



高职高专“十二五”规划公共基础课教材

高等数学(应用类)

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

主编 王建华



江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

高职高专“十二五”规划公共基础课教材

高等数学

(应用类)

主 编 王建华

副主编 曹立昆 刘云龙

 江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

镇 江

内 容 提 要

本书是根据教育部《关于全面提高高等职业教育教学质量的若干意见》及《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》的精神和要求,结合多年的教学实践经验,在充分调研我国高职高专院校教学现状及发展趋势的基础上编写的。

教材的主要内容包括函数、极限与连续,导数与微分,导数的应用,不定积分,定积分及其应用,常微分方程,行列式与矩阵初步,空间解析几何与向量代数,概率论和数理统计共十章。

本书可作为高职高专经贸类、机电类、建工类等专业的高等数学基础课程教材,也可作为读者学习高等数学的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学:应用类/王建华主编. — 镇江:江苏大学出版社,2013.8

ISBN 978-7-81130-553-1

I. ①高… II. ①王… III. ①高等数学—高等职业教育—教材 IV. ①013

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第189286号

高等数学(应用类)

Gaodeng Shuxue (Yingyonglei)

主 编 / 王建华

责任编辑 / 吴昌兴

出版发行 / 江苏大学出版社

地 址 / 江苏省镇江市梦溪园巷30号(邮编:212003)

电 话 / 0511-84446464(传真)

网 址 / <http://press.ujs.edu.cn>

排 版 / 北京金企鹅文化发展中心

印 刷 / 北京市科星印刷有限责任公司

经 销 / 江苏省新华书店

开 本 / 787 mm×1 092 mm 1/16

印 张 / 24.75

字 数 / 572千字

版 次 / 2013年8月第1版 2013年8月第1次印刷

书 号 / ISBN 978-7-81130-553-1

定 价 / 45.00元

如有印装质量问题请与本社营销部联系(电话:0511-84440882)



本书是根据教育部《关于全面提高高等职业教育教学质量的若干意见》及《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》的精神和要求,结合多年的教学实践经验,在充分调研我国高职高专院校教学现状及发展趋势的基础上编写的,是高等数学基础课教材,也是黑龙江农垦科技职业学院《高职数学教学改革与实践研究》课题组的研究成果之一。

本教材具有以下特色:

(1) 实用性强。本教材集微积分、线性代数初步、概率论与数理统计初步等知识于一体,在内容的组织上遵循“以应用为目的,以必需、够用为度”的原则,淡化理论,侧重计算和应用,注重数学能力、数学思维的培养,既体现了公共性,又体现了专业性。

(2) 利于教,利于学。本教材充分考虑了高职学生的数学基础,理论描述精确简练,具体讲解通俗易懂;例题设计有典型性,深入浅出;例题与习题的配备针对性强。习题分A、B两个层次,A组为基础题,B组为提高题。习题设置灵活,应用性强,同时注重基础知识、基本方法和基本技能的训练。

(3) 利于学生自学。本教材每章的前面有导学和本章学习目标,结尾有本章小结,使学生自学有目标,复习有重点。

(4) 本教材内容分必学和选学两部分,其中,带*号的内容供部分专业选学和学有余力的学生自学。

本书由黑龙江农垦科技职业学院的王建华担任主编,由黑龙江农垦科技职业学院的曹立昆和刘云龙担任副主编,黑龙江农垦科技职业学院的王钰、苏朋、陈丽丽参编,最后由黑龙江农垦科技职业学院的陈丽丽教授主审。具体分工如下:

王建华编写第一章、第四章、第九章和各章习题答案,并进行全书的统稿工作;曹立昆编写第二章、第三章;刘云龙编写第七章、第八章;王钰编写第六章、第十章;苏朋编写第五章;陈丽丽主审并编写了附录。

本书在组织编写和统稿过程中,得到黑龙江农垦科技职业学院基础部主任高美华教授的大力支持和帮助,得到出版社编辑同志们的帮助和指导,在此表示衷心感谢。



由于水平有限,书中不足和考虑不周之处,我们期望得到广大专家、同行和读者的批评指正,使本书在教学实践中不断完善。如有问题,请赐至邮箱 wangjianhua04@163.com,我们必将诚恳回谢!

