

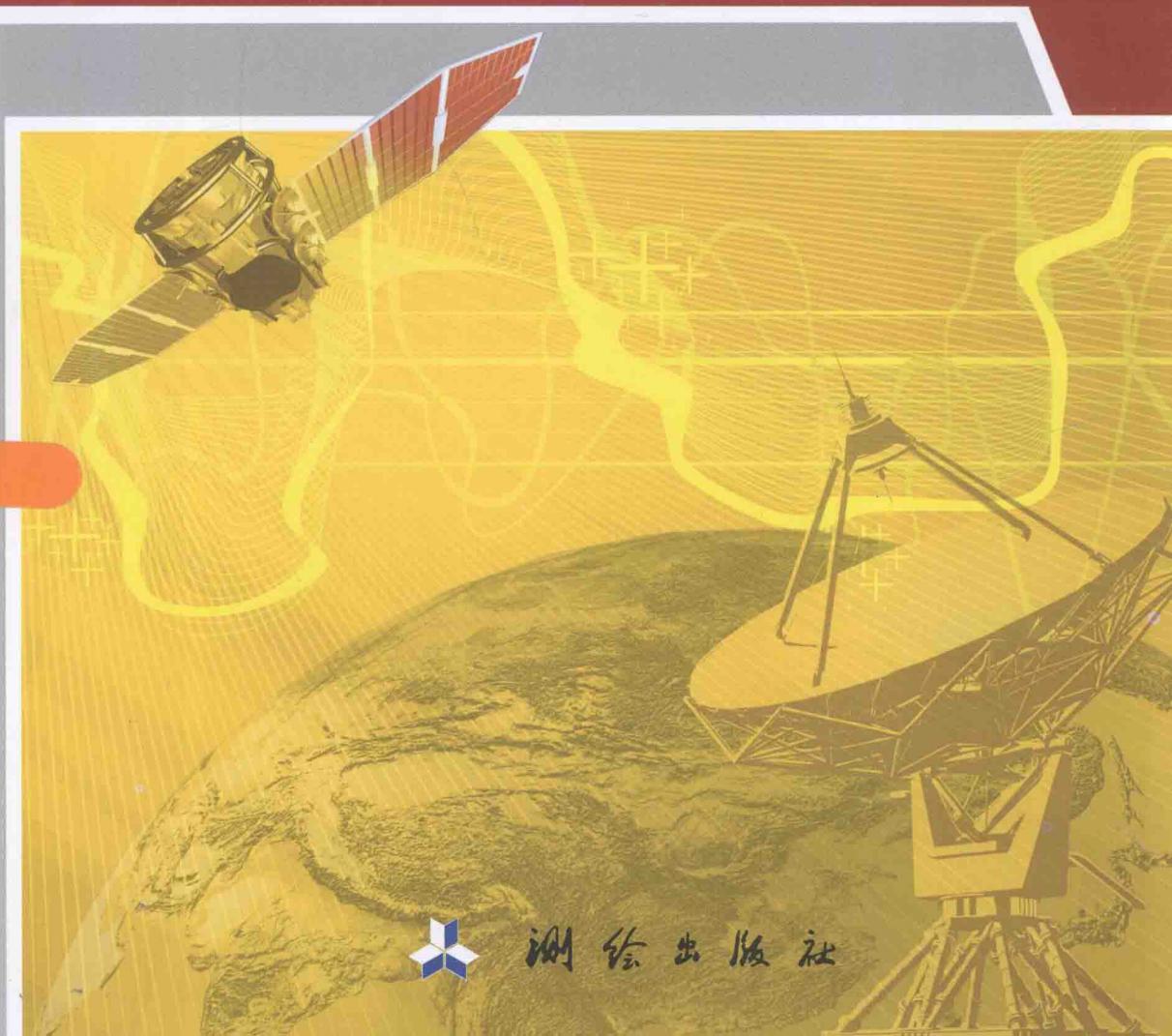


高等学校教材

# 雷达摄影测量

Radargrammetry

靳国旺 张红敏 徐青 编著



测绘出版社



© 靳国旺 2015

所有权利(含信息网络传播权)保留,未经许可,不得以任何方式使用。

## 内 容 简 介

本书内容紧紧围绕雷达摄影测量的基本原理和最新技术发展,从雷达摄影测量的基本概念入手,对雷达摄影测量的发展概况与分类、雷达成像与摄影、SAR 图像解析基础、SAR 图像处理与匹配、立体 SAR 图像摄影测量处理、单幅 SAR 图像定位与正射纠正、雷达干涉测量、SAR 图像区域网平差等内容进行详细介绍。

本书为高等学校教材,不仅可以作为摄影测量专业本科和研究生教学的教材,还可以作为雷达摄影测量生产实践的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

雷达摄影测量 / 靳国旺, 张红敏, 徐青编著. —北京 : 测绘出版社, 2015.4

高等学校教材

ISBN 978-7-5030-3564-7

I. ①雷… II. ①靳… ②张… ③徐… III. ①雷达摄影—摄影测量 IV. ①P23

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 024591 号

责任编辑 沈万君 封面设计 李伟 责任校对 董玉珍 责任印制 喻迅

出版发行	测绘出版社	电	话	010—83543956(发行部)
地 址	北京市西城区三里河路 50 号			010—68531609(门市部)
邮 政 编 码	100045			010—68531363(编辑部)
电子信箱	smp@sinomaps.com	网	址	www.chinasmp.com
印 刷	三河市世纪兴源印刷有限公司	经	销	新华书店
成品规格	184mm×260mm			
印 张	12.25	字	数	290 千字
版 次	2015 年 4 月第 1 版	印	次	2015 年 4 月第 1 次印刷
印 数	0001—2000	定	价	34.00 元

书 号 ISBN 978-7-5030-3564-7/P · 752

本书如有印装质量问题,请与我社联系调换。

# 前 言

雷达摄影测量技术有全天时、全天候的优势,与光学摄影测量技术互为补充,已在我国西部1:5万地形图空白区测图工程中发挥了重要作用。它在快速地形测绘、应急救灾保障及常年阴雨地区的地形图更新等方面具有重要的应用价值,可为国民经济建设和国防建设提供重要的技术支撑。虽然我国雷达摄影测量技术发展迅速,但相应的教材体系却相对落后。为了满足当前“雷达摄影测量”及相关课程的教学需求,并将雷达摄影测量的最新技术引入课堂教学,亟需出版一部全面介绍雷达摄影测量原理及其最新技术发展的教材。

