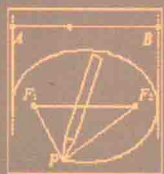




梦山
书系



涂荣豹 陶维林 宁连华 / 编著

图形计算器 与数学新课程整合教学设计



海峡出版发行集团 | 福建教育出版社

涂荣豹 陶维林 宁连华 / 编著

图形计算器 与数学新课程整合教学设计

图书在版编目 (CIP) 数据

图形计算器与数学新课程整合教学设计/涂荣豹, 陶维林, 宁连华编著. —福州: 福建教育出版社, 2014. 9
ISBN 978-7-5334-6448-6

I. ①图… II. ①涂… III. ①数学课—计算机辅助教学—教学研究—中小学 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 096177 号

图形计算器与数学新课程整合教学设计

涂荣豹 陶维林 宁连华 编著

出版发行 海峡出版发行集团

福建教育出版社

(福州梦山路 27 号 邮编: 350001 网址: www.fep.com.cn)

编辑部电话 0591-83726908

发行部电话 0591-83721876 87115073 010-62027445)

出版人 黄旭

印刷 福建东南彩色印刷有限公司

(福州市金山工业区 邮编: 350002)

开本 720 毫米×1000 毫米 1/16

印张 15.5

字数 213 千

版次 2014 年 9 月第 1 版 2014 年 9 月第 1 次印刷

书号 ISBN 978-7-5334-6448-6

定价 34.00 元

如发现本书印装质量问题, 影响阅读,
请向本社出版科 (电话: 0591-83726019) 调换。



梦 山 书 系

“梦山”位于福州城西，与西湖书院、林则徐读书处“桂斋”连襟相依，梦山沉稳、西湖灵动、桂斋儒雅。梦山集山水之气韵，得人文之雅操。福建教育出版社正坐落于西湖之畔、梦山之下，集五十余年梓行之内蕴，以“立足教育、服务社会、开智启蒙、慧泽生命”为宗旨，将教育类读物出版作为肩上重任之一，教育类读物自具一格，理论读物品韵秀出，教师专业成长读物春风化雨。

“梦”是理想、是希望，所谓“梦想成真”；“山”是丰碑，是名山事业。“积土成山，风雨兴焉”，我们希望通过点点滴滴的辛勤积累，能矗起教育的高山；希望有志于教育的专家、学者能鼓荡起教育改革的风雨。

“梦山书系”力图集教育研究之菁华，成就教育的名山事业之梦。

序

2010年,国务院颁布的《国家中长期教育改革和规划纲要》指出:“信息技术对教育发展具有革命性影响,必须予以高度重视。”“到2020年,基本建成覆盖城乡各级各类学校的教育信息化体系,促进教育内容、教学手段和方法现代化。”强调“强化信息技术应用。提高教师应用信息技术水平,更新教学观念,改进教学方法,提高教学效果。鼓励学生利用信息手段主动学习、自主学习,增强运用信息技术分析解决问题能力。加快全民信息技术普及和应用。”

2003年,教育部颁布的《普通高中数学课程标准(实验稿)》指出:现代信息技术的广泛应用正在对数学课程内容、数学教学、数学学习等产生深刻的影响。提倡实现信息技术与课程内容的有机整合,注意把算法融入到数学课程的各个相关部分。提倡利用信息技术来呈现以往教学中难以呈现的课程内容,尽可能使用科学型计算器、各种数学教育技术平台,加强数学教学与信息技术的结合。鼓励学生运用计算机、计算器等进行探索和发现。

为适应时代发展的需求,培养适应21世纪要求的人才,加快信息技术与数学教学整合,南京数学学会于2007年成立“卡西欧图形计算器与数学课程整合研究”课题组。参加这项课题研究的有南京师范大学数学科学学院的教授、中学教授级高级教师以及高级教师、市教学研究室的数学教研员,他们当中有博士生导师、硕士生导师、特级教师、学科教学带头人、优秀青年教师,其中有博士学位的1人,硕士学位的2人,还有4位是中学校长、副校长。所涉及的学校有十多所,参加人员达20多人。

