

混凝土结构构件基于 FORM 的 **极限状态**

# 设计表达式

白生翔 著

中国建筑工业出版社

# 混凝土结构构件基于 FORM 的 极限状态设计表达式

白生翔 著

中国建筑工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

混凝土结构构件基于 FORM 的极限状态设计表达式 /  
白生翔著. —北京: 中国建筑工业出版社, 2015. 8  
ISBN 978-7-112-18133-9

I. ①混… II. ①白… III. ①混凝土结构—结构设计  
IV. ①TU370.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 102633 号

混凝土结构构件基于 FORM 的极限状态设计表达式

白生翔 著

\*

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

各地新华书店、建筑书店经销

北京传奇佳彩公司制版

北京云浩印刷有限责任公司印刷

\*

开本: 850×1168 毫米 1/32 印张: 5¼ 字数: 140 千字

2015 年 9 月第一版 2015 年 9 月第一次印刷

定价: 18.00 元

ISBN 978-7-112-18133-9

(27371)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本书以结构可靠指标 $\beta$ 为依据,对混凝土结构构件承载能力极限状态设计表达式中效应项的作用分项系数、组合系数和结构抗力项的钢筋、混凝土材料分项系数作了浅显的推演;在正常使用极限状态下构件开裂和裂缝开展的失效模式基础上,对构建其设计表达式方面作了较详细的论述。本书还对材料强度标准值、最小配筋率、钢筋锚固长度及抗力模式不定性系数的确定,作了具体的阐述。

本书可作为工程结构专业的大学生、研究生和教师的辅助性教材,也可供相关专业的设计工程师、研究人员及标准编制者参考使用。

\* \* \*

责任编辑:孙玉珍 向建国

责任设计:张虹

责任校对:李美娜 刘梦然

# 前 言

房屋建筑和土木工程结构的可靠性，涉及安全性、经济性、适用性、耐久性等诸多方面，与社会经济效益和可持续发展策略密切相关，是行政部门、房地产商、业主、使用者均为关注的大事。由此也就注定了当前的一定时期内，在结构可靠性给予明确的定量上，仍然会是工程实践经验、技术经济政策与结构技术理论相结合的产物。

结构可靠性会随着时代的发展、科学技术的进步，其具体涵义会有所改变；同时在工程结构设计标准中反映出来的结构可靠度水平，也会因经验和认知不同而存在差异。众所周知，自中华人民共和国成立至20世纪70年代，我国房屋建筑和土木工程用各类材料的结构设计规范在设计表达形式上一直未能得到统一，有采用允许应力、破损阶段、三系数极限状态等设计方法，导致设计工程师在掌握和应用上以及高等院校编写教材方面带来了困难，究竟哪类材料的结构可靠度是高或是低均说不太清楚。有鉴于此，在20世纪70年代政府主管部门就要求理清各本材料结构规范中设计表达式及其具体取值的关系，并提出力求在可靠度的一致性方面作为努力的目标，这充分反映出了政府部门对涉及安全与经济相关的技术规范标准化工作的重视。

在我国政府部门的大力支持下，经过近三十余年的努力，在调查统计与理论计算分析相结合并借鉴国际上先进标准的基础上，我国先后制订出适用于我国各行业工程结构的可靠性统一标准，在本书附录一：“我国结构可靠性研究及其在标准中应用的沿革”，是作者对此进展情况作出的简要概述。

六十多年来，我国用于房屋建筑的《混凝土结构设计规范》

在涉及设计方法上经历了三次大的变迁，在本书附录二：“我国房屋建筑用《混凝土结构设计规范》设计表达式发展概况”中作了综述；其他行业用的《混凝土结构设计规范》也有类似的经历。本书秉持国家标准《工程结构可靠性设计统一标准》GB 50153—2008的原则，按对应于设计使用年限的可靠指标为基准的一次可靠度方法（FORM），参照有关文献的成果，在认可的统计参数和作用效应项  $S$  与结构抗力项  $R$  相互独立的前提下，进一步对混凝土结构构件在承载能力和正常使用两个极限状态下实用设计表达式的构建进行论述。