本书作者在总结前人研究经验的基础上,结合编写组在国家自然科学基金项目“InSAR连接点自动稳健提取理论与方法研究”“复杂地形区SAR图像无地面控制点精确对地定位技术研究”“基于区域网平差的InSAR干涉参数定标新方法研究”“多基线InSAR获取高精度DEM技术研究”“InSAR解缠相位与高程转换有理函数模型研究”和高分辨率对地观测系统重大专项项目“SAR图像三维信息重建技术”的研究成果和经验积累,特编写此书。本书较全面地介绍了雷达摄影测量的基本知识、基本原理和我国雷达摄影测量的新技术与新方法。全书内容共分8章:第1章主要介绍雷达摄影测量的定义、发展概况、典型的SAR系统和雷达摄影测量技术的分类与现存问题等内容;第2章主要介绍电磁波与广义摄影、真实孔径雷达、合成孔径雷达、SAR图像强度的影响因素、目标极化特性表征与提取等内容;第3章主要介绍SAR图像几何特性、常用坐标系统与坐标转换、SAR图像几何构像模型、雷达摄影测量与光学摄影测量的共性等SAR图像解析基础内容;第4章主要介绍特征提取与分割、重采样与插值、SAR图像匹配等为SAR图像连接点自动提取、正射纠正奠定基础的重要内容;第5章主要介绍SAR立体像对的基本概念和立体观察与量测、SAR图像立体定位流程、单幅SAR图像空间后方交会和立体SAR图像空间前方交会等立体定位中的关键技术与立体定位实例;第6章主要介绍单幅SAR图像定位原理、SAR图像仿真与无地面控制点的单幅SAR图像定位、SAR图像正射纠正等内容;第7章主要介绍雷达干涉测量的基本原理和基本处理流程,以及复数图像配准、干涉图滤波、相位解缠、基线估计与干涉参数定标、DEM重建与正射影像制作等核心步骤中常采用的技术方案和电离层对InSAR测量的影响、多基线InSAR等前沿内容;第8章主要介绍SAR图像区域网平差与平面高程控制点加密、InSAR区域网平差与高程控制点加密等与雷达摄影测量工程化应用息息相关的重要内容。本书在广义摄影、雷达摄影测量与光学摄影测量的共性分析、SAR图像处理与匹配、立体SAR摄影测量处理、SAR图像仿真与无地面控制点定位、雷达干涉测量、SAR图像区域网平差等方面具有独特的见解或经验积累。

本书部分插图由熊新、白泽朝、崔瑞兵、王新田、刘辉和赵玲等研究生进行了修改美化,在此表示感谢!

由于编者水平有限,本书内容有待进一步修订,书中的错误和不妥之处,敬请大家批评指正!

# 目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 雷达摄影测量定义	1
1.2 雷达摄影测量发展概况	1
1.3 典型 SAR 系统	4
1.4 雷达摄影测量技术的分类及现存问题	6
第 2 章 雷达成像与摄影	10
2.1 电磁波与广义摄影	10
2.2 真实孔径雷达	15
2.3 合成孔径雷达	17
2.4 SAR 图像强度的影响因素	24
2.5 目标极化特性表征与提取	29
第 3 章 SAR 图像解析基础	38
3.1 SAR 图像几何特性	38
3.2 常用坐标系统与坐标转换	40
3.3 SAR 图像几何构像模型	43
3.4 雷达摄影测量与光学摄影测量的共性	47
第 4 章 SAR 图像处理与匹配	51
4.1 特征提取与图像分割	51
4.2 重采样与插值	59
4.3 SAR 图像匹配	63
第 5 章 立体 SAR 图像摄影测量处理	89
5.1 SAR 立体像对	89
5.2 SAR 图像立体定位流程	91
5.3 单幅 SAR 图像空间后方交会	93
5.4 立体 SAR 图像空间前方交会	97
5.5 SAR 图像立体定位实例	100
第 6 章 单幅 SAR 图像定位与正射纠正	106
6.1 单幅 SAR 图像定位原理	106
6.2 无地面控制点的单幅 SAR 图像定位	108
6.3 单幅 SAR 图像定位实例	113

6.4 SAR 图像正射纠正 .....	135
<b>第 7 章 雷达干涉测量.....</b>	<b>138</b>
7.1 雷达干涉测量原理 .....	138
7.2 复数图像配准 .....	142
7.3 干涉图滤波 .....	146
7.4 相位解缠 .....	151
7.5 基线估计与干涉参数定标 .....	155
7.6 DEM 重建与正射影像制作 .....	158
7.7 电离层对 InSAR 测量的影响 .....	159
7.8 多基线 InSAR .....	160
<b>第 8 章 SAR 图像区域网平差 .....</b>	<b>168</b>
8.1 SAR 图像区域网平差与平高控制点加密 .....	168
8.2 InSAR 区域网平差与高程控制点加密 .....	175
<b>参考文献.....</b>	<b>184</b>
8.1 基本概念和方法 SAR 章 8 案	1.1
8.2 平高控制点加密 SAR 章 8 案	1.2
8.3 高程控制点加密 SAR 章 8 案	1.3
8.4 InSAR 区域网平差 SAR 章 8 案	1.4
8.5 参考文献 SAR 章 8 案	1.5
9.1 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.1
9.2 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.2
9.3 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.3
9.4 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.4
9.5 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.5
9.6 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.6
9.7 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.7
9.8 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.8
9.9 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.9
9.10 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.10
9.11 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.11
9.12 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.12
9.13 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.13
9.14 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.14
9.15 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.15
9.16 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.16
9.17 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.17
9.18 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.18
9.19 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.19
9.20 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.20
9.21 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.21
9.22 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.22
9.23 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.23
9.24 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.24
9.25 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.25
9.26 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.26
9.27 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.27
9.28 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.28
9.29 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.29
9.30 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.30
9.31 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.31
9.32 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.32
9.33 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.33
9.34 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.34
9.35 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.35
9.36 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.36
9.37 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.37
9.38 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.38
9.39 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.39
9.40 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.40
9.41 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.41
9.42 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.42
9.43 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.43
9.44 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.44
9.45 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.45
9.46 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.46
9.47 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.47
9.48 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.48
9.49 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.49
9.50 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.50
9.51 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.51
9.52 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.52
9.53 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.53
9.54 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.54
9.55 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.55
9.56 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.56
9.57 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.57
9.58 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.58
9.59 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.59
9.60 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.60
9.61 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.61
9.62 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.62
9.63 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.63
9.64 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.64
9.65 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.65
9.66 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.66
9.67 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.67
9.68 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.68
9.69 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.69
9.70 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.70
9.71 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.71
9.72 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.72
9.73 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.73
9.74 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.74
9.75 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.75
9.76 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.76
9.77 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.77
9.78 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.78
9.79 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.79
9.80 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.80
9.81 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.81
9.82 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.82
9.83 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.83
9.84 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.84
9.85 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.85
9.86 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.86
9.87 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.87
9.88 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.88
9.89 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.89
9.90 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.90
9.91 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.91
9.92 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.92
9.93 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.93
9.94 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.94
9.95 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.95
9.96 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.96
9.97 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.97
9.98 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.98
9.99 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.99
9.100 地形模型建立 SAR 章 9 案	1.100