这项研究得到了卡西欧(中国)贸易有限公司的大力支持,使用的图形计算器主要有卡西欧 $fx-115EX$ 、卡西欧ClassPad330等机型。



卡西欧 $fx-115EX$ 彩色图形计算器具有彩色屏幕、中文菜单、携带方便、学习容易、操作简单、功能强大等特点，具有代数运算、函数（或动态）作图、统计计算、电子表格、方程求解、几何（动态）作图、圆锥曲线、数列（包括递推）和程序编制以及金融计算、微分方程图形解等功能，是一个适合于学生的“学”的工具，它完全可以满足中学数学各内容的学习需求，也是一个适用于各种“教”的工具。而卡西欧 ClassPad330 图形计算器的功能更加强大，尤其在几何（动态）作图、程序编制方面更为突出。

几年来，课题组规范研究活动。初始阶段，从学习最基本的技术抓起，力求人人基本掌握图形计算器的使用技术；在此基础上，以案例为载体，研究图形计算器与数学教学整合的具体实施过程。重视课题研究的过程性以及成果意识，制订长短期研究计划，每次活动坚持录像做记录。认真做好每一节课的教学设计，首先由上课教师提出教学设计初稿，然后集体讨论每一个教学细节，确定教学设计，最后由上课教师进行实际教学活动。在研究课教学活动之后，及时进行教学点评，总结教学设计以及具体实施中的优点和不足之处，提出改进意见，最后重新修改教学设计。本书中收录的教学设计就是经过以上过程形成的，这些成果给今后开展类似研究提供了极好的参考资料。

课题组除了形成本书所呈现的成果外，更重要的成果是，研究过程给青年教师的成长提供了一个很好的专业发展平台。这是因为，研究中不仅关注如何使用图形计算器，更关注如何按照科学教学观来进行教学。通过研究，不仅仅掌握了图形计算器与数学教学整合的方法，更重要的是促进了数学课堂教学研究，提高课堂教学的水平。南京师大附中的张跃红老师在“第四届全国高中青年数学教师优秀课观摩与评比活动（大连）”中获得一等奖；孙信玲老师在“全国数学教育研究会 2012 年会”上的公开课得到了与会老师的一致好评，这些都是最好的证明。实际上，还有许多青年教师在各级（省、市）公开课中也获得成功，这里就不再一一列举。

图形计算器的介入给数学教学过程带来了诸多变化，这里举几个例子来说明。

“现代社会是信息化的社会，人们常常需要收集数据，根据所获得的数据提取有价值的信息，作出合理的决策。统计是研究如何合理收集、整理、分析数据的学科，它可以为人们制定决策提供依据。”新的课程标准“把最基本的数据处理、统计知识等作为新的数学基础知识和基本技能”。

计算器首先是计算工具，算得快，而在统计教学中面对大量的数据需要处理，人工处理无法与机器相比，这样，教学中就可以把更多精力放在对统计结果的分析、统计量的认识，以及利用统计结果决策、解决实际问题上了。

例1 通过抽样调查，我们获得了100位居民某年的月均用水量（单位：t）。

3.1	2.5	2.0	2.0	1.5	1.0	1.6	1.8	1.9	1.6
3.4	2.6	2.2	2.2	1.5	1.2	0.2	0.4	0.3	0.4
3.2	2.7	2.3	2.1	1.6	1.2	3.7	1.5	0.5	3.8
3.3	2.8	2.3	2.2	1.7	1.3	3.6	1.7	0.6	4.1
3.2	2.9	2.4	2.3	1.8	1.4	3.5	1.9	0.8	4.3
3.0	2.9	2.4	2.4	1.9	1.3	1.4	1.8	0.7	2.0
2.5	2.8	2.3	2.3	1.8	1.3	1.3	1.6	0.9	2.3
2.6	2.7	2.4	2.1	1.7	1.4	1.2	1.5	0.5	2.4
2.5	2.6	2.3	2.1	1.6	1.0	1.0	1.7	0.8	2.4
2.8	2.5	2.2	2.0	1.5	1.0	1.2	1.8	0.6	2.2

