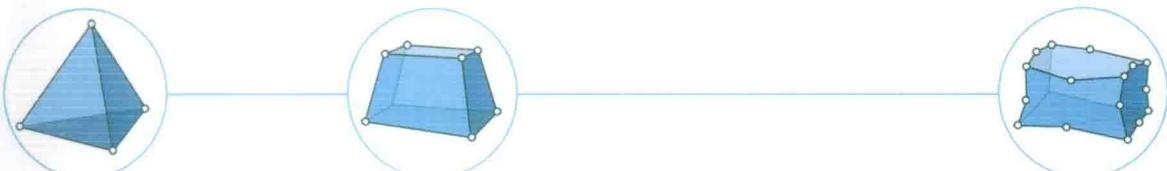


PEARSON

有限元应用与工程实践系列



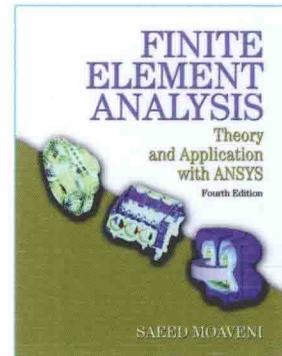
有限元分析

—ANSYS 理论与应用（第四版）

Finite Element Analysis
Theory and Application with ANSYS
Fourth Edition

[美] Saeed Moaveni 著

李继荣 王蓝婧 邵绪强 姜丽梅 等译
张荣华 审校



中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

有限元应用与工程实践系列

有限元分析——ANSYS 理论与应用 (第四版)

Finite Element Analysis
Theory and Application with ANSYS
Fourth Edition

[美] Saeed Moaveni 著

李继荣 王蓝婧 邵绪强 姜丽梅 等译

张荣华 审校

电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry

内 容 简 介

本书详细介绍了有限元分析的一般理论、方法以及 ANSYS 软件在有限元分析中的应用。全书详细介绍了一维和二维有限元公式的推导与实例分析，并简要阐述了三维有限元分析，讨论了桁架、轴力构件、梁、框架、热传递、流体流动和动态问题的有限元分析。有关 ANSYS 的内容是本书的重要组成部分，本书每章均首先介绍相关的基本概念和有限元公式的推导过程，然后通过手工求解一些简单的实例问题，进而再利用 ANSYS 进行求解。第 8 章介绍了 ANSYS 的基本功能和组织结构，并通过实例详细介绍了利用 ANSYS 进行有限元分析的基本方法和步骤。本书特别强调分析结果的验证，在若干章的最后均提出了针对不同问题的分析结果的验证方法。

本书适合于希望学习有限元分析的基本理论和方法并将其应用于解决实际物理问题的高校学生和从事有限元研究与应用的工程技术人员。对于需要利用有限元分析，却不完全理解有限元分析理论的工程师来说，本书亦可作为深入理解有限元基本概念与建模方法的参考用书。

Authorized translation from the English language edition, entitled Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS, Fourth Edition, 9780133840803 by Saeed Moaveni, published by Pearson Education, Inc., Copyright © 2015 by Pearson Higher Education Inc.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage retrieval system, without permission from Pearson Education, Inc.

CHINESE SIMPLIFIED language edition published by PEARSON EDUCATION ASIA LTD., and PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY Copyright © 2015.

本书中文简体字版专有出版权由 Pearson Education(培生教育出版集团)授予电子工业出版社。未经出版者预先书面许可，不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

本书贴有 Pearson Education(培生教育出版集团)激光防伪标签，无标签者不得销售。

版权贸易合同登记号 图字：01-2014-5135

图书在版编目(CIP)数据

有限元分析：ANSYS 理论与应用：第 4 版 / (美)莫维尼 (Moaveni, S.) 著；李继荣等译。

北京：电子工业出版社，2015.8

(有限元应用与工程实践系列)

书名原文：Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS, Fourth Edition

ISBN 978-7-121-26421-4

I. ①有… II. ①莫… ②李… III. ①有限元分析—应用程序 IV. ①O241.82

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 138314 号

策划编辑：冯小贝

责任编辑：李秦华

印 刷：涿州市京南印刷厂

装 订：涿州市京南印刷厂

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本：787 × 1092 1/16 印张：39 字数：998 千字

