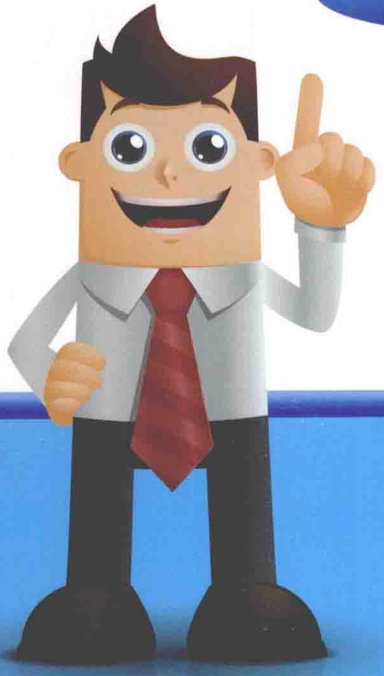
乐考无忧考研系列辅导丛书

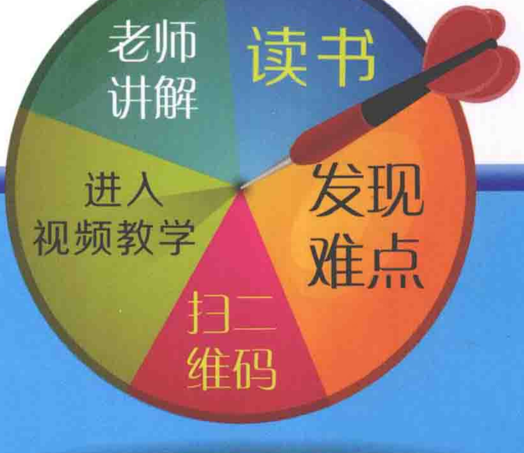
乐考无忧 lookwell

考研数学基础复习全书

（通用版）



乐考无忧 出品



中国工信出版集团

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

乐考无忧考研系列辅导丛书

考研数学基础复习全书

（通用版）

乐考无忧　出品

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

乐考无忧《考研数学基础复习全书》适用于考研基础阶段复习，全书分为四篇，共21章：高等数学篇、线性代数篇、概率统计篇、习题篇。前三篇每章分四个模块：本章考研大纲要求、知识网络表、知识要点、典型例题。

本书内容紧扣考研大纲，知识点覆盖全面又恰到好处，更具针对性，对核心考点、实战化的计算方法进行提炼总结；更注重基础性，易上手，知识点难度逐步提高，又不失深度，具有"起点低，终点高"的鲜明特点。

本书兼具题库功能，习题篇包括一星到四星难度的题目，从教材课后习题到考研真题，应有尽有，可以满足学员从零基础到强化阶段前期的需要。此外，本书每一章均配有二维码，考生可以边看书边扫二维码进行视频学习，360度扫除学习障碍。

图书在版编目（CIP）数据

考研数学基础复习全书：通用版 / 乐考无忧出品. —北京：电子工业出版社，2015.3
（乐考无忧考研系列辅导丛书）
ISBN 978-7-121-25627-1

Ⅰ. ①考… Ⅱ. ①乐… Ⅲ. ①高等数学－研究生－入学考试－自学参考资料 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆CIP数据核字（2015）第043378号

策划编辑：齐　岳
责任编辑：徐　静　齐　岳　　特约编辑：刘　凡
印　　刷：三河市鑫金马印装有限公司
装　　订：三河市鑫金马印装有限公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路173信箱　邮编 100036
开　　本：787×1 092　1/16　印张：12.75　字数：310千字　插页：42
版　　次：2015年3月第1版
印　　次：2015年3月第1次印刷
定　　价：68.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：（010）88258888。

前 言 PREFACE

这是一本颠覆传统学习习惯的教材，认真学习本书之后，你的学习习惯将会有革命性的变化。

传统的读书学习模式是读者通过自己的阅读逐步汲取和消化书本内的知识，而在互联网时代的今天，这种方式显得有些原始，并受到了一定的冲击，甚至将被颠覆，沿用多年的图书教材也亟须变革。

