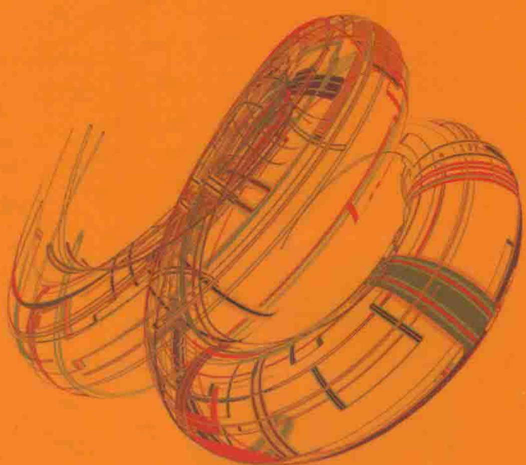
新编高等院校公共基础课系列规划教材

大学数学

Daxue Shuxue

（第3版）

主编　朱兴萍　陈丽



华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

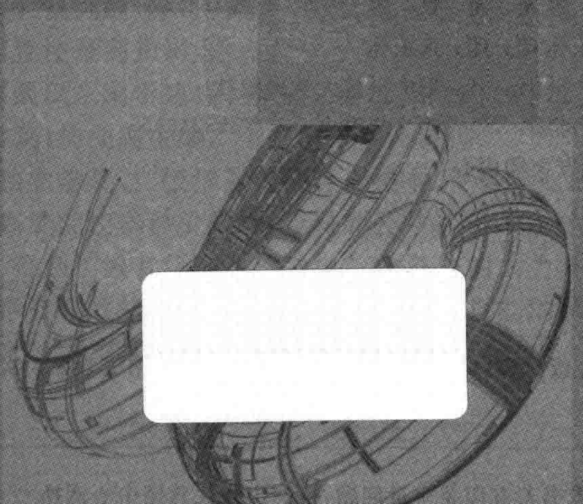
新编高等院校公共基础课系列规划教材

大学数学

Daxue Shuxue

（第3版）

主　编　朱兴萍　陈　丽
副主编　周　琳　袁　慧



華中科技大學出版社
http://www.hustp.com
中国·武汉

图书在版编目(CIP)数据

大学数学/朱兴萍,陈丽主编.—3版.—武汉:华中科技大学出版社,2014.10
ISBN 978-7-5609-9850-3

Ⅰ.①大… Ⅱ.①朱… ②陈… Ⅲ.①高等数学-高等学校-教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第193949号

大学数学(第3版)　　朱兴萍　陈　丽　主编

责任编辑:史永霞
封面设计:龙文装帧
责任校对:张　琳
责任监印:张正林
出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)
武昌喻家山　邮编:430074　电话:(027)81321915
录　　排:华中科技大学惠友文印中心
印　　刷:武汉市籍缘印刷厂
开　　本:787mm×960mm　1/16
印　　张:25.25
字　　数:535千字
版　　次:2008年9月第1版　2011年9月第2版　2014年9月第3版第1次印刷
定　　价:40.00元

華中出版

本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线:400-6679-118　竭诚为您服务

前　　言

近年来独立学院的建设与发展很快，到目前为止，全国已有数百所之多. 与普通高等院校培养人才的模式不同，独立学院的人才培养更侧重于应用型和技能型. 教材作为实现人才培养目标的载体，对独立学院人才培养的质量有举足轻重的作用，然而独立学院的教材建设有些滞后. 目前，绝大多数独立学院的教材都是选用普通高校的教材或高职高专的教材，这两类教材都不太适合独立学院的学生学习. 因此，编写出适合独立学院人才培养需求的教材，成为当前的重要任务.

基于上述考虑，编者编写了这本《大学数学》，内容包括微积分、线性代数、概率论与数理统计三部分. 本书具有以下特点.

第一，不过分追求理论体系的完整性和运算技巧，但保持叙述的严谨性，把握基本概念的准确性，以突出数学思想、数学方法的应用为核心.

第二，内容叙述上做了精心安排，起点较低，由浅入深，循序渐进. 对基本概念的叙述，力求从身边的实际问题出发，自然地引出，增强学生的感性认识，由具体到抽象，知识过渡自然. 对重要概念定理加以注释，或给出反例. 从多角度帮助读者正确领会概念、定理的内涵.

第三，注重应用性. 本书注意联系经济管理和自然科学中的问题，并注意举例的多样性，使学生从不同侧面理解、掌握用数学处理实际问题的方法，提高他们分析问题、处理问题的能力和素质.