版 次：2005 年 8 月第 1 版(原著第 2 版)

2015 年 8 月第 3 版(原著第 4 版)

印 次：2015 年 8 月第 1 次印刷

定 价：99.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：(010)88258888。

译 者 序

有限元方法是当今工程分析中应用最广泛的数值计算方法。自 1960 年 R. W. Clough 正式提出“有限元方法”以来，随着计算机科学技术的发展和进步，有限元方法得到了长足的发展和快速的普及。作为连续体离散化的一种标准研究方法，有限元方法在机械工程、航空航天、汽车、造船、土木工程、电子电气、冶金与成形等众多工程领域中得到了广泛应用。有限元法的通用计算软件作为有限元研究的一个重要组成部分，也随着电子计算机的飞速发展而迅速发展起来。20 世纪 70 年代初期出现了大型通用有限元分析软件，其功能强大、计算可靠、工作效率高，逐渐成为了结构分析强有力 的工具。20 多年来，涌现出了更多的通用计算软件，应用领域从结构分析领域扩展至各种物理场的分析，从线性分析扩展至非线性分析，从单一场的分析扩展至若干个场耦合的分析。

美国 ANSYS 公司 20 世纪 70 年代研制开发的大型通用有限元分析软件 ANSYS 是目前应用最为广泛的通用有限元分析软件之一。ANSYS 发展至今已拥有多个更新的版本，功能更加强大和完善，操作和使用也更加方便。ANSYS 具有多种有限元分析的能力，包括从简单线性静态分析到复杂的非线性瞬态动力学分析，适用于各种工程领域问题的分析，已成为现代工程学问题分析必不可少的有力工具。ANSYS 将有限元分析、计算机图形学和优化技术结合在一起，其图形用户界面为软件的使用提供了更加直观的途径，而批处理命令方式提供了更为灵活和高效的分析手段。

本书是在第三版的基础上修订而成的，主要讲述了有限元的基本理论和通用有限元分析软件 ANSYS 在有限元分析中的应用。本书可以作为一本介绍有限元分析与应用的教学或参考用书，在进行有限元理论讲解的同时，还合理地配置了一些具有详细手工求解过程的实例，以便于初学者更好地学习有限元方法的基本概念，然后再利用 ANSYS 进行求解，使读者掌握如何利用通用有限元分析软件进行问题的求解。此外，全书给出大量的习题以增强读者对概念的理解。本书通过理论讲解并配合实例训练加强读者对有限元理论的理解以及对 ANSYS 软件的有效使用，因此特别适合于希望学习有限元分析基本理论和方法并将其应用于解决实际物理问题的高校学生、研究生和从事有限元研究与应用的工程技术人员。此外，本书还特别强调分析结果的验证，主张通过“合理性检查”方法替代代价较高的实验验证法，并在若干章的最后均利用一节的篇幅提出了一些简单、可行的“合理性检查”方法以检验实例问题分析结果的正确性。

全书共分 15 章。第 1 章介绍了有限元分析的基本概念和方法；第 2 章讲述了矩阵运算的一般规则。第 3 章至第 12 章(不包含第 8 章)分别介绍了固体力学、热传递和流体力学、动态问题的一维和二维有限元分析的基本理论，每一章都首先介绍相关概念，然后进行有限元公式的推导，最后举例说明利用 ANSYS 进行有限元分析的方法。第 8 章介绍了 ANSYS 的基本功能和组织结构，并通过实例介绍了如何利用 ANSYS 进行有限元分析。第 13 章简要介绍了三维有限元分析。最后两章主要介绍工程设计、材料选择与优化设计的基本思想。与前一版相比，

本书新增并修订了一些内容，根据最新的 ANSYS 版本所提供的单元类型，对已有的 20 多个实例问题进行了修改，并且增加了多个实例用以详细介绍如何利用 Excel 辅助手工完成多种类型问题的有限元求解。

本书的翻译过程得到了很多人的帮助与参与，在此衷心感谢为本书翻译付出努力的每一个人！参与本书翻译的人员主要有：李继荣、王蓝婧、邵绪强、姜丽梅、王新颖、张荣华。张荣华、姜丽梅参与了全书的统稿与审校。最后，感谢本书第三版的所有译者！