# 第1章 绪论

1.1 雷达摄影测量定义

雷达摄影测量(radargrammetry)是利用雷达成像传感器获取被测对象的图像信息,通过加工、处理和分析,获取被测对象的形状、大小、空间位置、性质及相互关系等信息的理论和技术,是摄影测量的重要分支之一。雷达摄影测量与传统光学摄影测量既有区别又有密切联系。

用于摄影测量的雷达成像传感器包括真实孔径雷达(real aperture radar, RAR)和合成孔径雷达(synthetic aperture radar, SAR)。真实孔径雷达受天线孔径、波长、脉冲宽度、作用距离等因素的影响,分辨率较低,实际应用较少;合成孔径雷达采用合成孔径原理和脉冲压缩技术,通过相干成像方式,图像分辨率较高,在摄影测量中应用较多。利用合成孔径雷达作为图像获取设备的摄影测量方式称为合成孔径雷达摄影测量。相对于真实孔径雷达而言,合成孔径雷达在摄影测量中的应用要广泛得多。在当前地形测绘中,采用的雷达成像设备均为合成孔径雷达,因此在不特别说明的情况下,雷达摄影测量一般指合成孔径雷达摄影测量。换言之,我们可把合成孔径雷达摄影测量简称为雷达摄影测量。

雷达利用主动发射和接收电磁波(微波)的方式获取被测目标的图像信息,不依赖于太阳辐射,并且微波穿透能力较强,因此雷达摄影测量具有全天时、全天候的突出优势,甚至可对某些地下目标进行成像测量,适用于多云、多雨、多雾地区的地形测绘,可提高军事地形测绘的实效性,具有光学摄影测量不可替代的重要意义,在舰艇、坦克、车辆和地下工事等军事目标识别定位、伪装揭露中也具有重要的应用价值。

## 1.2 雷达摄影测量发展概况

雷达摄影测量的发展可以追溯到雷达的诞生之初。雷达是“radar”(radio detection and ranging)的音译,最初的功能是无线电探测与测距。1937年,Robert Watson-Watt 在英国设计建成了第一部可使用的雷达。由于军事需求的带动,雷达技术在第二次世界大战期间得到飞速发展,当时各主要参战国均已拥有脉冲体制雷达系统,采用米波或分米波对飞机、舰艇进行预警与定位。第二次世界大战之后,雷达在理论和技术上都得到了飞速发展,新理论、新技术不断出现。1951年,美国 Goodyear 宇航公司的 Carl Wiley 提出合成孔径侧视雷达的概念,并于1952年研制成功第一个实用化的合成孔径雷达系统,1953年获取了第一幅机载合成孔径雷达图像。合成孔径雷达的出现,大大提高了雷达的角(方位向)分辨率和距离向分辨率,提高了雷达探测与测距的精度,更重要的是它提供了对目标成像的一种新途径,从而使雷达摄影测量技术迅速发展,并广泛应用于军事测绘、军事侦察、预警、伪装识别、地震、火山监测、洪涝灾害的灾情评估、森林制图、农作物长势和产量的评估等各个方面。

随着SAR系统的不断完善和发展,雷达摄影测量技术不断创新。美国工程兵研究所等机

构科研人员的工作奠定了雷达摄影测量技术的理论基础。立体 SAR 图像处理的数学模型于 1968 年由 Rosenfield 提出,1972 年 Gracie 等人将其数学模型用于处理 SAR 立体图像,同年 Norvelle 在解析测图仪 AS-11A 上编制了 SAR 立体测图程序。随后,Derenyi、Koopmans、Dowideit、Leberl 等人对机载 SAR 图像立体测图方法进行深入研究,获取了小比例尺地形图。1974 年,美国国家航空航天局(National Aeronautics and Space Administration, NASA)的 Graham 首先提出“雷达干涉测量”(interferometric synthetic aperture radar, InSAR)地形测绘的概念,利用机载双天线 X 波段 SAR 图像干涉测量得到了地面高程图。1978 年美国发射了世界上第一颗 SAR 卫星 SEASAT,引领了 SAR 图像应用技术的一个发展热潮;1981 年首次利用哥伦比亚航天飞机搭载 SAR 系统 SIR-A 进行试验,1984 年又进行了航天飞机搭载 SIR-B 的试验。SIR-A 和 SIR-B 系统提供了大量的地面雷达数据,为 SAR 的应用提供了丰富的资料。国外研究人员利用 SEASAT、SIR-A/B 等 SAR 系统获取的数据开展了大量的雷达摄影测量技术研究。1986 年,Zebker 和 Goldstein 给出了利用机载双天线 SAR 得到的第一个实用的观测结果。1988 年,Goldstein 等人利用星载 SEASAT 数据对 Death Valley 地区进行试验,提出了枝切法相位解缠,得到了与实际地形相吻合的地形图。1990 年国际著名摄影测量专家莱贝尔(F. Leberl)出版了《Radargrammetric Image Processing》一书,总结了前人的工作与成果,系统阐述了雷达摄影测量的基本理论与方法,建立了整个雷达摄影测量理论体系,成为经典论著之一。