上面这些数据能告诉我们什么呢？（选自：普通高中课程标准实验教科书（人教A版）《数学（必修三）》）

借助图形计算器，很容易获得这个样本的频率分布直方图（图1）。借助直方图，很容易统计出各个数值的频数、频率。同样，很方便地获得该年居民月均用水量的总体密度曲线（图2），可见其符合正态分布的特点。这些统计结果的获得很难想象离开现代信息技术会怎样。

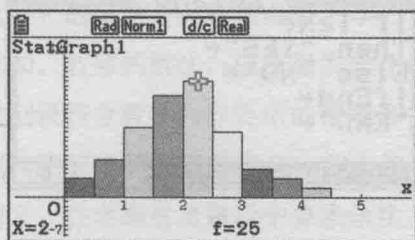


图1

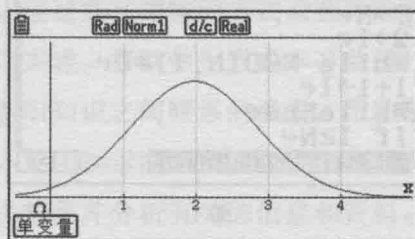


图2



研究函数性质往往是先绘制图形，然后借助图象，用数形结合的方法来研究。在缺少信息技术支持的情况下，列表、描点往往需要花费大量时间，而在信息技术支持下，学生可以按照自己的设计来绘制图象，通过观察、分析图象获得函数的性质。

例2 画指数函数 $y=a^x$ ($a>0, a\neq 1$) 的图象，并研究函数性质。

有了技术的支持，学生自己选择 a 的取值，甚至直接画出可以动态改变底数 a 的指数函数的图象，任意改变 a 的值(图3)，观察、比较、分析、发现指数函数的性质。不再像过去那样，由教师提出列表、描点，仅仅绘制 $y=2^x$ ， $y=$

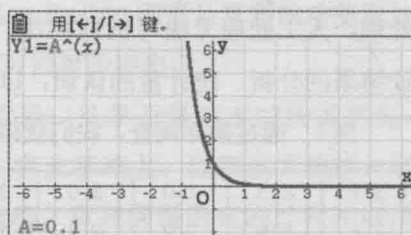


图3

$\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的图象来研究性质。这样的教学，

学生缺少主动，作为观察性质的函数图象的样本太少，缺乏说服力，教学效果无法与技术支持下的教学相比。

新课程增加了“算法”的教学内容，程序编制成为必修课。

例3 设计“判断整数 $n(n>2)$ 是否为质数”程序框图与算法语句。(选自：普通高中课程标准实验教科书(人教A版)《数学(必修三)》)

无技术支持的“程序编制”教学纸上谈兵，是一件令人遗憾的事。因为不能实际执行程序，因而很难调试、很难发现其可行性、可靠性。对于算法结构也难以得到很好地体验、感受。如图4，图5，在技术支持下，这些困难迎刃而解。

