,落在了周春荔、杨世明、杨学枝的身上.现在,杨学枝、杨世明两人合作写出了《振兴祖国数学的圆梦之旅——中国初等数学研究史话》,理应由周春荔给写个序,我们把书稿发给他,因为对写法有意见,他没有写,但提出了他的意见和建议,我们部分吸纳了他的意见和建议.而本书的序(前言),就由我们自己来写.不过,这样也好,我们有机会向读者说一说心里话.

专门把初等数学作为学术研究的对象,这在数学的历史上,是从来没有过的,写一本初等数学研究历史的著作,也是第一次.但我们执意要把中国初等数学研究这段历史过程写出来,哪怕作为历史资料也好,把它留存下来,是非功过,留给后人评判.不知怎么写,按什么体例,就如实地写.免得事过久远,时过境迁,他人依据不完整的片面的资料“瞎写”,这也是我们的目的之一.

现在,千千万万的初数爱好者,每天在初等数学这块宝地辛勤耕耘,为数学大厦添砖加瓦.初等数学研究,像一条小溪,渐成大流,时间逝去,再回头来看看今天的事业,会无限感慨,相信人们会为今天的事业称道.

### 4

然而,本书的写作亦有创新:比如,在数学史著作中,很少涉及数学哲学,我们却把数学哲学在我国的萌发,写进了数学史.事实上,我国数学的发展,从一开始就受到数学哲学的“指导”和关顾,而且在以后的发展进程中,再也没有中断过.本书着重分析了《周易》《老子》(道德经)中蕴含的数学思想,和它们在推动数学发展中的作用.

其次,在我国数学发展史上,出现了一种独特的现象——“小册子”现象,它兼数学的普及、大众化和数学的研究发展于一身,形成一道亮丽的风景线.著名数学家、数学工作者、名师,抓住数学中某一个有趣的小专题,上挂下联,适当展开,写成一本本小册子,深入浅出,妙趣横生,所用基础知识不多,中学生、大学低年级学生,争相阅读.“小册子”出于课本,但又高于课本,对于数学教师、数学爱好者也有很强的吸引力.每一本书都一版再版.我们都是过来人,都是被“小册子”吸引过的.这种独特的“小册子”现象,对于数学普及、对于初等数学研究发展,都是功不可没的.

这种独特小册子现象,至今延续,长盛不衰.在我们初等数学研究的历史

### 2

上,为它记下了重重的一笔.

5

中国数学发展的动力,按传统的说法,主要是“经世致用”,即实用.现在发现,“赏玩”也是它发展的另一个动力.比如,孙子算题(有物不知数)、河图洛书(幻书)等,并没有什么实用价值,而大多数“民间算题”,都是因其斗智、玩赏、竞技价值而存在、流传.

20世纪90年代以后,中国初等数学发展的动力,一是来自中国人自己提出的丰富的数学问题,再是靠陈省身猜想.21世纪中国将成为数学大国、数学强国,靠这一目标的强烈鼓舞作用,靠广大初数工作者、初数爱好者顽强决心、信心和爱国热情.

6

近30年来,我国的初等数学研究取得了哪些成果?请读者浏览一下本书的第11,12,13章,在那里,展示了诗样的论文目录,提的问题与课题,都是研究的新成果.特别是在这些“诗句”背后成长的大批数学人才,他们具有了提问题的能力,攻坚克难的能力,达到了参与研究的水平,对国家是十分珍贵的.

初等数学研究事业的兴旺发达,最大的赢家,是数学教育,初数研究的丰硕成果,极大地丰富了数学教育的素材,拓宽了数学教材的背景,最为重要的是,从初数研究中脱颖而出的一大批高水平数学教师,为教学水平的大幅度提高,奠定了基础.

7

清代诗人赵翼,有论诗绝句五首,其一首说

李杜诗篇万口传,至今已觉不新鲜.

江山代有人才出,各领风骚数百年

原“协调组”的五人耄耋老矣,为初数研究事业的持续传承发展,协调组早有准备,早在四届会期间,就成立了由年青人组成的“协调办事组”,后经过三届研究会的持续且有序的工作,完成了由“协调组”向“初等数学研究会”的过渡.现在的理事会机构完整,功能齐全,成员都是有理想、有事业心、愿为初数研究事业贡献力量、干一番事业的年青人.第七、八、九届会,就是由他们主持的,办得井井有条.

我国的初数研究事业,还面临着许多困难.但是,有了这个理事会,有了一代又一代初数研究者决心和努力,我们的事业大有希望.