翻译是一个再创作过程，在本书翻译过程中，译者对照原著，力求翻译准确、文字简单明了，但由于涉及的知识相当丰富以及译者自身的知识局限性，译文难免有不足之处，谨向原书作者和读者表示歉意，并敬请读者批评指正！

前　　言

第四版的主要变化

本书第四版由 15 章组成，根据 ANSYS 软件的更新和建议，以及学生、教师和使用第三版的专业人员的需求，在第三版的基础上对某些内容进行了修改，并增加了新的内容，其中主要包括：

- 介绍了 ANSYS 最新版本中的变化(第 3 章和第 8 章)。
- 介绍了新增单元类型的性能(第 3 章、第 4 章、第 6 章、第 8 章至第 13 章和第 15 章)。
- 新增了 1 个综合实例，用以详细介绍如何利用 BEAM188 单元进行梁和框架问题的建模(第 4 章)。
- 根据新增的 ANSYS 单元类型对 20 个实例问题的求解过程进行了修改(第 3 章、第 4 章、第 6 章、第 8 章至第 13 章和第 15 章)。
- 新增了 8 个综合实例，用以详细介绍如何利用 Excel 完成不同类型问题的有限元分析求解过程(第 2 章至第 6 章、第 9 章至第 12 章)。
- 有关有限元理论及其公式推导的内容更为详尽。
- 在附录 F 中介绍了 MATLAB 新修订的内容。

本书组织结构

目前，在有限元理论方面已经有不少针对高年级学生的优秀教材。然而，这些书在向大学生和初学者介绍有限元建模的概念时，都没有将 ANSYS 作为完整的有限元分析方法的一部分而包括进去。近年来，有限元分析方法作为一种设计工具发展迅猛。各种易用的综合性软件，如 ANSYS——一种通用有限元分析软件，已经成为设计工程师必不可少的工具。遗憾的是，许多使用这些工具的工程师经验不足或者对基本概念缺乏了解。本书作为入门教材，旨在帮助工科学生和未接触过有限元建模的工程师深入理解有限元的基本概念。全书详细讲解了有限元分析的基本理论，并介绍了实际问题的有限元建模过程。本书在编写过程中尽量避开了枯燥的理论，避免学生在理论面前望而却步；同时又保留了足够的理论知识确保可以灵活、有效地使用 ANSYS。ANSYS 是本书的重要组成部分。书中每章将首先介绍相关的基础理论，然后给出一些简单实例问题，并进行手工计算，进而再介绍如何利用 ANSYS 求解这些问题。书中习题的安排也采用了这种方式。有一些习题可能要求手工计算，但对一些复杂的习题则要求利用 ANSYS 进行求解。通过手工求解一些简单的实例问题将有助于学生熟悉有限元分析的必要步骤，加深对相关概念的理解。在第 3 章、第 4 章、第 6 章和第 9 章至第 14 章的后面还提出了一些工程设计问题。

本书还讨论了导致分析结果不正确的可能错误来源。优秀的工程师必须能够找到某种方

法来检验结果是否正确。尽管模型实验可能是最好的方法，但是这种方法往往过于耗费时间和金钱。因此，本书始终强调尽量采用“合理性检查”的方法来验证有限元分析的结果，并在相关章节的最后给出了可用于验证 ANSYS 结果的方法。