第四，本书配有大量例题，除每节配有紧扣该节内容的习题外，每章配有该章内容的综合练习. 习题的配置注意到知识点的覆盖面及题型的多样性.

本书由朱兴萍（武汉东湖学院）、陈丽（武汉工程科技学院）担任主编，周琳（武昌工学院）、袁慧（武昌工学院）担任副主编。全书由朱兴萍统稿.

本教材可作为独立学院、二级学院经济管理类本、专科专业的教学用书（120～140 学时），也可作为普通高等院校本科少学时、专科的公共基础课教材.

在编写过程中，得到了编者所在学校领导与教务处的大力支持与帮助. 同时，华中科技大学出版社做了卓有成效的组织工作. 在此一并表示衷心的感谢. 由于编者水平有限，难免有错误和不妥之处，敬请广大读者批评指正.

编　者

2014 年 6 月

目　　录

第1篇　微　积　分

第 2 篇 线 性 代 数

第 3 篇　概率论与数理统计

第1篇 微 积 分

第 1 章　函数　极限　连续

初等函数研究的对象是常量，而高等数学以变量作为研究的对象. 变量之间的关系称为函数. 极限方法是研究变量的一种基本方法. 本章主要介绍函数、极限和连续性等基本概念，以及它们的一些性质.

1.1　函　　数

1.1.1　变量

1. 常量与变量

我们在观察某一现象的过程中，常会遇到许多不同的量. 其中有的量在过程中不发生变化，始终保持一定的数值，我们称这种量为**常量**，常用 a,b,c 等符号表示；而有的量在过程中是变化的，也就是可以取不同的数值，我们称这种量为**变量**，常用 x,y,z 等符号表示.

任何一个变量都有确定的变化范围. 我们常用集合、区间及邻域这三种形式表示变量的变化范围.

2. 集合

一般地，**集合**是具有某种属性的事物的全体，或者说是一些特定对象的总体，通常用大写英文字母 $A,B,C,\cdots$ 表示，常见的有 $\mathbf{N},\mathbf{Z},\mathbf{Q},\mathbf{R}$ 等集合. 构成集合的事物或对象称为集合的**元素**，通常用小写英文字母 $a,b,c,\cdots$ 表示.

表示集合的方法通常有列举法和描述法. **列举法**是将集合中的元素一一列举出来，写在一个大括号内. 例如，1 到 10 的所有偶数所组成的集合可以表示为

$$A=\{2,4,6,8,10\}.$$

用列举法表示集合时，必须列出集合的所有元素，不得遗漏和重复.

描述法是把集合中各元素所具有的共同性质写在大括号内表示这一集合. 例如

$$A=\{x \mid a<x<b\}$$

表示满足不等式 $a<x<b$ 的所有 x 的集合.

3. 区间

设 a,b 为实数，且 $a<b$.

(1) 满足不等式 $a<x<b$ 的所有实数 x 的集合，称为以 a,b 为端点的**开区间**，记作 (a,b)，即

$$(a,b)=\{x \mid a<x<b\}.$$

(2) 满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的所有实数 x 的集合，称为以 a,b 为端点的**闭区间**，记作 $[a,b]$，即

$$[a,b]=\{x \mid a\leqslant x\leqslant b\}.$$

(3) 满足不等式 $a<x\leqslant b$（或 $a\leqslant x<b$）的所有实数 x 的集合，称为以 a,b 为端点的**半开区间**，记作 $(a,b]$（或 $[a,b)$），即

$$(a,b]=\{x \mid a<x\leqslant b\}\ (\text{或}[a,b)=\{x \mid a\leqslant x<b\}).$$

以上三类区间为**有限区间**，有限区间的右端点 b 与左端点 a 的差 $b-a$，称为区间的**长度**.

还有下面几类**无限区间**.

(4) $(a,+\infty)=\{x \mid x>a\}$，$[a,+\infty)=\{x \mid x\geqslant a\}$.

(5) $(-\infty,b)=\{x \mid x<b\}$，$(-\infty,b]=\{x \mid x\leqslant b\}$.

(6) $(-\infty,+\infty)=\{x \mid -\infty<x<+\infty\}$.

区间 $(-\infty,+\infty)$ 即全体实数的集合.

注 ① 记号 $+\infty$、$-\infty$ 都只是表示无限性的一种记号，它们都不是某个确定的数，因此不能像数一样进行运算；② 以后如果遇到所做的论述对不同类型的区间（有限的、无限的、开的、闭的、半开的）都适用，为了避免重复讨论，就用“区间 I”代表各种类型的区间.