另外,本书配有丰富的教学资源包,读者可登陆北京金企鹅文化发展中心的网站(www.bjjqe.com)下载。

编 者

2013年8月

本书编委会

主 编：王建华

副主编：曹立昆 刘云龙

参 编：王 钰 苏 朋 陈丽丽

主 审：陈丽丽



第一章 函数、极限与连续	1
第一节 函数	1
一、区间及邻域	1
二、函数的概念	3
三、函数的表示法	4
四、函数的性质	6
五、反函数	7
六、基本初等函数	8
七、复合函数	11
八、初等函数	12
九、建立函数关系举例	12
习 题 1-1	13
*第二节 常用的经济函数	15
一、需求函数与价格函数	15
二、供给函数	15
三、总成本函数	16
四、收入函数与利润函数	16
习 题 1-2	18
第三节 极限	19
一、数列极限	19
二、函数极限	20
习 题 1-3	24
第四节 无穷小量与无穷大量	25
一、无穷小量	25
二、无穷大量	27
三、无穷大量与无穷小量的关系	27
习 题 1-4	28
第五节 极限的运算	29
习 题 1-5	33



第六节 两个重要极限	34
一、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	34
二、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	35
习 题 1-6	37
第七节 无穷小量的比较	38
习 题 1-7	40
第八节 函数的连续性与间断点	41
一、函数的连续性	41
二、函数的间断点	43
习 题 1-8	46
第九节 初等函数的连续性	47
一、连续函数的运算	47
二、闭区间上连续函数的性质	50
习 题 1-9	51
本章小结	51
第二章 导数与微分	54
第一节 导数的概念	54
一、两个实例	54
二、导数的概念	56
三、求导举例	60
四、可导与连续	62
五、光滑曲线	62
习 题 2-1	63
第二节 初等函数的求导法则	64
一、函数求导的四则运算法则	64
二、复合函数的求导法则	65
三、反函数的求导法则	68
四、初等函数的求导公式	69
习 题 2-2	70
第三节 隐函数及参数方程确定的函数的导数	72
一、隐函数的导数	72



二、由参数方程所确定的函数的导数	74
习 题 2-3	75
第四节 高阶导数	76
一、高阶导数的概念	76
二、高阶导数的求法	77
习 题 2-4	78
第五节 微分及其在近似计算中的应用	79
一、两个实例	79
二、微分的概念	81
三、微分的几何意义	82
四、微分的运算法则	83
五、微分在近似计算中的应用	85
习 题 2-5	86
本章小结	87
第三章 导数的应用	89
第一节 中值定理与洛必达法则	89
一、罗尔 (Roll) 中值定理	89
二、拉格朗日中值定理及其两个推论	90
*三、柯西 (Cauchy) 中值定理	91
四、洛必达法则	92
习 题 3-1	95
第二节 函数的单调性、极值与最值	96
一、函数的单调性	96
二、函数的极值	98
三、函数的最值	100
习 题 3-2	102
第三节 函数图形的描绘	103
一、曲线的凹向及其判别法	103
二、拐点及其求法	104
三、曲线的渐近线	105
四、函数作图的一般步骤	107
习 题 3-3	108
第四节 一元函数微分学在经济上的应用	109
一、边际分析	109



二、弹性与弹性分析	112
习 题 3-4	115
本章小结	116
第四章 不定积分	117
第一节 不定积分的概念与性质	117
一、原函数和不定积分的概念	117
二、不定积分的几何意义	119
三、不定积分的性质	119
四、基本积分公式	120
习 题 4-1	122
第二节 换元积分法	123
一、第一换元积分法	123
二、第二换元积分法	126
三、补充的积分公式	130
习 题 4-2	130
第三节 分部积分法	132
习 题 4-3	135
第四节 积分表的使用	136
一、直接查表	136
二、先进行变量替换,再进行查表	136
三、用递推公式	137
习 题 4-4	137
本章小结	138
第五章 定积分及其应用	139
第一节 定积分的概念与性质	139
一、定积分问题的引例	139
二、定积分的定义	141
三、定积分的几何意义	142
四、定积分的性质	142
习 题 5-1	145
第二节 微积分基本公式	146
一、变上限定积分	146
二、牛顿-莱布尼兹公式	147
习 题 5-2	148



第三节 定积分的积分方法	150
一、定积分的换元积分法	150
二、定积分的分部积分法	152
习 题 5-3	153
*第四节 广义积分	155
一、无穷区间的广义积分	155
二、无界函数的广义积分(瑕积分)	156
习 题 5-4	158
第五节 定积分的应用(一)	159
一、平面图形的面积	159
二、空间立体的体积	162
三、平面曲线的弧长	165
习 题 5-5	167
第六节 定积分的应用(二)	168
一、成本函数	169
二、收益函数	169
三、利润函数	170
四、产量函数	170
习 题 5-6	171
第七节 定积分的应用(三)	172
一、变力做功	172
二、液体压力	173
习 题 5-7	174
本章小结	175
第六章 常微分方程	179
第一节 微分方程的基本概念	179
一、引例	179
二、微分方程的基本概念	180
习 题 6-1	181
第二节 一阶微分方程	182
一、最简单的一阶微分方程的解法	182
二、可分离变量的微分方程	183
三、齐次型微分方程	184
四、一阶线性微分方程	185