作者撰写本书的目的是：期望通用标准《混凝土结构设计规范》与基础标准《工程结构可靠性统一标准》之间实现承上启下，努力做到一脉相通。应当承认，这项任务是艰巨的；本书仅是迈开探索的一步，作为抛砖引玉，期望有更多有识之士能将此项任务继续深入开展，使提供规范用的混凝土结构性能变化规律和物理模式更科学合理，所需的统计参数更为可靠、更具代表性，只有这样，才能为混凝土结构设计提供完善的基于概率理论为基础、以分项系数表达的极限状态设计方法。

撰写完成本书时，正值中国建筑科学研究院成立六十周年。我大学毕业即分配到院工作，至今已五十七年。我要深切感谢建研院培育我成为从事工程建设标准化工作的可用之才，谨以此书作为建院六十周年的献礼；我也要在此书敬献给曾与我共事五十余载的直接领导和志同道合的同事——李明顺总工程师，感谢他在科学研究和标准化方面的悉心指导。李总历经四十余年，以他执着的事业心，非凡的组织协调能力和果断的决策才干，一直站在第一线并一手主持操办国家标准《混凝土结构设计规范》、《建筑结构设计统一标准》、《工程结构可靠性设计统一标准》等几个版本的编制、修订、再修订工作，为工程建设标准化奋斗终生，真正做到了鞠躬尽瘁，他是工程建设标准化工作者学习的楷模。

在撰写本书的过程中，得到了中国建筑科学研究院建研科技

股份有限公司领导和赵基达、黄小坤总工程师的大力支持和帮助，付瑞佳助理工程师为本书电子版付出了巨大精力，家人对我撰写本书的理解和关心，在此一并表示衷心感谢。

白生翔

# 目 录

1	概述 .....	1
2	基于可靠指标的设计基础 .....	5
2.1	结构可靠指标的计算公式 .....	5
2.2	按可靠指标设计 .....	6
2.3	可靠指标校准 .....	7
3	承载能力极限状态设计的分项系数表达式 .....	9
3.1	分离可靠指标公式 .....	9
3.2	作用效应 $S$ 与结构抗力 $R$ 的组成 .....	10
3.3	作用效应 $S$ 标准差的分离形式和 作用效应分项系数 .....	12
3.4	结构抗力 $R$ 标准差的分离形式和 结构抗力分项系数 .....	16
3.5	非正态分布的参数换算和随机变量 函数的统计参数计算 .....	18
4	正常使用极限状态设计的分项系数表达式 .....	21
4.1	目标可靠指标及其作用组合 .....	21
4.2	正常使用极限状态的失效概率与 可靠指标的关系 .....	22
4.3	裂缝控制的分项系数简明设计表达式 .....	25
5	承载能力极限状态设计表达式中有关系数的确定 .....	29
5.1	理论引导顾及现状 .....	29
5.2	可靠指标分级与设计表达式的关系 .....	30
5.3	分离系数的合理选择 .....	31
5.4	基本组合中永久荷载和可变作用的	



分项系数及组合值系数取值 .....	35
5.5 结构抗力计算中的材料分项系数及其表达式 .....	40
5.6 《统一标准》中分项系数的确定 .....	45
<b>6 基于概率的裂缝控制验算方法</b> .....	<b>48</b>
6.1 混凝土构件开裂可靠指标与平均抗裂系数 .....	48
6.2 裂缝宽度验算用的可靠指标 .....	51
6.3 正截面裂缝宽度的统计对象、统计分布及其荷载组合 .....	52
6.4 基于 FORM 方法的裂缝宽度计算模式 .....	54
6.5 裂缝宽度验算的一般设计表达式 .....	60
<b>7 正常使用极限状态的设计表达式</b> .....	<b>62</b>
7.1 第一种类型裂缝控制表达式中系数的确定 .....	62
7.2 第一种类型裂缝控制的另一种设计表达式 .....	65
7.3 第二种类型裂缝控制的实用设计表达式 .....	66
7.4 最大裂缝宽度的实用计算公式 .....	76
<b>8 规范中基于概率分析的几个问题</b> .....	<b>78</b>
8.1 材料性能统计依据 .....	78
8.2 混凝土配制强度与设计规范要求的关系 .....	81
8.3 混凝土轴心抗压强度标准值 .....	83
8.4 混凝土轴心抗拉强度标准值 .....	88
8.5 普通钢筋强度标准值 .....	92
8.6 受弯构件纵向受拉钢筋最小配筋率 .....	93
8.7 受拉带肋钢筋的基本锚固长度 .....	97
8.8 承载力设计值的实用表达式 .....	104
<b>附录一 我国结构可靠性研究及其在标准中应用的沿革</b> .....	<b>115</b>
<b>附录二 我国房屋建筑用《混凝土结构设计规范》</b>	
设计表达式发展概况 .....	121
<b>参考文献</b> .....	<b>159</b>