4. 邻域

设 a 与 δ 是两个实数，且 $\delta>0$. 数集

$$\{x \mid |x-a|<\delta\}$$

在数轴上是一个以点 a 为中心、长度为 2δ 的开区间 $(a-\delta,a+\delta)$，称为点 a 的 δ **邻域**，记作 $U(a,\delta)$，即

$$U(a,\delta)=\{x \mid |x-a|<\delta\}=(a-\delta,a+\delta).$$

点 a 称为这个**邻域的中心**，δ 称为这个**邻域的半径**.

例如，$U(1,2)$ 表示以点 $a=1$ 为中心、$\delta=2$ 为半径的邻域，也就是开区间 $(-1,3)$.

有时用到的邻域需要把邻域中心去掉. 点 a 的 δ 邻域去掉中心 a 后，称为点 a 的**去心 δ 邻域**，记作 $\mathring{U}(a,\delta)$，即

$$\begin{aligned}\mathring{U}(a,\delta)&=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}\\&=(a-\delta,a)\cup(a,a+\delta).\end{aligned}$$

例如，$\mathring{U}(1,2)$ 表示以 1 为中心、2 为半径的去心邻域，即 $(-1,1)\cup(1,3)$.

1.1.2 函数的定义和表示方法

1. 函数的定义

定义 1 设 x,y 是两个变量，D 是一给定数集，如果对于 D 中的每一个 x，按照一定的法则总有确定的数值 y 与之对应，则称 y 是 x 的**函数**，记为

$$y=f(x),\quad x\in D,$$

其中 x 称为**自变量**，y 称为**因变量**. 自变量的取值范围称为**定义域**(用 D 表示)，对应的因变量的取值范围称为**值域**(用 M 表示).

例 1 求函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ 的定义域.

解 由 $4-x^2>0$ 得定义域 $D=\{x\mid -2<x<2\}$，用区间表示为$(-2,2)$.

例 2 设函数 $f(x)=x^4+x^2+1$，求 $f(0)$，$f(t^2)$，$[f(t)]^2$，$f\left(\dfrac{1}{t}\right)$，$f(x+h)$.

解

$$f(0)=0+0+1=1,$$

$$f(t^2)=(t^2)^4+(t^2)^2+1=t^8+t^4+1,$$

$$[f(t)]^2=(t^4+t^2+1)^2,$$

$$f\left(\frac{1}{t}\right)=\left(\frac{1}{t}\right)^4+\left(\frac{1}{t}\right)^2+1=\frac{1+t^2+t^4}{t^4},$$

$$\begin{aligned}f(x+h)&=(x+h)^4+(x+h)^2+1\\&=x^4+4hx^3+(6h^2+1)x^2+(4h^3+2h)x+h^4+h^2+1.\end{aligned}$$

例 3 设 $f(x+3)=\dfrac{x+1}{x+2}$，求 $f(x)$.

解 令 $x+3=t$，可得 $x=t-3$，于是

$$f(x+3)=f(t)=\frac{(t-3)+1}{(t-3)+2}=\frac{t-2}{t-1},$$

因此

$$f(x)=\frac{x-2}{x-1}.$$

2. 函数的表示方法

函数的常用表示方法有三种，即公式法、表格法和图像法.

三种方法都有各自的优点：公式法的优点是便于理论推导和计算；表格法的优点在于函数值容易查得，如三角函数表和对数表等；图像法的优点是直观形象，一目了然. 本书以公式法为主.

3. 反函数

定义 2 设有函数 $y=f(x)$，其定义域为 D，值域为 M，对于 M 中的每一个 y，都可以

从数集 D 中找到唯一的一个 x，使 $f(x)=y$. 由 y 对应 x 的法则记为 f^{-1}，称 f^{-1} 是 f 的**反函数**，也即 $x=f^{-1}(y)$ 是 $y=f(x)$ 的反函数，它的定义域是 M，值域是 D.

习惯上，自变量用 x 表示，因变量用 y 表示，因此也可以说，$y=f^{-1}(x)$ 是 $y=f(x)$ 的反函数.

相对于反函数 $y=f^{-1}(x)$ 来说，原来的函数 $y=f(x)$ 称为**直接函数**. 把直接函数 $y=f(x)$ 和它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图形画在同一直角坐标系中，这两个图形关于直线 $y=x$ 是对称的.

例 4　求函数 $y=3x-1$ 的反函数.