习题 6-2	187
第三节 可降阶的二阶微分方程	188
一、 $y'' = f(x)$ 型	189
二、 $y'' = f(x, y')$ 型	189
三、 $y'' = f(y, y')$ 型	190
习题 6-3	190
*第四节 二阶线性微分方程	191
一、二阶常系数齐次线性微分方程	191
二、二阶常系数非齐次线性微分方程	195
习题 6-4	197
本章小结	198
第七章 行列式与矩阵初步	200
第一节 行列式	200
一、行列式的概念	200
二、行列式的性质	204
三、克莱姆法则	205
四、运用克莱姆法则讨论齐次线性方程组的解	206
习题 7-1	207
第二节 矩阵的概念	209
一、矩阵的定义	209
二、特殊矩阵	210
习题 7-2	211
第三节 矩阵的运算	212
一、矩阵的加减法	212
二、数与矩阵相乘(数乘矩阵)	213
三、矩阵与矩阵相乘(矩阵乘法)	213
四、方阵的幂	215
五、矩阵的转置	215
六、方阵的行列式	216
习题 7-3	217
第四节 逆矩阵与初等变换	217
一、逆矩阵	217
二、矩阵的初等变换	221
习题 7-4	222



第五节 一般线性方程组的求解	223
一、线性方程组的矩阵形式	223
二、高斯消元法	224
习 题 7-5	228
本章小结	228
第八章 空间解析几何与向量代数	230
第一节 空间直角坐标系	230
一、空间直角坐标系	230
二、空间两点之间的距离公式	232
习 题 8-1	233
第二节 向量及其线性运算	233
一、向量的概念	233
二、向量的加、减法	234
三、数与向量的乘法	235
习 题 8-2	236
第三节 向量的坐标	236
一、向量的坐标表达式	236
二、向量线性运算的坐标表示	237
三、向量的模与方向余弦	238
习 题 8-3	239
第四节 向量的数量积与向量积	239
一、向量的数量积	239
二、向量的向量积	241
习 题 8-4	243
第五节 平面及其方程	244
一、平面的点法式方程	244
二、平面的一般方程	246
三、两平面的夹角、平行与垂直的条件	248
习 题 8-5	249
第六节 空间直线及其方程	250
一、直线的标准方程	250
二、直线的参数方程	251
三、直线的一般方程	252
四、两直线的夹角、平行与垂直的条件	253



习 题 8-6	254
本章小结	255
第九章 概率论	257
第一节 随机事件	257
一、随机现象与随机事件	257
二、事件间的关系与运算	259
习 题 9-1	263
第二节 随机事件的概率	264
一、预备知识	265
二、概率的定义	266
习 题 9-2	272
第三节 条件概率和事件的独立性	273
一、条件概率的定义	273
二、条件概率的性质	275
三、事件的独立性	275
四、独立试验概型	277
习 题 9-3	278
第四节 随机变量及其分布	280
一、随机变量的概念	280
二、离散型随机变量及其分布	282
三、连续型随机变量及其概率密度	285
习 题 9-4	289
第五节 随机变量的数字特征	291
一、离散型随机变量的数学期望	291
二、连续型随机变量的数学期望	292
三、数学期望的性质	293
四、方差	293
五、常用分布的期望与方差	295
习 题 9-5	295
本章小结	296
第十章 数理统计	299
第一节 数理统计基础知识	299
一、总体、样本与统计量	299
二、统计量的分布	301



第二节 统计推断	306
一、基本概念	306
二、点估计	307
三、区间估计	308
四、假设检验	311
第三节 回归分析	316
一、相关关系	316
二、一元线性回归	319
本章小结	322
第十章 习题	323
习题答案	326
附录一 积分表	361
附录二 初等数学常用公式	371
附录三 标准正态分布函数数值表	375
附录四 χ^2 分布表	376
附录五 t 分布表	377
附录六 F 分布表	379

第一章 函数、极限与连续

【导 学】

文艺复兴末期的 16 世纪, 西方社会处于大变革时期, 自然科学领域中的力学、天文学等, 为适应生产实践的需要, 开始把运动作为研究的主要对象, 对各种变化过程和过程中量与量之间的依赖关系进行研究, 这就产生了函数的概念. 函数是刻画运动变化过程中变量相依关系的抽象数学模型.