20 世纪 90 年代以后,机载和星载 SAR 蓬勃发展,多颗 SAR 卫星相继升空,获取了大量的 SAR 图像,为 SAR 图像定位技术研究奠定了良好基础。欧洲空间局(European Space Agency, ESA)于 1991 年发射了 ERS-1,日本于 1992 年发射了 JERS-1,苏联于 1991 年发射了 Almaz-1,1994 年 4 月和 10 月美国航天飞机两次搭载了 SIR-C/X-SAR。1995 年加拿大发射的 RADARSAT-1 卫星第一次全面得到各种立体配置的立体像对,该系统能够以多种工作模式运行,能够获取不同分辨率、不同侧视角的 SAR 图像,为系统分析立体 SAR 图像定位理论提供了良好的条件。加拿大遥感中心(Canada Center for Remote Sensing, CCRS)的 Toutin、伦敦大学学院(University College London, UCL)的 Chen 等利用 RADARSAT-1 数据进行立体 SAR 图像测图;随着 SAR 数据源的增多和计算机技术的发展,目前比较著名的遥感图像处理软件 PCI、ERDAS、Vexcel、Helava 等均推出了立体 SAR 模块。

美国国家航空航天局的 Graham、Zebker、Hagberg 和 Madsen 等利用干涉 SAR 图像进行地形测绘。1996 年,Ferretti 等人提出了多基线 InSAR 数据生成高精度 DEM 的概念和方法,为解决复杂地形区的干涉处理难题提供了新思路。2000 年,美国实施了具有里程碑意义的航天飞机雷达地形测绘任务(Shuttle Radar Topography Mission, SRTM),利用 InSAR 技术进行了全球高精度的地形测绘,展示了 InSAR 技术的巨大优势。2007 年德国宇航局(Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, DLR)发射 TerraSAR-X 卫星,开启了高分辨率 SAR 对地观测时代;2010 年德国发射了 TanDEM-X 卫星,与 TerraSAR-X 构成双星编队,以太阳同步轨道近距离编队飞行,形成分布式 SAR 系统,类似于一个很灵活的双天线 InSAR 系统,可以减小时间去相干和大气效应对干涉图像质量及精度的影响。意大利帕维亚大学(Università di Pavia)的 Dell'Acqua 等联合利用高分辨率 SAR 图像及干涉 SAR 图像进行地表特征提取与快速测图。在 InSAR 数据处理方面,国外已相继出现了专门的商业软件和开源软件,如瑞士的 Gamma 软件、加拿大的 EarthView INSAR 软件、ASF(Alaska Sar Facility)的 InSAR 软

件、ERDAS 软件和 ENVI 软件中的 InSAR 处理模块、Doris InSAR 软件、NEST 软件和 S1 Toolbox 软件等。

我国自 20 世纪 70 年代开始研究 SAR 对地观测技术,建设自主知识产权的硬件系统是发展我国 SAR 图像测绘事业的根基。70 年代末,中国科学院电子学研究所(简称中科院电子所)研制出我国首台机载 SAR 样机并成功在云南腾冲进行了对地观测试验;2004 年,中科院电子所成功研制了“机载干涉 SAR 系统”,获取了 InSAR 数据并进行了地形测量试验;“十五”期间,中科院电子所等单位承担了国家“863”重点项目“高效能航空 SAR 遥感应用系统”,进行了自主知识产权的机载多波段多极化干涉 SAR 系统研制,该系统可获取 0.5~5 m 分辨率的极化与干涉 SAR 数据。

国内对雷达摄影测量技术的研究较多。自 20 世纪 80 年代以来,解放军信息工程大学地理空间信息学院(原解放军测绘学院)科研人员先后对 SAR 图像纠正、立体定位、InSAR 处理以及多基线 InSAR 处理等关键技术进行了系统而深入的研究;中国测绘科学研究院、西安测绘研究所、武汉大学等单位的科研人员对 SAR 构像模型、单幅 SAR 图像定位以及立体 SAR 测图等技术进行了研究;西安电子科技大学、北京航空航天大学等单位科研人员从 SAR 信号模型出发,研究了 InSAR、多通道 InSAR 及多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)InSAR 等处理技术。2006 年起,国家西部地形图空白区测图工程启动,利用 5 年时间完成了 200 万平方千米、5032 幅 1:5 万地形图和地表覆盖图测图任务。西部 1:5 万地形图空白区测图工程分布区域大多地形和气候复杂多样,交通条件恶劣,对测图技术提出了更高的要求。例如常年云雾覆盖的横断山脉地区,采用常规光学观测手段难以完成测图任务,而利用具有自主知识产权的机载 SAR 系统就实现了 X 波段干涉 SAR 数据和 P 波段极化 SAR 数据的获取,解决了该区域数据获取的难题,InSAR 及立体 SAR 测量技术在该区域地形测绘中发挥了重要的作用。

与国外相比,国内 SAR 图像地形测绘技术研究起步较晚,然而在四十余年的发展历程中,SAR 图像地形测绘的理论水平和实用化程度在不断提高。信息工程大学对雷达摄影测量基本理论、干涉 SAR 测量和 SAR 影像制图等技术进行了大量研究;西安测绘研究所进行了单幅 SAR 图像地图修测、立体 SAR 图像测图和干涉 SAR 图像 DEM 重建等应用试验;中国测绘科学研究院进行了立体 SAR 图像定位与测图试验;武汉大学利用干涉 SAR 图像或单幅 SAR 图像进行地形测绘、目标定位等研究;中国科学院对地观测与数字地球科学中心系统梳理了星载 SAR 干涉测量方法。

总体而言,我国对雷达摄影测量技术的研究起步较晚,技术成熟度与实用化程度均比国外有所落后。为了促进我国 SAR 对地观测技术的发展,提高以 SAR 作为重要观测手段之一的测绘信息保障能力,国家出台了一系列纲领性文件。2006 年国务院发布的《国家中长期科学和技术发展规划纲要(2006—2020 年)》将高分辨率对地观测列为重大专项,旨在发展我国对地观测技术。为了促进对 SAR 数据的处理能力,“十二五”期间该专项特别开设了“SAR 图像三维信息重建技术”“SAR 遥感图像高精度定位技术”和“SAR 图像地物要素智能化提取技术”等专题。针对当前海量多源 SAR 图像处理和信息提取的技术瓶颈,着眼于高精度地形测绘、土地利用与植被监测等国家重大应用需求,国家“863”计划地球观测与导航技术领域设置了“面向对象的高可信 SAR 处理系统”主题项目,以期提高我国 SAR 数据的应用能力。2007 年《国务院关于加强测绘工作的意见》强调积极开展基础地理信息变化监测和综合分析