本书的另一个特点是在最后两章中介绍了工程设计、材料选择、优化和 ANSYS 参数化编程的内容。

全书共分 15 章。第 1 章介绍了有限元分析的基本思想，以及直接法、最小总势能法和加权余数法等常用有限元公式推导的方法。第 2 章讲述了有关矩阵运算的一般法则。第 3 章分析了桁架，桁架是许多结构问题的最经济的解决方案；此外，第 3 章还简单介绍了 ANSYS 软件的使用方法，使读者可以开始着手使用 ANSYS。第 4 章介绍了轴力构件、梁和框架的有限元公式。第 5 章引入了一维线性单元、二次单元和三次单元，为一维问题的分析奠定了基础；此外，第 5 章还详细介绍了全局坐标系、局部坐标系和自然坐标系的概念；以及等参单元的有限元公式和高斯-勒让德数值积分。第 6 章介绍了一维热传递和流体问题的迦辽金公式。第 7 章介绍了二维线性单元和高阶单元，以及二维高斯-勒让德积分法。第 8 章讲述了 ANSYS 的主要功能及其组织结构，同时还详细介绍了 ANSYS 建模和分析的基本步骤。第 9 章介绍了二维热传递问题的分析，其中有一节专门讨论了非稳定热传递问题。第 10 章分析了非圆形截面杆的扭转及平面应力问题。第 11 章阐述了动态问题的分析，并简要介绍了机械和结构系统的振动分析。第 12 章讨论了理想二维流体力学问题的分析，其中包括利用直接法进行管网和地下渗流问题的有限元分析过程。第 13 章讨论了三维单元及其有限元公式，同时还介绍了自上而下和自下而上的实体有限元建模方法。最后两章主要介绍设计与优化的基本思想，其中第 14 章介绍了工程设计与材料选择，第 15 章介绍了设计优化与 ANSYS 参数化编程。书中每一章均以本章的学习内容开头，并以学习后应掌握的知识的总结作为结尾。

本书在利用 ANSYS 进行求解实例时均详细介绍了 ANSYS 建模及分析的过程。如有必要，教师可先讲述第 8 章。

有关固体力学、热传递和流体力学的基本概念贯穿于本书各章节之中。此外，要提醒学生的是，不要过早地对那些存在简单解析解的问题建立有限元模型。在附录 A 和附录 B 中列出了常用工程材料的力学和热物理学性质。附录 C 和附录 D 给出了一些结构型钢的常用截面形状及其性能。附录 F 详细介绍了有关 MATLAB 的操作。

本书的学习网站的网址为 <http://www.pearsonhighered.com/moaveni>。此举出于以下几个目的：(1) 共享 ANSYS 新版本的变化；(2) 共享下一版教材的修订信息；(3) 提供额外的习题和设计问题；(4) 在网站上公布本书的勘误。该网站对所有学生和教师开放。

感谢使用本书，并希望您对第四版感到满意。

Saeed Moaveni

目 录

第1章 绪论	1
1.1 工程问题	1
1.2 数值方法	4
1.3 有限元方法及 ANSYS 发展简史	5
1.4 有限元分析的基本步骤	6
1.5 直接法	6
1.6 最小总势能法	26
1.7 加权余数法	31
1.8 结果验证	35
1.9 理解问题	35
小结	38
参考文献	38
习题	39
第2章 矩阵运算	46
2.1 矩阵的基本定义	46
2.2 矩阵相加或相减	48
2.3 矩阵相乘	48
2.4 矩阵分块	51
2.5 转置矩阵	54
2.6 矩阵的行列式	57
2.7 线性方程组的求解	61
2.8 矩阵求逆	67
2.9 特征值和特征向量	69
2.10 MATLAB 在矩阵运算中的应用	72
2.11 Excel 在矩阵运算中的应用	75
小结	85
参考文献	86
习题	86
第3章 桁架	89
3.1 桁架的定义	89
3.2 有限元公式	90
3.3 空间桁架	108
3.4 ANSYS 软件概述	109
3.5 ANSYS 应用	114

3.6 结果验证	136
小结	137
参考文献	137
习题	138
第 4 章 轴向受力构件、梁和框架	144
4.1 轴向荷载作用下的构件	144
4.2 梁	149
4.3 梁的有限元分析	151
4.4 框架的有限元分析	164
4.5 三维梁单元	168
4.6 ANSYS 应用	169
4.7 结果验证	185
小结	187
参考文献	187
习题	188
第 5 章 一维单元	195
5.1 线性单元	195
5.2 二次单元	198
5.3 三次单元	199
5.4 全局坐标、局部坐标和自然坐标	201
5.5 等参单元	202
5.6 数值积分：高斯-勒让德积分	204
5.7 ANSYS 中一维单元举例	207
小结	207
参考文献	207
习题	207
第 6 章 一维问题分析	212
6.1 热传递问题	212
6.2 流体力学问题	226
6.3 ANSYS 应用	229
6.4 结果验证	239
小结	239
参考文献	240
习题	240
第 7 章 二维单元	242
7.1 矩形单元	242
7.2 二次四边形单元	245
7.3 线性三角形单元	248