自法国数学家笛卡尔创立坐标几何后, 变量和函数的概念便进入了数学, 从而改变了数学发展的历史进程, 使得数学从常量数学转入了变量数学, 即微积分. 微积分是“高等数学”课程的主要内容, 它的研究对象是函数(特别是连续函数), 研究工具是极限. 本章将介绍函数、极限及连续等重要概念及其性质.

【学习目标】

1. 理解区间、邻域的概念, 函数、基本初等函数、复合函数、分段函数的概念.
2. 掌握复合函数的复合与分解过程; 了解反函数、初等函数的概念.
3. 理解函数极限的定义, 无穷小量、无穷大量的概念; 理解极限的四则运算法则; 会用两个重要极限求极限; 会求连续函数和分段函数的极限.
4. 理解函数的连续性及各函数间断点的概念, 会判断函数是连续还是间断及间断点的类型. 掌握初等函数的连续性; 理解闭区间上连续函数的性质.
5. 会用函数关系描述经济、物理等生产生活实际问题.

第一节 函 数

一、区间及邻域

1. 区间

高等数学中用到的集合主要是数集, 即元素都是数的集合, 我们将全体自然数的集合记作 $\mathbf{N}$, 全体整数的集合记作 $\mathbf{Z}$, 全体有理数的集合记作 $\mathbf{Q}$, 全体实数的集合记作 $\mathbf{R}$.



任何一个变量都有一定的变化范围. 如果变量的变化范围是连续的, 常用一种特殊的数集——区间来表示. 下面引入各种区间的名称和记号.

设 a, b 是两个实数, 且 $a < b$, 则

数集 $\{x | a \leq x \leq b\}$ 为以 a, b 为端点的闭区间, 记作 $[a, b]$, 如图 1-1 (a) 所示;

数集 $\{x | a < x < b\}$ 为以 a, b 为端点的开区间, 记作 (a, b) , 如图 1-1 (b) 所示;

数集 $\{x | a < x \leq b\}$ 和 $\{x | a \leq x < b\}$ 为以 a, b 为端点的半开半闭区间, 记作 $(a, b]$ 或 $[a, b)$, 如图 1-1 (c) 和 (d) 所示.

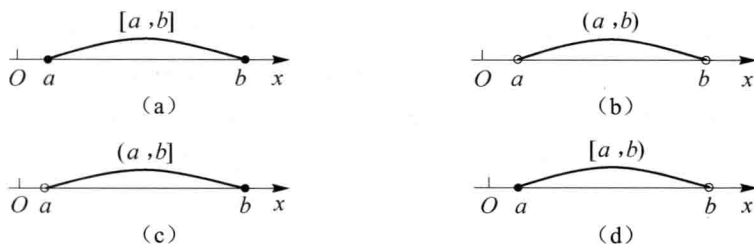


图 1-1

以上各种情形中的区间均为有限区间, 数 $b - a$ 称为区间的长度.

除了上述有限区间外, 还有一类区间为无限区间. 在无限区间中, 区间的端点 (如上述的 a, b) 可以无限扩展, 即

数集 $\{x | a \leq x < +\infty\}$ 可记作 $[a, +\infty)$, 数集 $\{x | a < x < +\infty\}$ 可记作 $(a, +\infty)$;

数集 $\{x | -\infty < x \leq a\}$ 可记作 $(-\infty, a]$, 数集 $\{x | -\infty < x < a\}$ 可记作 $(-\infty, a)$;

$(-\infty, +\infty)$ 表示全体实数的集合 $\mathbf{R}$.



注意

(1) 区间是实数集的子集.

(2) $+\infty$ 和 $-\infty$ 分别表示“正无穷大”和“负无穷大”, 它们不是数, 仅仅是一个记号.

2. 邻域

为了讨论数轴上某点附近的性质, 我们引入了邻域的概念.

设 a 与 δ 是两个实数, 且 $\delta > 0$, 则数集 $\{x | a - \delta < x < a + \delta\}$ 称为点 a 的 δ 邻域, 记作 $U(a, \delta)$, 如图 1-2 (a) 所示, 即

$$U(a, \delta) = \{x | a - \delta < x < a + \delta\} \text{ 或 } U(a, \delta) = \{x | |x - a| < \delta\}.$$

其中, 点 a 称为 $U(a, \delta)$ 的中心, δ 称为 $U(a, \delta)$ 的半径.

若将邻域的中心 a 去掉, 则所得的集合 $\{x | 0 < |x - a| < \delta\}$ 称为点 a 的去心 δ 邻域, 记作 $\overset{\circ}{U}(a, \delta)$, 如图 1-2 (b) 所示, 即