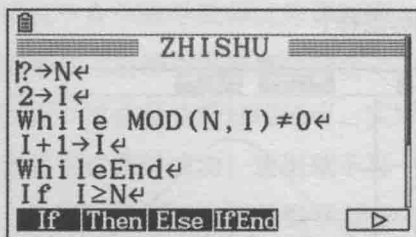


图4

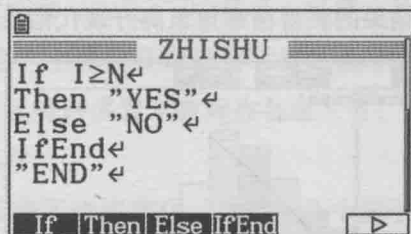


图5

由上几例可见,复杂的计算、图形的绘制等借助信息技术工具完成,学生学习的重心放在数学规律的发现上。获取知识的方式改变了,画什么样的函数图象由学生自己来决定,学生通过自己观察、归纳、发现来获得数学知识,学习方式更加积极、主动,始终保持着浓厚的兴趣;学生的探究式学习成为常态,学生不仅学习知识,更学习研究方法,大大提高了认知能力;独立思考与合作交流结合,学生增强了问题意识,培养了创新能力;教师角色有明显改变,讲解、演示变为学生的动手操作、亲身经历,教师作为教学向导,为学生活动暗示和提供线索,适时介入、指导,真正成为学生学习的引导者和帮助者。使用图形计算器进行数学的教学的最大好处是学生的亲自动手操作,知识的获取方式和学习的方式发生了根本性的改变。

经过几年的研究、探索,我们也切实感受到,真正做好信息技术与数学教学整合工作需要注意以下一些问题:

(1) 搞好信息技术与数学教学整合,要“知彼知己”。一方面,要充分了解数学教学的需要,另一方面,要充分了解技术,图形计算器能够做什么?只有这样,才能运用好技术工具在帮助学生理解数学上发挥的作用。因此,要搞好信息技术与教学整合,在学习计算器技术的同时,教师首先要认真研究教材、研究教学的对象、研究教学过程,钻研教学,真正了解运用技术辅助教学到底“辅”在哪里。

(2) 搞好信息技术与数学教学整合,要有先进的理论指导。教学是人设计的,技术是人使用的,同样的技术,受不同思想、理念的指导,使用的方法不同,效果也不同。搞好整合需要先进的教育理念的指导,需要熟悉教学过程,懂得教学规律。比如,建构主义认为,知识不是通过教师传授得到,而是学习者在一定的情境即社会文化背景下,借助其他人(包括教师和学习伙伴)的帮助下,利用必要的学习资料,通过意义建构的方式而获得的。再比如,教师的教法,应该激发学生的学习兴趣,帮助学生形成学习动机,通过创设符合教学内容要求的情境和提示新旧知识之间联系的线索,帮助学生建构当前所学知识的意义;学生的学法,要用探索法、发现法去建构知识的意义,在建构意义过程中要求学生主动去搜集并分析有关的信息和资料,对



所学习的问题要提出各种假设并努力加以验证，等等。

(3) 搞好信息技术与数学教学整合，要把握好“度”，做到恰时恰点、恰到好处。信息技术是一个帮助学生认知的工具，信息技术的介入不可能代替其他的教学手段或者工具。我们并不主张整堂课都使用信息技术，要找准“切入点”，明确“必要性”，做好“平衡性”，把握好“度”。在需要借助计算器的帮助让学生认识某项知识、发现某些结论、获得某种感受等时候使用它。因此，需要教师讲解的仍然不可少，必要的在纸笔运算也不可少。

(4) 学数学，发展学生理性精神是重要的任务，不应把利用信息技术发现的结论作为数学结论。因此，指数函数的图象与性质的教学大致经历三个过程，一是“明确要求，让学生知道干什么”（自己选取 a 的值，借助图形计算器画出它们的图象，并观察指数函数的性质）；二是“经过观察，你发现了什么”（指数函数有哪些性质）；三是“为什么”，也就是通过利用图形计算器绘制图象发现的性质属于“猜想”，要真正作为函数的性质还需要经过严格证明。

(5) 信息技术作为一项技术也必然有它的局限性。比如，由于分辨率的原因，理论上不相交的两个图象可能显示为相交，还可能由于窗口大小的限制不能完整地显示所有内容，由于浮点运算造成的运算误差会导致结论不够准确等等，在实际使用时要充分考虑这些因素。