工作,及时提供地表覆盖、生态环境等方面的变化信息,为加强和改善宏观调控提供科学依据。2012年我国全面启动基础地理国情监测工作,雷达摄影测量将发挥不可或缺的应用价值。在高分辨率对地观测重大专项、国家“863”计划、基础地理国情监测等科技计划的支持下,我国正在全面开展SAR图像高精度定位与三维信息提取等雷达摄影测量关键技术研究。

雷达摄影测量技术在地形测绘领域的应用,有两件大事突显了其快速、全天时、全天候等优势。第一件大事是2000年美国奋进号航天飞机执行的航天飞机雷达地形测绘任务,仅在11天的时间里就获取了全球80%陆地表面的干涉SAR数据,对这些数据进行处理,生成了绝对平面精度20m、绝对高程精度16m的全球DEM数据。第二件大事是2006年至2011年我国西部1:5万地形图空白区测图工程,在该工程中,雷达摄影测量技术在常年云雾覆盖的横断山脉等地区的地形图测绘中发挥了重要作用。

雷达摄影测量技术除了应用于地形测绘外,还广泛应用于地表形变监测、城区测图与地下测图等领域。随着我国社会、经济快速发展,东南沿海城市地表沉降问题日益突出,水利枢纽工程、高速铁路、高速公路等大型线状地物形变监测需求迫切,非城市地区地质灾害的监测与防治任务加重。采用合成孔径雷达差分干涉测量(differential interferometric synthetic aperture radar,DInSAR)技术,对形变后获取的干涉数据和形变前获取的干涉数据(或在形变前DEM的支持下)进行差分干涉处理,能以厘米甚至毫米级的精度获取地表微量形变信息,在快速大范围地表形变监测、山体滑坡监测、地震位移测量、火山运动监测等领域均具有重要应用价值。

目前,雷达摄影测量正向着稀少控制甚至无控制、多平台、多波段、多极化、多分辨率、多基线、阵列天线SAR成像以及摄影测量处理的高精度、自动化、智能化等方向发展。

### 1.3 典型SAR系统

雷达摄影测量技术的发展与机载、星载(或航天飞机)SAR系统的蓬勃发展密切相关。机载SAR系统与星载SAR系统均具有重要应用价值与广泛发展空间。机载SAR系统可在同一平台搭载两副或多副天线,通过单次飞行便可获取干涉SAR数据,其优点在于航线灵活,能够按照需求获取数据,SAR传感器更换与维护方便。机载SAR系统也可作为星载SAR系统发展的试验平台,但机载SAR系统飞行时容易受到大气湍流等因素的影响,载机飞行时姿态稳定性较差,机载干涉SAR系统会出现基线抖动等问题。星载SAR系统通常只搭载一副天线,通过重复轨道获取立体SAR图像或干涉SAR图像,由于卫星运行于外太空层,不受大气影响,故运行轨道稳定,但系统维护成本较高,机动性相对较差。

20世纪90年代以来,欧洲空间局、日本、加拿大、德国、中国等组织或国家积极发展SAR系统,涌现出一大批新兴机载SAR系统和星载(或航天飞机)SAR系统,带动了SAR技术研究与应用的蓬勃发展。典型的机载、星载(或航天飞机)SAR系统及其参数分别如表1.1和表1.2所示。

机载、星载(或航天飞机)SAR系统呈现出高分辨率、小体积、短周期、多极化、多成像模式以及分布式等发展趋势。其中,TerraSAR-X为外形长5.2m、直径2.2m的柱体小卫星,质量约1230kg,可获取1m分辨率的SAR图像,重访周期为11天,它利用多极化信息,能够有效提高对场景信息的获取、识别和检测能力。TanDEM-X可与TerraSAR-X构成双星编队,采

用双星跟飞模式,不受时间去相干影响,能获取最优基线长度。截至2012年12月,该卫星编队已经完成一次全球覆盖,获取的DEM数据相对高程精度优于2 m,绝对高程精度优于10 m。同时,TanDEM-X分布式卫星验证了甚长基线获取高精度DEM的能力。

表 1.1 典型的机载 SAR 系统及参数

SAR 系统名称	波段	极化	国家	机构	年份
C/X-SAR	C/X	多极化	加拿大	遥感中心	1990
E-SAR	L/P	多极化	德国	德国宇航局	1997
多通道 AER-II	X	多极化	德国	德国宇航局	1997
TOPSAR	C	多极化	美国	喷气推进实验室	1998
GeoSAR	P/X	多极化	美国	喷气推进实验室	2000
机载干涉 SAR 系统	P	多极化	中国	中国电子科技集团公司第38研究所	—
机载干涉 SAR 系统	X	HH	中国	中国科学院电子学研究所	2004
多基线 P3-SAR	C/X/L/UHF	多极化	美国	喷气推进实验室	—

表 1.2 典型的星载(或航天飞机)SAR 系统及参数

SAR 系统名称	波段	极化方式	国家或组织	年份
SEASAT	L	HH	美国	1978
Almaz-1	S	HH	苏联	1991
ERS-1/2	C	VV	欧洲空间局	1991, 1995
JERS-1	L	HH	日本	1992
SIR-C/X-SAR	C/X/L	HH、HV、VH、VV(L,C)、VV(X)	美、德、意	1994
RADARSAT-1	C	HH	加拿大	1995
SRTM	C/X/L	多极化	美国	2000
ENVISAT	C	多极化	欧洲空间局	2002
ALOS-PALSAR	L	多极化	日本	2006
遥感一号	L	不详	中国	2006
RADARSAT-2	C	多极化	加拿大	2007
COSMO-SkyMed	X	HH/VV	意大利	2007, 2008, 2010
TerraSAR-X	X	多极化	德国	2007
TecSAR	X	不详	以色列	2008
TanDEM-X	X	多极化	德国	2010
HJ-1C	S	VV	中国	2012
Sentinel-1A	C	多极化	欧洲空间局	2014
ALOS-2/PALSAR-2	L	多极化	日本	2014
SMAP	L	多极化	美国	2015
SAOCOM 1A & SAOCOM 1B	L	多极化	阿根廷	2015—2016