在形式上，本书是乐考无忧独家推出的考研“跃读”式教材，有了这本书，你完全可以一边学习一边听课，想听哪一部分就听哪一部分。遇到难点时用手机一扫，马上有专业的老师为你细致讲解，一切问题都将迎刃而解。这就是科技带来的变化——快速解答读者随时遇到的学习难点。更为突出的是，在本书的引导下，最真实的学习轨迹和学习数据将呈现在你的面前，每一位读者都有属于自己的独一无二的学习路径。从今天开始，你将彻底告别过去的学习模式，一切学习效果尽在你的掌握之中。

在内容上，这本数学教材打破了市面上众多“基础教材不基础”的困境。很多老师都会告诉考生在使用考研教辅资料前应该先看一遍课本。为什么？因为主流的考研辅导资料并不是针对零基础学员的，与本科教学存在一定程度的脱节！一些机构、教师，不屑于帮助学员完成看似“没有技术含量、不能体现自己高水准”的筑基过程。而我们坚持“完全以学员需求为核心”的理念，力求填补这个断层。题目难度从教科书例题、大学期末考试试题难度，到主流考研基础教辅资料的习题难度，再到考研真题，逐层递进，全面详尽。同时，与教科书相比，本书更具有针对性，删掉了如微分近似计算等超出考研大纲的内容，避免对考研考点把握不清晰的考生浪费大量精力做无用功。

我们一直在创新，这本教材也只是一个开始，乐考无忧的使命是用科技和创新让你的一切考试变得快乐、容易，让更多的学子走上成功的道路。欢迎广大考生加入我们的学习和创新中来，并提出你的意见，我们一起努力！

乐考无忧考研数学教研组

2015年3月

全书介绍

目 录 CONTENTS

第 1 篇 高等数学

本书结构简介

本书共四篇，分别为高等数学、线性代数、概率统计、习题。

前三篇共 21 章，每一章均按 4 部分编写：大纲要求，知识网络，知识要点，典型例题。

“大纲要求”帮助考生明确考点，了解考研要考哪些知识点，每个知识点应该掌握到什么程度。

“知识网络”以表格形式阐述知识点的联系和逻辑结构。

“知识要点”部分按知识点提炼概念、定理、公式、计算方法。

“典型例题”与“知识要点”部分配合使用，用精编的例题帮助考生巩固知识。

第四篇为各章的配套习题，高等数学部分 420 题，线性代数部分 150 题，概率统计部分 111 题，共计 681 题，全部配有答案与解析。

第 1 篇　高等数学

第1章　函数、极限和连续

1.1　大纲要求

（1）理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立应用问题的函数关系。

（2）了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。

（3）理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念。

（4）掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念。

（5）理解极限的概念，理解函数左极限与右极限的概念，以及函数极限存在与左、右极限之间的关系。

（6）掌握极限的性质及四则运算法则。

（7）掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限的方法。

（8）理解无穷小量、无穷大量的概念，掌握无穷小量的比较方法，会用等价无穷小量求极限。

（9）理解函数连续性的概念（含左连续与右连续），会判别函数间断点的类型。

（10）了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理），并会应用这些性质。

1.2　知识网络

函数：有界性、奇偶性、单调性、周期性

- 极限
  - 极限概念
    - “ε-N”定义
    - “ε-X”定义
    - “ε-δ”定义
  - 极限的性质
    - 唯一性
    - 有界性
      - 数列整体有界
      - 函数局部有界
    - 保号性
  - 求极限的主要方法
    - 极限的四则运算
    - 等价无穷小替换
    - 变量替换
    - 洛必达法则
      - $\frac{0}{0}$型、$\frac{\infty}{\infty}$型
      - $\infty-\infty$型、$0\cdot\infty$型
      - 1^{∞}、∞^{0}、0^{0}型
    - 极限存在法则
      - 单调有界数列有极限
      - 夹逼定理
    - 函数的连续性
    - 用导数的定义
    - 泰勒公式
    - 用函数极限求数列极限
    - 用定积分定义求极限
    - 用级数相关理论求极限
  - 无穷小量
    - 无穷小量的定义
    - 无穷小量的运算性质
    - 无穷小量与极限的关系
    - 无穷小量的比较
- 连续性
  - 连续的概念
    - 初等函数的连续性
    - 分段函数连续性的判定
    - 闭区间上连续函数
      - 有界性定理
      - 最值定理
      - 介值定理
      - 零点定理
  - 间断点的分类
    - 第一类——左右极限都存在
      - 跳跃间断点
      - 可去间断点
    - 第二类——左右极限中至少有一个不存在