7.4 二次三角形单元	252
7.5 轴对称单元	255
7.6 等参单元	259
7.7 二维积分：高斯-勒让德积分法	261
7.8 ANSYS 中的二维单元	262
小结	262
参考文献	263
习题	263
第 8 章 再论 ANSYS	268
8.1 ANSYS 程序	268
8.2 ANSYS 数据库和文件	269
8.3 用 ANSYS 创建有限元模型：前处理	270
8.4 h 方法与 p 方法	280
8.5 应用边界条件、荷载和求解	280
8.6 有限元模型的结果：后处理	283
8.7 ANSYS 选项	285
8.8 图形功能	286
8.9 误差估计	287
8.10 举例	288
小结	298
参考文献	298
第 9 章 二维热传递问题分析	299
9.1 一般热传导问题	299
9.2 矩形单元公式的推导	302
9.3 三角形单元公式的推导	311
9.4 三维轴对称问题的有限元公式	325
9.5 非稳态条件下的热传递	330
9.6 ANSYS 中的热传导单元	337
9.7 ANSYS 应用	338
9.8 结果验证	362
小结	363
参考文献	364
习题	364
第 10 章 二维固体力学问题分析	373
10.1 构件扭转	373
10.2 平面应力问题	383
10.3 四边形等参单元	389
10.4 轴对称问题	394

10.5 基本失效理论	395
10.6 ANSYS 应用	396
10.7 结果验证	410
小结	410
参考文献	411
习题	412
第 11 章 动态问题分析	418
11.1 动态学简介	418
11.2 机械与结构系统的振动	427
11.3 拉格朗日方程	439
11.4 轴向受力杆件的有限元公式	440
11.5 梁与框架单元的有限元公式	447
11.6 ANSYS 应用实例	457
小结	469
参考文献	470
习题	470
第 12 章 流体力学问题分析	474
12.1 管流问题的数学建模	474
12.2 理想流体的流动	481
12.3 渗流	485
12.4 ANSYS 应用	487
12.5 结果验证	502
小结	503
参考文献	504
习题	504
第 13 章 三维单元	508
13.1 4 节点四面体单元	508
13.2 基于 4 节点四面体单元的三维固体力学问题的有限元分析	510
13.3 8 节点六面体单元	514
13.4 10 节点四面体单元	515
13.5 20 节点六面体单元	515
13.6 ANSYS 中的三维单元	517
13.7 实体单元建模的一般方法	519
13.8 ANSYS 在热力学分析中的应用	527
13.9 ANSYS 在结构分析中的应用	537
小结	546
参考文献	546
习题	546

第 14 章 工程设计与材料选择	552
14.1 工程设计的基本步骤	552
14.2 材料选择	554
14.3 材料的电学、力学和热力学的性质	555
14.4 常用固体工程材料	557
14.5 常用流体材料	560
小结	562
参考文献	562
习题	562
第 15 章 优化设计	564
15.1 优化设计简介	564
15.2 ANSYS 的参数化设计语言	566
15.3 举例：ANSYS 批处理文件	568
小结	576
参考文献	576
习题	577
附录 A 部分材料的力学性质	578
附录 B 部分材料的热力学性质	580
附录 C 常用截面几何性质计算公式	581
附录 D 型钢规格表	583
附录 E 英制单位和公制单位的换算表	587
附录 F MATLAB 简介	588

第1章 緒論

有限元方法是一种广泛应用于应力分析、热传递、电磁学和流体力学等工程问题的数值方法。本书旨在帮助读者理解有限元建模的基本概念，使读者能够熟练掌握诸如 ANSYS 的通用有限元计算软件。关于 ANSYS 的介绍是本书的重要内容。书中每章将首先介绍相关概念及其基本理论，然后给出利用 ANSYS 进行求解的实例。本书特别强调有限元分析(Finite Element Analysis, FEA)结果的验证，在相关章节的最后都将给出 ANSYS 求解结果的验证方法。