以上也是我们参加课题研究的一些认识，由于水平有限，缺点错误难免，敬请读者不吝赐教。

感谢卡西欧（中国）贸易有限公司对本课题研究的大力支持。

涂荣豹 陶维林 宁连华

2014年4月20日

目 录



1. “函数的单调性”教学设计	1
2. “函数的奇偶性”教学设计	12
3. “指数函数”教学设计	22
4. “幂函数”教学设计	31
5. “对数函数”教学设计	40
6. “求方程的近似解”教学设计	49
7. “函数模型及其应用”教学设计	59
8. “应用导数研究函数单调性”教学设计	73
9. “正余弦函数的图象”教学设计	80
10. “函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象”教学设计	88
11. “直线与圆的位置关系”教学设计	97
12. “椭圆及其标准方程”教学设计	105
13. “椭圆的简单几何性质”教学设计	113

14. “双曲线及其标准方程” 教学设计	119
15. “二元一次不等式（组）表示的平面区域” 教学设计	125
16. “简单的线性规划问题” 教学设计	134
17. “几何概率随机模型” 教学设计	143
18. “随机数产生” 教学设计	154
19. “频率分布直方图” 教学设计	160
20. “线性回归方程” 教学设计	169
21. “正态分布” 教学设计	177
22. “循环语句” 教学设计	186
23. “条件语句” 教学设计	194
24. “算法案例” 教学设计	204
25. “算法案例”（辗转相除法与更相减损术）教学设计	212
26. “推理案例赏析” 教学设计	220
附	235

1.“函数的单调性”教学设计

一、内容与内容解析

函数的单调性是函数最重要的性质之一，它是研究当自变量 x 不断增大时，函数值 y 增大还是减小的性质。函数的单调性是函数的局部性质，在整个定义域上不一定具有。

函数单调性的研究体现了函数研究的一般方法，具有典型意义。研究中，充分利用“数”“形”结合，由直观到抽象，由特殊到一般的方法。首先借助对函数图象的观察、分析、归纳，发现函数增、减变化的直观特征，经过逐步量化，发现增、减变化的数量特征，从而实现用数学符号来刻画函数的单调性。

函数单调性的概念是研究具体函数单调性的依据，在研究函数的值域、定义域、最大值、最小值等性质中有重要应用（内部）；在解不等式、证明不等式、数列的性质等数学的其他内容的研究中也有重要的应用（外部）。可见，函数的单调性在数学中具有核心地位。

二、目标与目标解析

1. 知识目标：①理解函数在某区间上单调的意义；②掌握判断函数单调性的方法。

2. 能力目标：①能够以具体的例子说明某函数在某区间上是增函数还是减函数；②会证明一些简单函数在某个区间上的单调性。

3. 方法目标：①利用函数的图象，观察、归纳、抽象函数简单性质的一



般方法；②类比思想和数形结合思想方法。

在函数的单调性学习的过程中，不仅要帮助学生理解这一重要性质，更要引导学生理解掌握研究性质的一般方法。

函数的图象是研究函数性质的重要工具。本节课让学生用 CASIO $fx-115$ CG20 图形计算器画出已学过的一些初等函数图象，并观察它们的变化趋势，观察、归纳、抽象函数简单性质，既渗透了数形结合的思想，又体现了研究函数简单性质的一般方法。

三、教学问题诊断分析

1. 本课教学的重点是，引导学生探究如何对函数单调性进行抽象的符号描述。

教学中，通过一次函数、二次函数等具体函数的图象及数值变化特征的研究，得到“图象上升”的感性认识；通过尝试、讨论、探索，提出单调增的初步刻画：“随着 x 的增大， y 也增大”。仅就图象角度直观描述函数单调性的特征对学生而言并不困难。困难在于，如何从具体的、直观的形象中把函数单调性的数量特征抽象出来，用精确的数学符号语言描述。