杨学枝 杨世明

2015年4月

**第 1 篇 序幕 // 1****第 1 章 历史上的辉煌 // 3**

- § 1 中国古代数学成就举要 // 3
- § 2 数学著述、数学家 // 6
- § 3 数学哲学的初萌 // 15

**第 2 章 15 世纪~20 世纪中叶中国数学动荡发展 // 34**

- § 1 15 世纪~17 世纪中外数学发展概况 // 34
- § 2 18 世纪~19 世纪西方与中国数学发展掠影 // 36
- § 3 变量数学传入后中国数学的发展 // 42
- § 4 20 世纪初期~70 年代西方与中国(非初等)数学的发展 // 47

**第 3 章 国内外现代初等数学的发展 // 65**

- § 1 国外初等数学研究发展概况 // 65
- § 2 中国初等数学研究和发展——开创阶段 // 70
- § 3 中国初等数学研究和发展——后续研究 // 76
- § 4 综观 // 90
- § 5 总的看法 // 100

#### 第4章 山雨欲来之势 //103

- §1 “小册子”现象 //103
- §2 山雨欲来风满楼 //114
- §3 “三议” //116
- §4 中国初等数学研究宣传造势活动 //132

### 第2篇 初数登上大雅之堂 //141

#### 第5章 首届初等数学研究学术交流会 //143

- §1 紧锣密鼓的筹备工作 //143
- §2 全国首届初等数学研究学术交流会召开 //155
- §3 会议的巨大收获 //168

#### 第6章 第二、三届初等数学研究学术交流会 //196

- §1 首届会后的形势 //196
- §2 全国第二届初等数学研究学术交流会 //200
- §3 三届初数会 //221
- §4 协调组工作会议及“十点建议” //236

#### 第7章 “协调组”险遭不测,第四届初等数学研究交流会胜利召开 //243

- §1 申请成立“中国数学会初等数学分会” //243
- §2 第四届初等数学研究学术会的筹备工作 //256
- §3 全国第四届初等数学研究学术交流会胜利召开 //261

### 第3篇 从今走向繁荣昌盛 //273

#### 第8章 协调组成长为理事会,第五、六、七届会相继召开 //275

- §1 21世纪首届初数盛会 //275
- §2 第六届会召开,初研会(筹)成立 //291
- §3 第七届初等数学研究学术交流会胜利召开,选举产生第二届理事会 //304
- §4 七届会胜利召开 //307

#### 第9章 第三届理事会继往开来,第八届、九届初数会召开,展望未来 //329

- §1 第八届会议召开,推选第三届理事会 //330
- §2 第九届初数会在安徽省合肥市召开 //376

#### 第10章 筹备成立全国初等数学研究会,部分省市正式成立初数会 //393

- §1 筹备成立全国初等数学研究会 //393
- §2 深圳市初等数学研究会成立 //410
- §3 福建省初等数学学会成立 //427
- §4 广东省初等数学学会成立 //465

#### 第11章 二十春秋风雨艰辛路,初研结实硬软双丰收(一) //487

- §1 对“初等数学研究”的研究 //487
- §2 传承交流,开阔眼界 //495



§ 3 软硬成果,双双丰收	//512
<b>第 12 章 二十春秋风雨艰辛路,初研结实硬软双丰收(二)</b>	<b>//532</b>
§ 1 典型课题的研究成果(1)	//532
§ 2 典型课题的研究成果(2)	//543
§ 3 典型课题的研究成果(3)	//570
<b>第 13 章 《中国初等数学研究》会刊诞生</b>	<b>//600</b>
<b>主要参考文献</b>	<b>//619</b>

第 1 篇 序幕



# 历史上的辉煌

## 第 1 章

中国是数学的故乡。

按数学史家们比较一致的看法是,世界有五大数学发祥地:中国、巴比伦与埃及、希腊、阿拉伯、印度,中国是其中之一。

### § 1 中国古代数学成就举要

中国广大劳动人民和知识分子、知名或佚名数学家,用勤劳和智慧,撰写了辉煌的古代数学史,它博大精深、自成体系。中国数学的发展,自周至明以前(特别是汉、宋、元三代),历时 1800 余年,代表着世界数学的主流。那么,中国古代对数学的发展,到底做出了哪些贡献呢?为了弄清这个问题,就要清理中国古代数学著作。据《中国数学简史》<sup>[6]</sup>编写组估计,流传下来的,就有 2 100 种之多,而由钱宝琮先生在他主编的《中国数学史》([1]、同时参考[2],[3],[4])中告诉我们:

#### 1.1 算术方面

(1) 计数方法:文字(如一、二、三、四、…、十、零)、数字、算筹、盘珠和手掌等各种计数法,空位(后发展为“0”)的应用,同时发明和应用了位值制和十进制;

(2) 整数的四则运算;九九歌、筹算—珠算口诀,包括加减口诀、乘法与归除口诀(以及从中演化的一掌金口诀);

(3) 分数、十进小数的计数方法和运算法则、运算律;

(4) 各种算术应用题及其解法:行程问题、流水行舟、追及问题、比例(及比例分配)问题、工程问题、孙子问题及盈不足术,另有各种民间算题:百子问题、百僧问题、老人卖蛋问题、隔墙算等.

(5) 非十进数的应用.如16进制(1斤=16两),斤两互化歌为

一退六二五,二一二五,三一八七五,四二五,  
五三一二五,六三七五,七四三七五,八五,  
九五六二五,十六二五,十一六三七五,十二七五,  
十三八一二五,十四八七五,十五九三七五,十六一斤

(相当于 $\frac{1}{16}=0.0625$ , $\frac{2}{16}=0.125$ , $\frac{3}{16}=0.1875$ 等)60进制(如角度、时间,还有干支记日、记年;二进制数(八卦中的卦画,以“—”(阳爻)表1,“--”(阴爻)表0,那么一个“卦”都是一个二进制数)的应用.

(6) 初等数论.自然数的初等性质,如奇数偶数、合数素数、约数倍数、公约数、公倍数(以及在通分、约分中的应用)、更相减损术、同余式与不定方程、中国剩余定理、二次不定方程 $x^2+y^2=z^2$ 的通解公式与勾股数组等.

(7) 组合、拓扑思想的萌芽.如卦画的结构、杨辉三角、河图洛书与纵横图(幻方)、象棋围棋(及大量民间杂棋)、纸牌麻将、中国古环(九连环、歧中易及其变形华容道等,大量拓扑益智游戏)、迷宫、拣石子游戏等.

## 1.2 几何方面

(1) 面积、体积的计算.建立和使用了大量的公式,即方田术(矩形计算)、圭田、箕田(梯形)、圆田(圆形)、弧田(弓形)等面积的计算(公式);方堞铸(正四棱柱)、圆堞铸(圆柱)、方锥(正四棱锥)、圆锥、方亭(正四棱台)、圆亭(圆台)、甍堵(底面为直角三角形的直三棱柱)、阳马(底面为矩形、一条侧棱垂直于底面的四棱锥)、鳖臑(底面为直角三角形、一侧棱垂直于底面的三棱锥)以及羨除、刍童等的体积计算(公式).

(2) 相关的原理:有出入相补原理、刘徽—祖暅原理(幂势既同,则积不容异).

(3) 勾股定理、弦图及数十种勾股图证方法、三斜求积公式.

(4) 割圆术与圆面积公式、缀术、求 $\pi$ 、开立圆术与球体积公式(对“缀术”的破解)、连分数方法.

(5) 相似直角三角形(其他用到相似斜三角形)及比例的应用,重差术与三

角比的应用.

### 1.3 代数方面

吴文俊先生在文献<sup>[8]</sup>中说,“代数学无可争辩地是中国创造的,这从《九章算术》等书中可以看出.可以说在 16 世纪以前,除了阿拉伯某些著作之外,代数学基本上是中国一手包办了.”下面的表 1,做了一些对比.

表 1 中国与国外数学方法的对比

	中 国	国 外
位值制十进位计数法	最迟在《九章算术》成书时已十分成熟,成书于公元一世纪左右.	印度最早在 6 世纪末才出现.
分数运算	《周髀算经》中已有,在《九章算术》成书时已成熟.	印度最早在 7 世纪才应用.
十进位小数	刘徽注中引入,宋秦九韶在 1247 年时已通行.	西欧 16 世纪时始有之,印度没有.
开平方、立方	《周髀算经》中已有开平方,《九章算术》中开平、立方已成熟.	西方在 4 世纪末始有开平方,但还没有开立方,印度最早在 7 世纪.
算术应用	《九章算术》中各种类型的应用问题.	印度 7 世纪后的数学书中有某些与中国类似的问题与方法.
正负数	《九章算术》中已成熟.	印度最早见于 7 世纪,西欧至 16 世纪始有之.所谓公元 3 ~ 4 世纪 Diophantus 有正负数规则之说是 有问题的.
联立一次方程组	《九章算术》中已成熟,并有了“矩阵”“行列式”思想萌芽.	印度 7 世纪后开始有一些特殊类型的方程组.西方迟至 16 世纪始有之.
二次方程	《九章算术》中已隐含了求数值解法、图解法.三国时有一般求解法(公式).	印度在 7 世纪后.阿拉伯在 9 世纪有一般求解法.
三次方程	唐初(公元 7 世纪初)有列方程法、求数值解已成熟.	西欧至 16 世纪有一般解求法、阿拉伯 10 世纪有几何解.
高次方程	宋时(12 ~ 13 世纪)已有数值解法.	西欧至 19 世纪初始有同样解法.
联立高次方程组与消元法	元时(14 世纪初)已有之.	西欧甚迟,估计在 19 世纪.