# 1 概 述

在我国，保证房屋建筑和土木工程结构有足够可靠度是通过下列四项措施来实现的，第一，行政管理部门批准发布房屋建筑和土木工程各类结构的设计、施工、验收、使用维修等配套性标准，供勘察、设计、审图、施工、监理、监督、管理等单位或部门遵照执行；第二，设计单位按业主要求的房屋建筑和土木工程设计使用年限进行结构设计，保证结构设计的可靠度不低于标准的规定，并经施工图审查部门确认；第三，施工中确保材料、产品和结构构件的质量不低于相应标准的规定，并经有关方共同验收确认；第四，交付使用的工程结构，应按规定的功能使用，并应定期检查维护或必要的维修。

本书主要涉及上述第一、第二项措施中有关结构可靠度以及混凝土结构设计表达式方面的内容，对第三项措施中的材料（钢筋、混凝土）质量会有所涉及。从站在国家标准《混凝土结构设计规范》GB 50010 的立场上，论述如何接受并贯彻国家标准《工程结构可靠性统一标准》GB 50153 提出的有关规定，并如何去承接该标准赋予《混凝土结构设计规范》自身应去配套完成的任务。

可靠度理论萌发于 20 世纪 40 年代，第二次世界大战期间到 20 世纪五六十年代，国际上应用概率论和数理统计于工程结构可靠性的研究，在理论上取得了重大进展。所处各种工作状况下的结构构件承受着各种来自人为施加的或客观环境赋予的作用而导致其功能失效，于是按概率理论就可给出结构构件丧失功能的失效概率，习惯上用  $p_f$  表示；在此基础上，又进一步提出用与失效概率  $p_f$  相关的可靠指标  $\beta$  作为结构可靠性的度量指标，以

便有一个大于 1.0 的取值而易为工程师接受, 此处  $\beta = -\Phi^{-1}(p_f)$ ,  $\Phi^{-1}(\cdot)$  为标准正态分布函数的反函数; 国际标准化组织及时地于 1973 年提出了《结构安全性验证总原则》ISO2394 为各国参考。于是, 以可靠指标  $\beta$  为基准来统筹协调工程结构标准在形式上和内容上的相对一致性就成为可能。

我国的国家标准《工程结构可靠性设计统一标准》<sup>[1]</sup> (简称《统一标准》) 积极借鉴了国际标准《结构可靠性总原则》<sup>[2]</sup> (简称《国际标准》) 和欧洲规范《结构设计基础》<sup>[3]</sup> (简称《欧洲规范》EN1) 的有关规定, 并反映了我国工程建设的实践经验, 贯彻了可持续发展的指导方针, 内容上有所扩展, 并涵盖了各类工程结构按可靠性设计的基本内容。

基于可靠指标为基础的实用性结构可靠度计算方法有多种, 如一次可靠度方法 (FORM)、二次可靠度方法 (SORM)、蒙特卡洛模拟 (Monte Carlo simulation) 方法等。《统一标准》推荐采用简易的一次可靠度方法 (FORM); 该标准明确规定: 工程结构设计宜采用以概率理论为基础、以分项系数表达的极限状态设计方法; 当缺乏统计资料时, 工程结构设计可根据可靠的工程经验或必要的试验研究进行, 也可采用容许应力或单一安全系数等经验方法进行。

《统一标准》以可靠指标  $\beta$  为依据, 根据工程结构安全等级的划分和可靠指标的要求, 在规定的设计使用年限和不同环境类别的耐久性要求的基础上, 提出了承载能力和正常使用两个极限状态下的设计原则; 对工程结构设计划分了持久、短暂、偶然和地震四种设计状况。根据不同的设计状况, 在按规定的可靠指标基础上, 建议采用与传统习惯相近的基于可靠指标并采用随机变量概率分布类型的一次可靠度方法 (FORM), 由其给出两个极限状态设计表达式。在承载能力极限状态计算中, 其作用效应项应分别采用基本组合、偶然组合和地震组合的效应设计值; 在正常使用极限状态验算中, 其作用效应项可根据功能的可逆性, 选取标准组合、频遇组合或准永久组合的效应设计值。显然, 作为