2. 本节课的难点是如何用符号语言刻画函数的单调性。

教学中困难的是，把某区间上“随着 x 的增大， y 也增大”文字语言描述过渡到用该区间上“任意的 $x_1 < x_2$ ，有 $f(x_1) < f(x_2)$ ”的符号语言刻画。其中最难达到的符号刻画是：要在区间上“任意”取两个大小不等的 x_1, x_2 。要说明函数单调性这一重要特征，需要用一个简单的反例来加以说明和帮助学生理解。在教学过程中应设计一定的启发性提示语进行启发，让每个学生都有所思考，接受不同层次的思维挑战，不能简单地让好学生来告诉差学生。

3. 试图在一节课中实现学生对函数单调性的真正理解违背学生的认知规律。

要完成函数单调性的数学形式化描述，必须让学生经历逐步从特殊到一般，具体到抽象的归纳概括过程，千万不能一下子进行到一般情况。学生在后续学习中，对函数单调性将有一个较长时期的不断分化和综合贯通的继续

同化过程，比如通过判断函数的单调性，寻找函数的单调区间，运用函数的单调性解决具体问题等一系列学习活动，才能逐步地理解和把握这一概念的本质特征。

4. 运用单调性的定义证明一个具体的函数的单调性也是本课的一个难点。

运用定义证明函数单调性的具体方法是：在区间上任意取 x_1, x_2 ，设 $x_1 < x_2$ ，作差 $f(x_2) - f(x_1)$ ，然后判断这个差的正、负，从而证明函数在该区间上是增函数还是减函数。

四、 教学过程设计

1. 创设情境、导入新课.

在初中，学生已经学习过二次函数、一次函数、反比例函数等，学生可以随意选定学过的函数解析式，利用图形计算器画出相应的函数图象（如图 1、图 2），并思考下列问题。

【问题 1】一次函数的图象是如何变化的？二次函数图象是如何变化的？反比例函数呢？

〔学生活动〕利用 CASIO $fx-115ES$ 图形计算器，按照下列操作步骤画出函数图象。

①按 **[MENU]** 键，进入主菜单。按数字键 **[5]**，开启“图形函数”窗口。

②如图 1，分别输入表达式，完成后按 **[EXE]** 键。

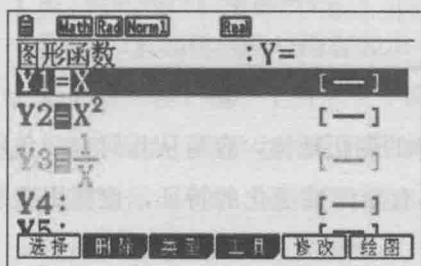


图 1

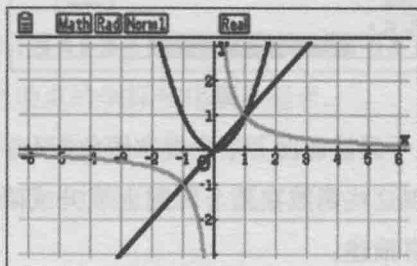


图 2

③选中 Y1、Y2、Y3，按 **[F6]**（绘图），如图 2，绘制这三个函数的图象。



提示：使光标位于某一行，再按[F1]键（选择），可以在选中该表达式与放弃选中该表达式之间切换。

〔设计意图〕让学生自主动手，利用图形计算器，画出函数图象，在动态的状态下观察图象的变化趋势以及升降特点，体会同一种函数在不同区间上的变化差异，获取对函数单调性的直观感知。并利用已有的知识思考问题，用自然语言描述图象的特征：所画一次函数的图象全部是上升的，二次函数图象一部分是上升的，另一部分是下降的。

2. 创设情境、提出问题.