### 1.4 在历法中应用的数学

如调日法、线性与二次插值法、三次内插与外推、垛积术与招差术、高阶等差数列方面的工作.

## 1.5 奠定数学基础的工作

这方面的工作,常常是被数学史家们(的传统观念)忽视了的,但十分重要,我们将在 §3 中详述,包括:

(1) 周易、老子、墨子、庄子中,萌发的数学哲学、数学思想萌芽,建立概念的尝试;

(2) 推导与证明的思想、“名家”的逻辑思想、《老子》中的公理化思想,赵爽弦图数形结合思想与证明思想,刘徽《九章注》与公式的推导、证明;

(3) 割圆术—无限逼近思想、极限萌芽.

总而言之,中国古代数学,“成果”丰富而全面:它的发生发展,几乎涵盖了算术、几何、代数中,所有最基本的东西,通过“算经十书”等整合,几乎满足了当时教学、日用、工、商、税务、水利工程和历法编制等方面的需要,还出现几部初等数学(某一支专题或某一应用领域)专著,如《数书九章》(秦九韶)、《梦溪笔谈》(沈括)、《测圆海镜》(几何专题、方程术)、《四元玉鉴》(多元方程组专著)、《算法统宗》(商用算法、珠算书专著)等.

研究的成就还包含了数形结合思想(宏观层次的,未向微观发展)、记数方法位值制思想,严谨定义和演绎证明的思想(未能向公理体系发展)、极限思想、符号化思想(天之术、四元术——未能发展到系统符号化)、由实用向理论、向玩赏发展的思想萌芽,由于社会实践还没有向数学提出更高的要求,这些萌芽未能发展壮大,是十分可惜的.

## §2 数学著述、数学家

这一节我们主要以数学著作和数学家为线索,具体地阐述我国古代数学成就.然而,中国古代数学著作到底有多少?

李约瑟在他的著作<sup>[3]</sup>中说:“1898年编的《古今算学丛书》仅在三集中重印的著作,就有73种,李俨发表的他个人的藏书目录,其中所列出的大约有450种.

18世纪末(1795~1799),由阮元和李锐编纂的《畴人传》46卷出版.畴人是有专业知识、世代相传的人.天文、数学的发展是有继承性的,所以他们的传记称为《畴人传》.《畴人传》记录了从黄帝时期到嘉庆四年已故天文学家和数学家270余人,其中有著作传世的不足50人.

后罗士琳撰《续畴人传》6卷,收入1799年后的数学家44人.

《畴人传》是为数学家立传的著作,是数学史的重要组成部分.

待到明清两代,中国古代数学发展基本停滞,但撰文著书的则大有人在,据李俨在《中算史论丛》中透露,著书者有 650 余人,著作 1 300 余种,多无创见。

## 2.1 《九章》以前的数学著作

(本小节内容主要参考文献[5])

(1) 西汉《算术》作者许商、杜忠,《汉书·律历志》称(见“备数”一节):“其法在算术,宜于天下,小学是则,职在太史,羲和掌之”。根据刘歆“七略”写成的《汉书·艺文志》录有《许商算术》二十六卷,《杜忠算术》十六卷,至迟成书于西汉末年。属于推算历法之用的一些数学方法,被《艺文志》列入“数术”略之“历谱”中。而“历谱”按班固(公元 32—公元 92)的解释为“序四时之位,正分至之节,会日月五星之晨,以考寒暑杀生之实,……此圣人知命之术也。”