本书通过手工求解一些问题以帮助读者熟悉有限元分析的基本步骤，加深对概念的理解。此外，本书也可以作为致力于学习有限元建模技术和有限元分析相关概念的设计工程师的参考用书。

本章将介绍建立有限元公式的基本方法，其中包括直接法、最小总势能法和加权余数法。第1章将讨论如下内容：

- 1.1 工程问题
- 1.2 数值方法
- 1.3 有限元方法及 ANSYS 发展简史
- 1.4 有限元分析的基本步骤
- 1.5 直接法
- 1.6 最小总势能法
- 1.7 加权余数法
- 1.8 结果验证
- 1.9 理解问题

1.1 工程問題

工程問題通常是物理情境的数学模型。大多数工程問題的数学模型是具有相应边界条件和初始条件的微分方程。这些微分方程是针对特定的系统或控制体积应用自然界的基本定律和原理而推导出来的，描述了质量、力或能量的平衡。表 1.1 列举了一些工程問題实例。在给定的条件下，通过求解方程就可以得到系统的精确行为。所得的解析解由两部分组成：通解和特解。任何工程問題都包含影响系统行为的两组设计参数。其一，是反映系统自然行为的参数，包括系统的材料性能和几何特性，例如弹性模量、导热系数、黏度、截面积或惯性矩等。表 1.2 列举了用以描述不同問題自然特性的物理性能。

另外，还有一些参数会引起系统的扰动。表 1.3 列举了此类参数，包括外力、力矩、介质的温差和流体的压力差等。

表 1.2 所示的系统特性反映了系统的自然行为，总是体现在微分方程的通解中。而产生扰动的参数则体现在方程的特解中。在有限元建模中，了解这些参数在刚度矩阵(传导矩阵)

和荷载矩阵(力矩阵)中的位置以及作用是非常重要的。系统特性将在刚度矩阵、传导矩阵或阻力矩阵中得到体现,而扰动参数将出现在荷载矩阵中。关于刚度矩阵、传导矩阵和荷载矩阵的知识将在 1.5 节进行介绍。

表 1.1 部分工程问题的控制微分方程、边界条件、初始条件以及精确解

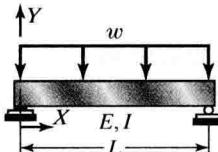
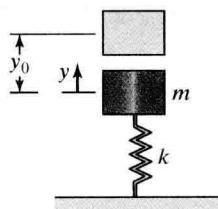
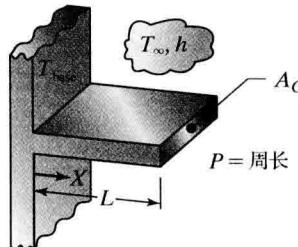
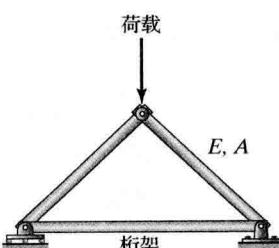
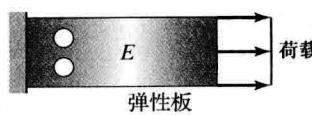
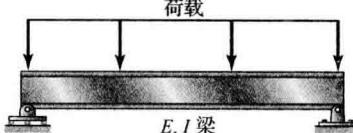
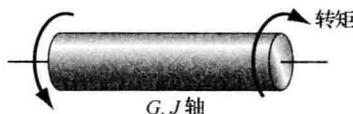
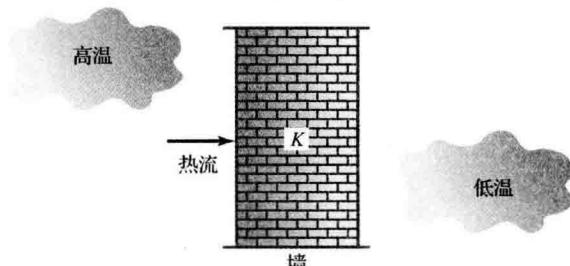
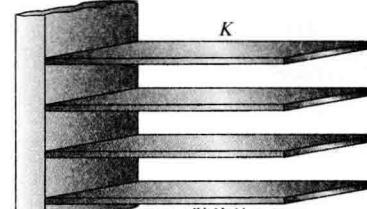
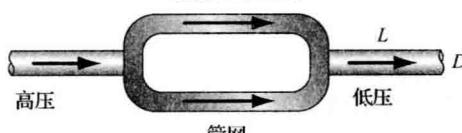
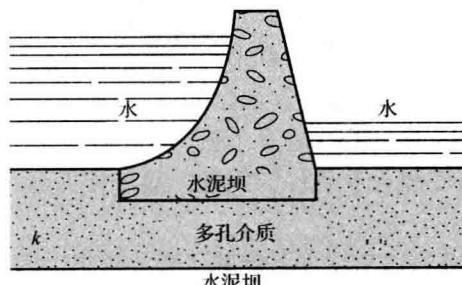
问题类型	控制方程边界及其 边界条件或初始条件	问题解
梁	 $EI \frac{d^2Y}{dX^2} = \frac{wX(L-X)}{2}$ <p>边界条件: 在 $X=0$ 处, $Y=0$; $X=L$ 处, $Y=0$</p>	梁的挠度 Y 是距离 X 的函数: $Y = \frac{w}{24EI}(-X^4 + 2LX^3 - L^3X)$
弹性系统	 $\frac{d^2y}{dt^2} + \omega_n^2 y = 0$ <p>其中: $\omega_n^2 = \frac{k}{m}$ 初始条件: 在 $t=0$ 时, $y=y_0$; $t=0$ 时, $dy/dt=0$</p>	质量体的位置 y 是时间 t 的函数: $y(t) = y_0 \cos \omega_n t$
散热片	 $\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hp}{kA_e}(T - T_\infty) = 0$ <p>边界条件: 在 $X=0$ 处, $T=T_{\text{base}}$; $L \rightarrow \infty$, $T=T_\infty$</p>	散热片的温度分布 T 是距离 X 的函数: $T = T_\infty + (T_{\text{base}} - T_\infty) e^{-\frac{\sqrt{hp}}{kA_e} X}$