基础性标准的《统一标准》所作的规定，理应为包括国家标准《混凝土结构设计规范》<sup>[4]</sup>（简称《混凝土规范》）在内的各本结构设计规范贯彻执行。

尽管《统一标准》推荐给各本结构设计规范采用的是实用的一次可靠度设计方法，但是对各类结构规范的部分编制者和多数设计人员来讲，对其理论概念和应用操作似乎仍感到难以理解和把握，因此对《统一标准》持有消极应用、照瓢画葫或不理会、不赞同等各种态度。应当承认，《统一标准》从运作层面讲，对承载能力极限状态的相关规定，由可靠指标通过 FORM 方法转化成分项系数设计表达式的过程作出了较详细的阐述；但对正常使用极限状态的相关规定，就欠缺转化过程的阐述，荷载组合与混凝土长期性能之间缺少应有的联系，对其规定需要进一步消化和探究。

为此，本书拟站在《混凝土规范》的立场，本着遵循《统一标准》的基本原则，持认真学习消化、积极应用的态度，努力实施《统一标准》的规定内容，并借助已有的实践经验和文献[5]~[9]，力求用简明的分析方法和混凝土结构性能的专业知识，论证《统一标准》给出用于承载能力极限状态设计的荷载基本组合基本是合理的，应该遵照执行。对正常使用极限状态下用于抗裂和裂缝宽度验算等裂缝控制用的三种荷载组合，本书根据混凝土结构构件特性并参照传统规定而拟订的荷载长期组合、荷载长期与短期组合的设计方法，其效果大致与《统一标准》规定的准永久组合、频遇组合相当，但在系数的取值上会有一定差异；提出了基于极值分布概念和规定可靠指标条件下的裂缝宽度最大值计算公式，使裂缝宽度的计算更具逻辑合理性；对构件抗裂性验算，仍可采用荷载标准组合执行，必要时可对抗力项作某些调整。与概率分析有关的混凝土构件性能特性值，如裂缝宽度与抗裂性的关系、钢筋混凝土受弯构件最小配筋率、钢筋锚固长度等的确定，均作了较具体的探讨和分析；对《混凝土规范》中与概率分析有关材料性能设计指标和承载力设计

值的实用表达式等进行了技术性论述。在此基础上，结合《混凝土规范》的特点和要求而提出了若干建议，可供今后《混凝土规范》修订时参考。当然，文中必有谬误，期望行家给予指正。

## 2 基于可靠指标的设计基础

### 2.1 结构可靠指标的计算公式

《统一标准》附录 E 规定，当采用一次可靠度方法计算可靠指标时，如果作用效应  $S$  和结构抗力  $R$  两个相互独立的综合变量均服从正态分布时，作用效应  $S$  可用  $N(\mu_S, \sigma_S)$  表示，结构抗力  $R$  可用  $N(\mu_R, \sigma_R)$  表示。令  $Z = R - S$ ， $Z$  为  $R$ 、 $S$  组合后的随机变量，也可用  $N(\mu_z, \sigma_z)$  表示，其中，平均值取  $\mu_z = \mu_R - \mu_S$ 、标准差取  $\sigma_z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$ ，于是，当  $Z < 0$  时就表示结构构件失效，其失效概率为：

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (2.1.1)$$

式 (2.1.1) 中可靠指标  $\beta$  与失效概率  $p_f$  的关系列于表 2.1.1 中。有必要指出，表中的  $\beta$  本应取负值，由于在承载能力极限状态的可靠指标  $\beta$  不会出现正值的情况，其负值通过式 (2.1.1) 的  $(-\beta)$  作出表示，在后面涉及承载能力极限状态设计表达式中运算的  $\beta$  值仍按正值取用；在正常使用极限状态下，正如后文中指出会遇到  $\beta_{ser}$  取用负值或正值的情况，后文将为此专门作出说明。

表 2.1.1  $\beta$  与  $p_f$  的关系

$p_f$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$\beta$	1.28	2.32	3.09	3.72	4.27	4.75	5.20

结构构件完成预定功能（不失效）的概率  $p_s$  就称为结构构件可靠度：

$$p_s = 1 - p_f \quad (2.1.2)$$

式(2.1.1)中的 $\beta = -\Phi^{-1}(p_f)$ 即称为可靠指标,显然在实际情况下,当 $p_f \leq 0.5$ 时,可靠指标 $\beta$ 本应为负值;当 $p_f > 0.5$ 时, $\beta$ 本应为正值;此处 $\Phi^{-1}(\cdot)$ 表示标准正态概率分布函数的反函数。根据标准正态分布的特性可给出:

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2.1.3)$$

从计算方法上讲,各类随机变量为非正态分布时,均可通过数学手段等效换算成当量正态分布。

当 $R$ 、 $S$ 均服从对数正态分布时, $Z = \ln(R/S) = \ln R - \ln S$ ,此时 $Z$ 服从正态分布,其可靠指标为:

$$\beta = \frac{\mu_{\ln R} - \mu_{\ln S}}{\sqrt{\sigma_{\ln R}^2 + \sigma_{\ln S}^2}} \quad (2.1.4)$$

其中

$$\mu_{\ln R} = \ln\left(\frac{\mu_R}{\sqrt{1 + \delta_R^2}}\right) \quad (2.1.5)$$

$$\mu_{\ln S} = \ln\left(\frac{\mu_S}{\sqrt{1 + \delta_S^2}}\right) \quad (2.1.6)$$

$$\sigma_{\ln R} = \ln(1 + \delta_R^2) \quad (2.1.7)$$

$$\sigma_{\ln S} = \ln(1 + \delta_S^2) \quad (2.1.8)$$

当 $\delta_R$ 与 $\delta_S$ 均小于0.25时,式(2.1.4)可简化为:

$$\beta \approx \frac{\ln(\mu_R/\mu_S)}{\sqrt{\delta_R^2 + \delta_S^2}} \quad (2.1.9)$$

式中  $\mu_R$ 、 $\mu_S$ ——结构抗力、作用效应的平均值;

$\sigma_R$ 、 $\sigma_S$ ——结构抗力、作用效应的标准差;

$\delta_R$ 、 $\delta_S$ ——结构抗力、作用效应的变异系数:

$$\delta_R = \sigma_R/\mu_R, \quad \delta_S = \sigma_S/\mu_S。$$

## 2.2 按可靠指标设计

基于可靠指标的设计,《统一标准》要求,在设计使用年限

内，设计的结构构件应满足下式要求：

$$\beta \geq \beta_i \quad (2.2.1)$$

《统一标准》规定，在持久设计状况下的房屋建筑结构构件按承载能力极限状态设计的目标可靠指标  $\beta_i$  列于表 2.2.1 中。

表 2.2.1 目标可靠指标  $\beta_i$

破坏类型	安全等级		
	一级	二级	三级
延性破坏	3.7	3.2	2.7
脆性破坏	4.2	3.7	3.2

显然，大量的结构工程要按式 (2.2.1) 进行设计从理论上讲是科学的，但在实际操作上是困难的，目前尚没有这方面的成熟经验，除重要的单体结构构件之外，采用此法需要慎重。

对在持久设计状况下的房屋建筑结构构件，按正常使用极限状态设计规定的可靠指标  $\beta_{ser}$ ，宜根据其可逆程度取 0 ~ 1.5。

区分不可逆和可逆两种正常使用极限状态是《国际标准》提出的一个新概念。不可逆正常使用极限状态是指：当产生超越正常使用极限状态的作用卸除后，该作用产生的超越状态不可恢复的状态；可逆正常使用极限状态是指：当产生超越正常使用极限状态的作用卸除后，该作用产生的超越状态可以恢复的状态。对上述新概念，《统一标准》只是引进而未对其作深层次的诠释。

## 2.3 可靠指标校准

从现实可行的角度出发，《统一标准》提出了基于可靠指标的承载能力极限状态的分项系数设计表达式，以便与传统的设计规范所采用的设计方法接轨，但在确定分项系数时应与目标可靠指标相挂钩。由于结构设计情况的多样性，不能为此而引出多种不同的分项系数而导致设计的麻烦。《统一标准》提出了结构可



靠度校准，就是用可靠度方法来分析传统方法所设计结构的可靠度水平，作为今后设计采用的可靠指标的基础，当然，在校准中所选取的结构或结构构件应具有代表性，通常是采用所校准的结构或结构构件所得到的可靠指标，经加权平均后获得 $\beta_{ave}$ 值，然后经综合分析和经验判断后，确定作为承载能力极限状态设计规定的目标可靠指标 $\beta_1$ 值。