(2) 竹简《算数书》。1983 年,于湖北省江陵县张家山三座西汉前期墓葬中,出土了 1 000 余枚汉简,其中 500 枚为“汉律”,与文献对照,知为汉初萧何制定之法律,此外还有“脉书”“引书”“历谱”“日书”“遗册”等多种文献;奇妙的是,其中 180 余枚,是一部数学著作《算数书》,已清理出来的小标题有分乘、增减分、相乘、含分、经分、里田、金价、程禾、石街、少广、方田、出金、铜耗、贾盐、息钱、负炭等 60 余个。小标题下或有一应用题、或有一计算题、或无题只有法则;有 20 多个无题目的小标题。全书共 80 多道题,内容是与当时社会有关的问题,涉及分数运算法则。结构与《九章》类似,内容已全部包含在《九章》之中了,但比《九章算术》成书要早二三百年。

(3)《周髀算经》,原名《周髀》。髀,大腿骨,因此,它是周代刻在骨头上的数、理、天文学著作。非一人所为,唐初李淳风等人整理,并将其列入“算经十书”,改称《周髀算经》。书中内容可追溯到西周初年,经历代增补,于公元前 100 年前后成书。

《周髀》通过对周公问“数安从出”的回答,叙述并证明了“勾股定理”(比希腊毕达哥拉斯学派早 600 多年);它又通过陈子与容方对话的形式,记述了秦人推求圆周率的一般方法,并取  $\pi \approx 3$ 。并在“盖天说(其言‘天象盖笠,地法覆盘’)”的宇宙模型,建立“日高公式”,运用了复杂的分数计算,应用了相似直角三角形。

传本《周髀》有赵君卿注、甄鸾重述和李淳风等注释。

赵君卿(赵爽)是三国时吴人,作注(在公元 222 年之后),并著“勾股圆方图说”(附于卷一之后),首创“弦图”,依之严格证明了勾股定理,推证了二次方程求解法则,并补绘了“日高图”和“七衡图”。

甄鸾字叔遵,无极(汉北无极县)人,曾撰“天和历”(公元 556 年颁行),他对《周髀》书中数字运算进行了清理;



李淳风等人,一是批评了书中的缺点,二是改正了甄鸾的“勾股圆方图说”的曲解,并重构了盖天说算法模型,创立“斜面重差术”(斜三角形相似)。

## 2.2 《九章算术》

(1)《九章算术》是“算经十书”中最重要著作,萌生于先秦,集我国秦汉以前数学之大成,经长期积累,由汉北平侯张苍和大司农耿寿昌删补、加工,于公元前后定本。全书共246个题目,每题均由题一答一术(草)构成,题目按内容划分为九章,其为:

第一章“方田”:主要讲述了平面几何图形面积的计算方法,包括长方形、等腰三角形、直角梯形、等腰梯形、圆形、扇形、弓形、圆环这八种图形面积的计算方法,另外还系统地讲述了分数的四则运算法则,以及求分子分母最大公约数等方法。

第二章“粟米”:谷物粮食的按比例折换;提出比例算法,称为今有术;衰分章提出比例分配法则,称为衰分术。

第三章“衰分”:比例分配问题;介绍了开平方、开立方的方法,其程序与现今程序基本一致。这是世界上最早的多位数和分数开方法则。

第四章“少广”:已知面积、体积,反求其一边长和径长等。

第五章“商功”:土石工程、体积计算;除给出了各种立体体积公式外,还有工程分配方法。

第六章“均输”:合理摊派赋税;用衰分术解决赋役的合理负担问题。今有术、衰分术及其应用方法,构成了包括今天正、反比例、比例分配、复比例、连锁比例在内的整套比例理论。

第七章“盈不足”:即双设法问题;提出了盈不足、盈适足和不足适足、两盈和两不足三种类型的盈亏问题,以及若干可以通过两次假设化为盈不足问题的一般问题的解法。

第八章“方程”:一次方程组问题;采用分离系数的方法表示线性方程组,相当于现在的矩阵;解线性方程组时使用的直除法,与矩阵的初等变换一致,这是世界上最早的完整的线性方程组的解法;这一章还引进和使用了负数,并提出了正负术——正负数的加减法则,与现今代数中法则完全相同;解线性方程组时实际还施行了正负数的乘除法。

第九章“勾股”:利用勾股定理求解的各种问题。其中的绝大多数内容是与当时的社会生活密切相关的,提出了勾股数问题的通解公式。

(2)成就与影响。“方田”章在世界上最早提出系统的分数四则运算的法则和各种图形的面积公式;“粟米”“衰分”“均输”提出比例及比例分配问题的算法;“少广”章提出世界上最早的多位数开平方、开立方的算法(程序);