1.3　知识要点

1.3.1　函数

1. 函数的概念

设 x 与 y 是两个变量，D 是实数集的某个子集，若对于 D 中的每个值 x，按照一定的法则 f 唯一确定的值 y 与之对应，则称变量 y 为变量 x 的函数，记作 $y=f(x)$。数集 D 称为函数的定义域，由函数对应法则或实际问题的要求来确定，相应的函数值的集合称为函数的值域。

2. 函数性态

1）奇偶性

偶函数 $f(-x)=f(x)$；奇函数 $f(-x)=-f(x)$。

2）单调性

单调递增：$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$。

单调不减：$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leqslant f(x_2)$。

3）周期性

$f(x+T) = f(x)$。

4）有界性

若 $\exists M > 0, \forall x \in I, |f(x)| \leqslant M$，则称 $f(x)$ 在 I 上有界。

3. 常见函数

1）基本初等函数

常数函数，幂函数，指数函数，对数函数，三角函数，反三角函数。

2）反函数

设函数 $y = f(x)$ 的值域为 Z_f，定义域为 D_f，若对于每一个 $y \in Z_f$ 必存在唯一 $x \in D_f$ 使 $y = f(x)$。若把 y 作为自变量，x 作为因变量，便得一个函数 $x = \varphi(y)$，且 $f[\varphi(y)] = y$，称 $x = \varphi(y)$ 为 $y = f(x)$ 的反函数，但习惯上把 $y = f(x)$ 的反函数记作 $y = f^{-1}(x)$。

3）复合函数

设函数 $y = f(u)$ 的定义域为 D_f，函数 $u = \varphi(x)$ 的值域为 Z_φ，若集合 D_f 与 Z_φ 的交集非空，称函数 $y = f[\varphi(x)]$ 为函数 $y = f(u)$ 与 $u = \varphi(x)$ 复合而成的复合函数，u 为中间变量。

4）分段函数

若一个函数在其定义域的不同子集要用不同的式子表示其对应法则，则称其为一个分段函数。如 $f(x) = \begin{cases} \varphi(x), & a < x < b \\ \psi(x), & c < x < d \end{cases}$ 即为分段函数。

5）隐函数

设有方程 $F(x, y) = 0$，当 x 在某区间内任取一值，若总有满足该方程的唯一的值 y 存在，则称由方程 $F(x, y) = 0$ 在上述区间内确定了一个隐函数 $y = y(x)$。

6）参数函数

$$\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases}, \alpha \leqslant t \leqslant \beta \to y = y(x)$$

7）幂指函数

设 $f(x) > 0$，称 $y = [f(x)]^{g(x)}$ 为由 $f(x)$、$g(x)$ 构成的幂指函数。

8）变限积分函数

$$F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t, F(x) = \int_a^{\varphi(x)} f(t)\mathrm{d}t$$

1.3.2　极限的定义、性质和计算

1. 极限的概念

【定义 1　数列极限】 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = A$：对于 $\forall \varepsilon > 0$，$\exists N > 0$，当 $n > N$ 时，有 $|x_n - A| < \varepsilon$。

【定义 2　函数极限】 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A$：对于 $\forall \varepsilon > 0$，$\exists X > 0$，当 $|x| > X$ 时，有 $|f(x) - A| < \varepsilon$。

类似可定义：$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = A$，$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = A$。

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$：对于 $\forall\varepsilon>0$，$\exists\delta>0$，当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，有 $|f(x)-A|<\varepsilon$。

类似可定义：右极限 $f(x_0+0)=\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=A$；左极限 $f(x_0-0)=\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=A$。