表 1.2 表征不同工程系统的物理性能

问题类型	表征系统特性的参数举例
固体力学实例	
荷载	弹性模量 E ; 构件长度 L ; 截面积 A
	
	弹性模量 E ; 长度 L ; 截面积 A

(续表)

问题类型	表征系统特性的参数举例
 荷载	弹性模量 E ; 构件长度 L ; 截面惯性矩 I
 转矩	剪切模量 G ; 构件长度 L ; 截面极惯性矩 J
热传导实例	
 墙	导热系数 K ; 厚度 L ; 面积 A
 散热片	导热系数 K ; 周长 P ; 截面积 A
流体力学实例	
 管网	流速 μ ; 管壁粗糙度 e ; 管直径 D ; 管长度 L
 水泥坝	土壤渗透系数 k

(续表)

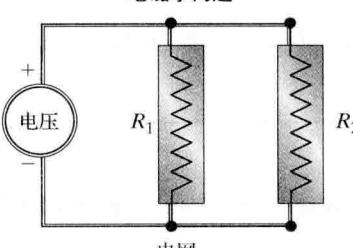
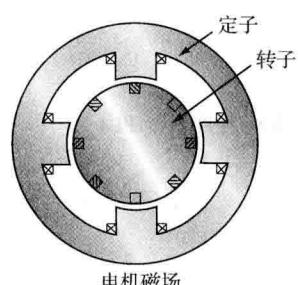
问题类型	表征系统特性的参数举例
电磁学问题	 <p>电阻 R</p>
电机磁场	 <p>磁导率 μ</p>

表 1.3 不同工程系统中引起扰动的参数

问题类型	系统中引起扰动的参数举例
固体力学	外力和力矩；支座激励
热传递	温差；热输入
流体力学和管网	压差；流量
电网	电压差

1.2 数值方法

许多实际工程问题的控制微分方程较为复杂，或者难以处理其边界条件和初始条件，因此无法进行求解。于是，需要借助数值方法来求取其近似解。解析解在系统中的任何点上都是精确的，而数值解只是在称为“节点”的离散的点上才近似于解析解。任何数值方法的第一步都是离散化的，就是将待求解的对象细分为许多小的区域(单元)和节点。数值方法常分为两大类：有限差分法和有限元方法。有限差分法需要针对每一节点写出微分方程，并且利用差分方程代替微分方程，从而得到一组联立线性方程组。有限差分法对于较简单的问题是易于理解和应用的，但是却难以用于求解具有复杂几何条件和边界条件的问题。对于涉及各向异性材料特性的问题也是如此。