【问题2】观察图3、图4中一次函数 $f(x)=x$ 和图5、图6二次函数 $f(x)=x^2$ 的图象（情境），你怎样比较准确地描述它们的特征？

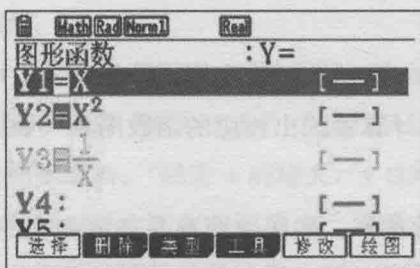


图 3

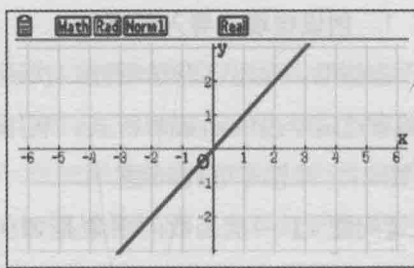


图 4

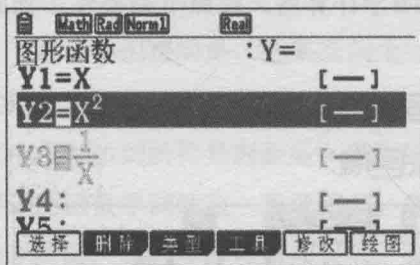


图 5

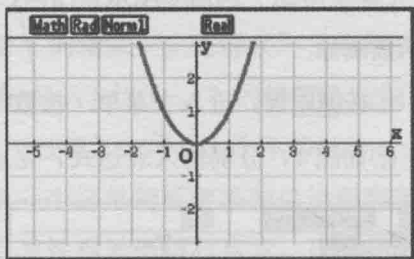


图 6

〔设计意图〕学生观察图象上升、下降的变化规律，容易从几何直观角度发现这些函数在某个区间上或升或降，具有单调性变化的特征，也能用文字语言描述：

- ①函数 $f(x)=x$ 的图象由左到右是上升的；
- ②函数 $f(x)=x^2$ 的图象在 y 轴左侧是下降的，在 y 轴右侧是上升的。

[教学预设] 引导学生用区间符号替代描述中的“从左到右”，“y 轴左侧”，“上升”，“下降”等。但要对学生进行适当有效的启发引导绝非易事，可以设计如下启发性提示语：

启发 1：函数的这种特征用这样的语言来描述，你觉得在数学上行不行？

启发 2：你如何用数学的语言描述这个特征呢？（这是本节课的核心问题）

启发 3：在这个文字描述中，哪些名词或语言可以用数学符号代替？

启发 4：像“从左到右，y 轴左侧，y 轴右侧”这些文字，能不能用数学符号描述？

于是就可以得到一个新的描述：

函数 $f(x)=x$ 在 “ $(-\infty, +\infty)$ 上是上升的”；

函数 $f(x)=x^2$ 在 “ $(-\infty, 0)$ 上是下降的”，在 “ $(0, +\infty)$ 上是上升的”。

启发 5：但是“上升”、“下降”还不是符号语言，那如何用符号语言表示它们？

[设计意图] 通过启发性的问题情境，引导学生提出课题，即“如何用数学语言描述函数的这个新的特征”，从而把“函数单调性”的概念课转变成探索解决新问题的问题解决课。接下来，教学生学习“运用研究问题的一般方法”，通过大量的尝试，去“建构新概念”——先猜想，后检验，再修正，终完善——一步一步，循序渐进地解决新问题，使新知识的学习成为一种开创性的工作，为培养学生的创新意识和创造能力作出贡献。

3. 逐步深入，尝试解决.

【问题 3】如何用符号语言表示“上升”、“下降”？

(1) 第一步：把“上升”、“下降”与动点的坐标变化联系起来.

[学生活动] 让学生利用图形计算器在函数 $f(x)=x^2$ 图象上任意找一点，并测出其坐标，利用“追踪”功能（如图 7）对动点追踪，观察思考.

使用图形计算器的操作步骤：

在图 6 的状态下，按 **[F1]** 键（Trace，跟踪），拨动光标控制盘上的箭头，可看到光标所在位置的点的坐标，如图 7.