采用分布式 SAR 卫星,可获取多基线 InSAR 数据或不同立体配置下的立体 SAR 数据。

分布式 SAR 卫星具有如下优势。

- (1)系统构成简单。
- (2)各小卫星彼此相对独立,研发成本较低,维护与更新较容易。

- (3) 分布式卫星单次飞行可获取多基线干涉 SAR 数据,降低了干涉相位的时间去相干效应。  
 (4) 分布式卫星可以灵活调整各卫星轨道形成多种基线矢量,为获取适于多基线 InSAR 处理的干涉数据和适于立体测图的立体 SAR 数据提供保障。

当前,多个国家将分布式 SAR 卫星列入卫星计划,包括美国空军研究实验室的 Discover-2 计划、法国航天局的 Cartwheel 计划、德国宇航局的 TerraSAR-X2 计划、Pendulum 计划以及加拿大航天局的 RADARSAT-3 计划等。未来十年,全世界将有包括上述系统在内的多颗 SAR 卫星陆续升空,将提供前所未有的高分辨率与宽覆盖。其中,拟于 2017 年建成的 RADARSAT-3 由 3 颗卫星组成,设计波段为 C 波段,预期精度为相对高程 2 m,绝对高程 10 m。美国的 Discover-2 计划预期精度更高,其预期相对高程为 0.33 m,绝对高程为 5 m。

分布式 SAR 系统理论上能够提供稳定基线的多基线 InSAR 数据,以德国 TanDEM-X 和加拿大 RADARSAT-2/3 地形测绘计划为代表的一些分布式 SAR 卫星计划兼具多输入多输出模式,各颗 SAR 卫星都具备方位向双通道的工作模式,可以实现空间编码模式的多输入多输出合成孔径雷达干涉测量。

## 1.4 雷达摄影测量技术的分类及现存问题

根据所采用技术方法的不同,雷达摄影测量手段可分为以下几种。

(1) 雷达立体测量。利用具有一定重叠的两幅或者多幅雷达图像构成的立体图像,获取被测目标的位置与属性信息。其理论精度与交会角大小密切相关,根据雷达波照射方向的差异,雷达立体图像可分为同侧立体和异侧立体。对于同侧立体,交会角较小,精度较低,但立体观察和同名点匹配容易;而对于异侧立体,可以采用更加合适的交会角,立体交会精度较高,但其立体观察和同名点匹配困难。

(2) 雷达单像测量。利用单幅雷达图像,获取被测目标的位置与属性信息。

(3) 雷达干涉测量。利用干涉相位反演地面点的高程信息,从而获取被测目标的位置与属性信息。雷达干涉测量精度较高,并且具有人工干预少、自动化程度好、处理速度快等优势,适合于快速地形测绘。

上述三种测量手段中,雷达干涉测量凭借其高精度优势成为 SAR 地形测绘的重要方式,然而 InSAR 技术要求轨道重复周期内同一地区地表特性变化较小,以满足良好的相干性。雷达立体测量与雷达单像测量不受相干性的限制,且其理论框架和处理流程与光学摄影测量技术具有相通性。因而针对不同情况,三者各具优势,各具应用潜力和应用价值。为了实现大区域稀少控制和无控制定位,SAR 图像区域网平差与空三加密成为重要解决方案。而在 SAR 图像区域网平差与空三加密中,同名连接点的自动匹配是影响处理效率的关键问题。下面分析雷达摄影测量中关键技术的现状及现存的主要问题。

### 1.4.1 关键技术现状

#### 1. 立体 SAR 图像定位技术

对于立体 SAR 图像的定位,建立 SAR 图像几何构像模型和解算定向参数是两个重要环节。几何构像模型是 SAR 图像定位的基础,近年来国内学者对 SAR 图像的几何构像模型进行了研究。为了改善多项式模型在地形起伏较大地区的几何校正精度,2004 年黄国满等人将

高差引起的投影差改正引入到多项式模型中;2007年尤红建、李立钢等人研究了将SAR斜距图像转化成中心投影图像的共线方程模型及其改进方法;2012年程春泉等人提出SAR成像的距离共面(range coplanarity)模型。这些研究丰富了SAR图像的几何构像模型,拓展了SAR图像定位方式。

对于定向参数的解算,通常利用地面控制点(ground control points,GCPs)作为构像模型建立和目标三维坐标计算的参考点,地面控制点的数量与分布影响着立体SAR图像定位精度。然而,对于交通条件恶劣地区或境外地区,难以获取足够数量且分布合理的地面控制点。为了获取控制点,可利用DEM仿真SAR图像,并通过实际SAR图像与仿真SAR图像的匹配来提取控制点。为了解决无(少)控制点情况下的立体SAR图像定位难题,国内外学者提出多种方法。其中,引入轨道参数是一种重要途径,有研究表明,利用ERS-1精确轨道参数解算定向参数,在无地面控制情况下立体SAR图像定位的平面精度为像素分辨率的4倍。由于轨道参数误差会导致立体SAR图像定位的系统误差,因此可引入少量分布合理的地面控制点修正轨道参数。伴随着国家西部1:5万地形图空白区测图工程的实施,我国已开展了立体SAR图像测图的示范应用。在立体SAR图像定位中,距离多普勒模型符合SAR成像的几何机理,其定位精度较高。

## 2. 单幅SAR图像定位技术

实现单幅SAR图像定位的方法主要有两类。一类利用阴影成形技术由单幅SAR图像恢复地形信息;另一类引入外部辅助数据或限制条件作为支撑条件来实现单幅SAR图像定位。常用的支撑条件有地球模型方程、数字高程模型和地面平坦等。

与立体SAR图像定位类似,单幅SAR图像定位通常也需要在观测区域找出一些位置已知的人工或自然目标作为地面控制点,从而实现SAR图像定向参数的解算。然而,对于高山、峡谷等通行困难的地区,通常很难获取可靠的地面控制点。针对无地面控制点情况的单幅SAR图像定位问题,可利用SAR成像时提供的辅助数据文件获取各时刻天线相位中心的位置、速度信息,通过联立地球模型方程和距离多普勒模型实现单像SAR图像的定位。在单幅SAR图像定位中,用DEM代替地球模型方程,可提高其定位精度。但总体而言,当前的单幅SAR图像定位仍多采用地球模型方程作为支撑条件,无地面控制点情况下的定向参数解算多依赖于轨道参数。针对无地面控制点的单幅SAR图像精确定位问题,本书作者设计了利用DEM仿真SAR图像的单幅SAR图像无地面控制点定位方案。该方案利用DEM仿真SAR图像,并通过实际SAR图像与仿真SAR图像的匹配来提取控制点和解算定向参数,再依据DEM实现单幅SAR图像的定位。