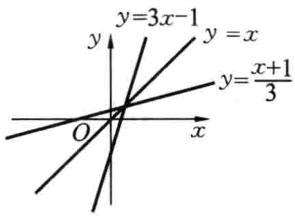


图 1-1

解　由 $y=f(x)=3x-1$ 可以求出

$$x=f^{-1}(y)=\frac{y+1}{3},$$

交换 x,y，即求得反函数

$$y=\frac{x+1}{3}.$$

它们的函数图形如图 1-1 所示.

4. 分段函数

用式子表示的函数，有时在它们的定义域的不同范围上具有不同的表达式，这种函数称为**分段函数**. 分段函数在实际问题中经常出现.

例 5　某市出租车按如下规定收费：当行驶里程不超过 3 km 时，一律收起步费 10 元；当行驶里程超过 3 km 时，除起步费外，对超过 3 km 且不超过 10 km 的部分，按每千米 2 元计费；对超过 10 km 的部分，按每千米 3 元计费. 试写出车费 c 与行驶里程 s 之间的函数关系.

解　设 $c=c(s)$ 表示这个函数，其中 s 的单位是 km，c 的单位是元. 按上述规定，当 $0<s\leqslant 3$ 时，$c=10$；当 $3<s\leqslant 10$ 时，$c=10+2(s-3)=2s+4$；当 $s>10$ 时，$c=10+2(10-3)+3(s-10)=3s-6$. 以上函数关系可写为

$$c(s)=\begin{cases}10, & 0<s\leqslant 3,\\ 2s+4, & 3<s\leqslant 10,\\ 3s-6, & s>10.\end{cases}$$

所以，$c(s)$ 就是一个分段函数.

定义 3　若 $f(x)=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0,\end{cases}$ 则称 $f(x)$ 为**符号函数**，记作 $\operatorname{sgn}x$，即

$$f(x)=\begin{cases}1, & x\in(0,+\infty),\\ 0, & x=0,\\ -1, & x\in(-\infty,0).\end{cases}$$

符号函数的图形如图 1-2 所示.

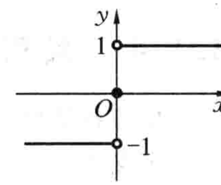


图 1-2

有了符号函数,有些分段函数书写起来就可以简单一些,例如

$$f(x)=\begin{cases}-\sqrt{1+x^2}, & x<0,\\ 0, & x=0,\\ \sqrt{1+x^2}, & x>0\end{cases}$$

可表示为

$$f(x)=\sqrt{1+x^2}\operatorname{sgn}x.$$

1.1.3 复合函数 初等函数

定义 4 下列函数称为**基本初等函数**.

(1) 幂函数:$y=x^a$(a 为任何实数).

(2) 指数函数:$y=a^x$($a>0$ 且 $a\neq 1$).

(3) 对数函数:$y=\log_a x$($a>0$ 且 $a\neq 1$).

(4) 三角函数:$y=\sin x, y=\cos x, y=\tan x, y=\cot x, y=\sec x, y=\csc x$.

(5) 反三角函数:$y=\arcsin x, y=\arccos x, y=\arctan x, y=\operatorname{arccot} x$.

基本初等函数的性质及图形读者已经很熟悉了,在此不再赘述.

定义 5 设函数 $y=f(u), u\in D_1$,而函数 $u=g(x)$ 在 D 上有定义,且 $g(D)\subseteq D_1$,则由下式确定的函数

$$y=f[g(x)],\quad x\in D$$

称为由函数 $y=f(u)$ 和函数 $u=g(x)$ 构成的**复合函数**,它的定义域为 D,变量 u 称为**中间变量**.

需要指出的是,并不是任何两个函数都能构成复合函数,函数 g 与函数 f 能构成复合函数的条件是:函数 g 的值域 $g(D)$ 必须被 f 的定义域 D_f 所包含,即 $g(D)\subset D_f$,否则不能构成复合函数.例如,函数 $y=\sqrt{u}$ 和 $u=1-x^2$ 不能直接复合,需将函数 $u=1-x^2$ 的定义域限制在 $[-1,1]$ 上,这样才可以得到复合函数 $y=\sqrt{1-x^2}, x\in[-1,1]$.

另外,函数的复合还可以推广到两个以上的函数的情形.例如,函数 $y=[\ln(x^2+2)]^3$ 由 $y=u^3, u=\ln v, v=x^2+2$ 复合而成.

定义 6 由常数及基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合所构成的,并且可以用一个式子表示的函数称为**初等函数**.

例如

$$y=\sqrt{1-x^2},\quad y=2\ln(x+\sqrt{x^2+1}),\quad y=\sin 3x$$

都是初等函数.本节讨论的函数主要是初等函数.