相比之下，有限元方法使用积分方法而不是微分方法来建立系统的代数方程组。而且，有限元方法使用一个连续的函数来描述每个单元的近似解。进而，利用单元边界的连续性，通过将单个解连接(组装)起来而得到问题的完整解。

1.3 有限元方法^①及 ANSYS 发展简史

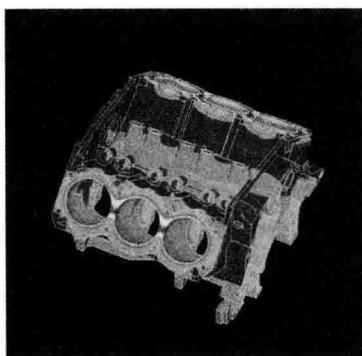
有限元方法是一种用于求解各类工程问题的数值计算方法。应力分析中的稳态、瞬态、线性或非线性问题以及热传递、流体力学和电磁学问题都可以利用有限元方法进行分析。现代有限元方法的起源可以追溯到 20 世纪初期，当时有一些研究人员利用离散的等价弹性杆来近似模拟连续的弹性体。Courant(1943)被公认为有限元方法的奠基人。20 世纪 40 年代，Courant 发表了一篇关于在三角形子域上使用多边形分段插值的方法研究扭转问题的论文。

有限元方法应用史上的又一重要事件是 20 世纪 50 年代 Boeing 等人采用三角形应力单元建立了飞机机翼的模型。然而，直到 20 世纪 60 年代，Clough 才使得“有限元”这一术语广泛应用。20 世纪 60 年代，研究人员开始将有限元方法应用于其他工程领域，包括热传递和渗流问题。Zienkiewicz 和 Cheung(1967)于 1967 年撰写了第一本关于有限元方法的专著。ANSYS 于 1971 年首次发布。

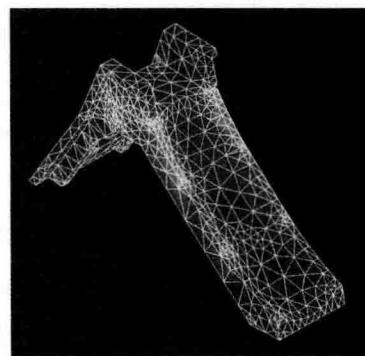
ANSYS 是一个大型的通用有限元计算机软件，其代码规模超过 100 000 行。ANSYS 能够进行静态、动态、热传递、流体力学和电磁学等问题的有限元分析。在过去 40 多年间，ANSYS 是最领先的有限元分析软件。与早期版本相比，ANSYS 的新版本提供了多窗口图形用户界面 (GUI)，包括下拉菜单、对话框和工具栏等。ANSYS 广泛应用于工程领域，如航空、汽车、电子、核科学等。理解有限元方法的基本概念及其局限性将有助于更好地使用 ANSYS 或者其他有限元分析软件。

ANSYS 是一个强大的工程工具，能够用来解决多种问题(参见表 1.4)。然而，不理解有限元方法基本概念的用户将陷入困境，就如同一位配备许多工具但却不理解计算机内部工作原理的计算机技术员无法修理计算机一样。

表 1.4 应用 ANSYS 功能的例子^②



这是用于前驱汽车的 V6 发动机的分析实例，由美国汽车制造业的代表 Analysis & Design Appl. Co. Ltd. (ADAPCO) 公司负责实施用以改善产品性能。发动机的热应力线如上图所示



Today's Kids(一家玩具生产商)的工程师利用 ANSYS 的大变形功能寻找公司所生产的滑梯在过载时易发生损坏的位置，如上图所示。由于产品的结构特性，需要利用非线性分析功能进行应力分析

① 详情参见 Cook 等(1989)。

② 图片由 ANSYS 公司提供。