## 3. 干涉SAR图像定位与三维信息提取技术

传统的干涉SAR技术仅利用一副基线,属于单基线InSAR范畴。单基线InSAR技术的基本理论与处理方法已相对成熟。尽管如此,面向工程应用时,InSAR技术仍存在一些问题。本书作者已全面总结了上述问题,并进行了干涉SAR地形测绘关键问题的研究。单基线InSAR技术在高程变化剧烈地区进行地形测绘时存在困难,基线参数直接影响高程测量的精度和干涉处理的可解性。

为了在地形起伏较大、叠掩或高程不连续等复杂地形条件下实现良好的地形测绘,20世纪90年代出现了多基线InSAR技术,并得到越来越多的关注。Ferretti、Lombardini等较早地研究了多基线InSAR高程测量方法,并分析了多基线InSAR技术解决叠掩的能力,验证了

其高精度与高可解性的优势。根据多基线 InSAR 数据来源的不同,可将多基线 InSAR 构型方式分为四种:多天线 InSAR 模式、多重重复轨道 InSAR 模式、分布式卫星 InSAR 模式以及 MIMO InSAR 模式。多基线 InSAR 处理方法主要有三类:差分滤波处理方案、提高相位解缠精度的处理方案和应用最优估计理论的处理方案。差分滤波处理方案是从最短基线数据的干涉处理开始,采用差分滤波处理方法,以较短基线数据的处理结果指导较长基线数据的干涉处理;提高相位解缠精度的处理方案是综合利用不同基线的干涉数据来提高相位解缠的精度,典型代表是采用中国余数定理相位解缠方法的干涉处理方案;应用最优估计理论的干涉处理方案是将多基线 InSAR 相位解缠或高程提取问题转化为参数的最优估计问题,最优估计理论可采用最大似然估计 (maximum likelihood estimation, MLE)、贝叶斯估计 (Bayesian estimation)、最小二乘估计、联合统计分布估计等多种经典概率估计方法。

#### 4. SAR 图像匹配技术

SAR 图像匹配在干涉 SAR 主辅图像配准、立体 SAR 图像自动提取 DEM 和 SAR 图像区域网平差中连接点的自动提取方面具有重要的应用价值。在干涉 SAR 主辅图像配准中,匹配算法已相对成熟,综合采用金字塔影像匹配、双向匹配、强度影像相关系数测度、最小二乘匹配等多种策略,可实现完全自动化的配准处理。

在立体 SAR 图像同名点匹配和 SAR 图像区域网平差中连接点的自动匹配方面,一般采用强度相关匹配方法和特征相关匹配方法。强度相关匹配方法是较成熟、稳定的匹配算法,匹配精度较高,该类匹配方案常采用相关系数匹配测度以及最小二乘方法;特征相关匹配方法在提取图像特征的基础上依据一定的相似性测度进行图像匹配,影像特征包括点特征、线特征、轮廓特征等,其中点特征是最简单且相对稳定的特征。国内外研究人员设计了多种 SAR 图像特征匹配方法,包括利用改进的哈里斯 (Harris) 点探测器的匹配、基于局部形状描述的匹配、利用边缘点梯度方向的豪斯多夫 (Hausdorff) 距离测度匹配、线特征匹配和尺度不变特征变换 (scale invariant feature transform, SIFT) 匹配等。但是,SAR 图像匹配仍存在诸多困难,尚难以满足 SAR 图像区域网平差中连接点自动提取的应用需求。

#### 1.4.2 雷达摄影测量尚存的主要问题

1. 立体 SAR 交会精度与匹配(立体观察)性能相矛盾  
交会角小时,理论上交会精度较低,但立体 SAR 图像之间的辐射特性差异和几何畸变差异较小,图像匹配容易,立体观察性能好;交会角合适时,其理论交会精度较高,但立体 SAR 图像之间的辐射特征差异和几何畸变差异较大,图像匹配困难,立体观察性能较差。立体 SAR 交会精度与匹配(立体观察)性能的矛盾,影响了立体 SAR 摄影测量技术的应用。

#### 2. 面向复杂地形的 InSAR 测量困难

对于地形起伏剧烈、变化不连续、叠掩等复杂地形,传统单基线 InSAR 技术存在可解性与精度的矛盾。采用多基线 InSAR 技术、多频率 InSAR 技术和 MIMO InSAR 技术能够解决复杂地形处高程反演难题,提高复杂地形区的定位与三维信息提取精度。然而我国对多基线 InSAR、多频率 InSAR 和 MIMO InSAR 技术的研究起步较晚,目前尚无成型的多基线 InSAR 系统、多频率 InSAR 系统和 MIMO InSAR 系统。已有研究大多基于仿真数据进行,对于实际多基线 InSAR、多频率 InSAR 和 MIMO InSAR 数据中存在的噪声、相干性等影响因素考虑不足。

### 3. SAR 图像匹配难度大

SAR 图像匹配在立体 SAR 图像定位与 DEM 自动提取、SAR 图像区域网平差和 InSAR 区域网平差中连接点的自动提取等方面具有重要应用价值。通常,同名点分别位于两幅 SAR 图像的近距端与远距端。但此时,同一地物在近距端与远距端的几何畸变大小不同,并且由于侧视角不同,同一地物在近距端与远距端的散射特性也会发生变化,甚至会导致同名点的缺失。另外,SAR 图像中机理性相干斑和叠掩、阴影、透视收缩等因素都会导致 SAR 图像匹配困难。

当前国内的立体 SAR 摄影测量作业大多采用人机交互立体观察与量测的技术手段,尚未实现密集同名点的自动匹配和 DEM 的自动提取,作业的劳动量大、效率低。对于 SAR 图像区域网平差和 InSAR 区域网平差中所需的同名连接点,仍依赖于人工选取,既费时又费力。

**4. 高山区控制点获取困难** 对于高山、峡谷等人员难以通达地区或境外地区,控制点布设与获取困难,很难将 SAR 图像中的特征点与实际地面点对应。

**5. SAR 图像解译困难** 由于以往主要采用光学摄影测量手段而较少采用雷达摄影测量手段,作业人员对 SAR 影像的解译经验偏少,并且由于 SAR 距离成像机理与人眼观察目标的习惯不一致,造成 SAR 图像解译困难。

## 第 2 章 雷达成像与摄影

### 2.1 电磁波与广义摄影

摄影(photography)也称为照相,指使用某种专门设备,通过物体所反射的光线使感光介质曝光或采用其他方式进行影像记录的过程,一般摄影所采用的设备是机械照相机或者数码照相机。实际上,通常所说的摄影是利用可见光成像,而可见光是一种特定频率范围的电磁波。电磁波又称电磁辐射,是由同相振荡且互相垂直的电场与磁场在空间中以波的形式传递能量和动量。电磁波为横波,其传播方向垂直于电场与磁场构成的平面。在电磁波的传播方向上,相邻两个有相同相位的点(如相邻的波峰、波谷或对应的过零点等)之间的距离称为波长,通常用符号 $\lambda$ 表示。电磁波在单位时间(一般指1 s)内完成周期性变化的次数,称为电磁波的频率,通常用符号 $f$ 表示,单位为赫兹(Hz)。

通常把利用可见光成像的过程看作狭义摄影,而把利用任意电磁波成像的过程看作广义摄影。

#### 2.1.1 电磁波谱

无线电波、红外线、可见光、紫外线、X射线、 $\gamma$ 射线等都是电磁波,按电磁波的频率大小或波长长短把它们排列成谱,就构成了电磁波谱。其中,无线电波波长从 $10^{-3}$  m至3 000 m,电视、收音机、雷达等均采用无线电波。在无线电波中,波长从 $10^{-3}$  m至1 m的电磁波属于微波,该波长范围是成像雷达所采用的波长范围;红外线波长从 $7.6 \times 10^{-7}$  m至 $10^{-3}$  m,其热效应显著,可用于地表温度、湿度等地表参数的反演;可见光的波长大约在 $3.8 \times 10^{-7}$  m至 $7.6 \times 10^{-7}$  m之间,这是人眼观察物体所利用的波段;紫外线的波长比可见光的波长更短,在 $10^{-8}$  m至 $3.8 \times 10^{-7}$  m之间,紫外线有显著的化学效应和荧光效应;X射线的波长在 $10^{-11}$  m至 $10^{-8}$  m之间,它是原子的内层电子由一个能态跳至另一个能态时或电子在原子核电场内减速时所发出的; $\gamma$ 射线的波长比X射线的波长更短,大概在 $10^{-14}$  m至 $10^{-10}$  m之间,它是从原子核内发出的,一般放射性物质或原子核反应中常伴随 $\gamma$ 射线辐射。与可见光摄影技术相对应,把利用成像雷达记录影像的过程称为雷达摄影,把利用X射线记录影像的过程称为X射线摄影。

在真空中,电磁波的传播速度 $c$ 为 $3.0 \times 10^8$  m/s,且满足关系式

$$c = f\lambda \quad (2.1)$$

在电磁学里,电磁波谱包括电磁辐射所有可能的频率。温度大于绝对零度的物体,都可以向外辐射电磁波。世界上不存在温度等于或低于绝对零度的物体,所有物体都在时刻进行电磁辐射。

对于广义摄影,包括可见光摄影、雷达摄影和X射线摄影等,摄影时图像的角分辨率均满足统一的规律。若用 $D$ 表示摄影时成像传感器的等效孔径,则其角分辨率 $\rho$ 为

$$\rho = k\lambda/D \quad (2.2)$$

式中,  $k$  为常量。对于正方形平板状的天线或透镜组, 用零点功率波瓣宽度描述主瓣宽度时,  $k=1$ , 用半功率波瓣宽度(3 dB 波瓣宽度)描述主瓣宽度时,  $k=0.886$ ; 对于圆盘形天线或透镜组, 用零点功率波瓣宽度描述主瓣宽度时,  $k=1.22$ , 用半功率波瓣宽度(3 dB 波瓣宽度)描述主瓣宽度时,  $k=1$ 。为了分析问题方便, 本书取  $k$  值为 1。

成像雷达系统常采用的波段如表 2.1 所示。

表 2.1 成像雷达系统常采用的波段和频率范围

波段	波长/cm	频率/GHz
Ka	0.75~1.11	27~40
K	1.11~1.67	18~27
Ku	1.67~2.5	12~18
X	2.4~3.8	8~12.5
C	3.8~7.5	4~8
S	7.5~15	2~4
L	15~30	1~2
P	75~133	0.225~0.4

由式(2.2)可知:由于可见光波长比微波波长短几个数量级,若采用真实孔径方式摄影,对于相同大小的等效孔径,(可见光)光学传感器成像的角分辨率比雷达传感器成像的角分辨率高很多。目前,采用光学系统摄影一般采用真实孔径方式即可得到满足分辨率要求的图像,而采用雷达系统摄影需要采用合成孔径方式才能得到较高分辨率的图像。但可见光对云雾的穿透能力较差,并且其能量主要依赖于太阳辐射,因而利用可见光摄影容易受天气条件的限制,一般只能在光照条件良好的白天进行影像获取;雷达波(微波)对云雾的穿透能力较强,一般波长大于 4 cm 的微波几乎不受云雨的影响,并且雷达系统可以主动地发射微波,可不受太阳辐射的限制,因而雷达摄影具有全天候,全天候的优势,在军事应用和应急测绘方面具有良好的应用价值,可与光学摄影方式相互补充。

### 2.1.2 极化波的表征

无论是光学摄影、雷达摄影或是 X 射线摄影,都是利用电磁波成像。电磁波在传播过程中可用麦克斯韦方程组来描述电场与磁场间的相互关系。令  $E$  表示电场强度(V/m),  $B$  表示磁感应强度(T),  $H$  表示磁场强度(A/m),  $J$  表示电流密度(A/m<sup>2</sup>),  $D$  表示电位移矢量(C/m<sup>2</sup>),  $q$  表示电荷密度(C/m<sup>3</sup>),  $\nabla \times$  表示求旋度,  $\nabla \cdot$  表示求散度,则以微分形式表达的麦克斯韦方程组为

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot D &= q \\ \nabla \times E &= -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \cdot B &= 0 \\ \nabla \times H &= J + \frac{\partial D}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

式中,  $E$ 、 $H$ 、 $D$ 、 $B$  均为空间坐标  $r(x, y, z)$  和时间  $t$  的函数。