【极限存在的充要条件】 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=A$

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=A \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=A$

2. 极限的性质

1）唯一性

数列、函数不能收敛于两个不同的极限，即若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$，$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=B$，则 $A=B$。

推论：如果数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a，那么它的任一个子列也收敛，且其极限也是 a。

2）有界性

数列：设 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=A$，那么 $\{x_n\}$ 一定有界。即 $\exists M>0$，使得 $|x_n|<M$。

函数：设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$，则函数 $f(x)$ 在 x_0 的去心领域内有界。即 $\exists\delta>0$ 和 $M>0$，当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，有 $|f(x)|<M$。

3）保号性

设 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=A>0$（或 <0），则存在自然数 N，使得当 $n>N$ 时，有 $x_n>0$（或 <0）；

若存在自然数 N，使得当 $n>N$ 时有 $x_n\geqslant 0$（或 $\leqslant 0$），则 $A\geqslant 0$（或 $\leqslant 0$）。

设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$，如果 $A>0$（或 <0），则存在 $\delta>0$，当 $x\in\mathring{U}(x_0,\ \delta)$ 时，$f(x)>0$（或 <0）；如果存在 $\delta>0$，当 $x\in\mathring{U}(x_0,\ \delta)$ 时，$f(x)\geqslant 0$（或 $\leqslant 0$），那么 $A\geqslant 0$（或 $\leqslant 0$）。

3. 极限存在准则

【单调有界准则】 单调有界数列必有极限。即单调递增且有上界的数列必有极限；单调递减且有下界的数列必有极限。

【夹逼准则】 若存在 N，当 $n>N$ 时，$y_n\leqslant x_n\leqslant z_n$，且 $\lim\limits_{n\to\infty} y_n=\lim\limits_{n\to\infty} z_n=a$，则 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=a$。

夹逼准则对函数同样适用，即：设在 x_0 的某去心领域内恒有 $g(x)\leqslant f(x)\leqslant h(x)$，且 $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=\lim\limits_{x\to x_0} h(x)=a$，则 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=a$。

4. 两个重要极限

1）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$

推广：若 $\lim\limits_{x\to x_0}\alpha(x)=0$，但 $\alpha(x)\neq 0$ 则 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\sin\alpha(x)}{\alpha(x)}=1$。

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x+o(x)}{x}=1$　　$\lim\limits_{x\to\infty} x\sin\dfrac{1}{x}=1$

2）$\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{1}{x})^x=\mathrm{e}$，$\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=\mathrm{e}$

推广：若 $\lim\limits_{x\to x_0}\alpha(x)=0$，但 $\alpha(x)\neq 0$，则 $\lim\limits_{x\to x_0}\left(1+\alpha(x)\right)^{\frac{1}{\alpha(x)}}=\mathrm{e}$。

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}+o\left(\dfrac{1}{x}\right)\right)^x=\mathrm{e}$

5. 极限的运算法则

1）极限的四则运算法则

若 $\lim f(x)=A,\quad \lim g(x)=B$，那么：

$\lim[f(x)\pm g(x)]=A\pm B$；

$\lim[f(x)\cdot g(x)]=A\cdot B$；

$\lim\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{A}{B}\quad(B\neq 0)$。

2）极限的幂指数运算法则

$\lim\limits_{x\to a}f(x)=A>0$， $\lim\limits_{x\to a}g(x)=B$ ，则有 $\lim\limits_{x\to a}f(x)^{g(x)}=A^B$

推广：

$\lim\limits_{x\to a}f(x)=A>0且A\neq 1$， $\lim\limits_{x\to a}g(x)=+\infty$， 则有 $\lim\limits_{x\to a}f(x)^{g(x)}=\begin{cases}0 & 0<A<1\\ +\infty & A>1\end{cases}$

$\lim\limits_{x\to a}f(x)=0$， $\lim\limits_{x\to a}g(x)=B\neq 0$， 则有 $\lim\limits_{x\to a}f(x)^{g(x)}=\begin{cases}0 & B>0\\ +\infty & B<0\end{cases}$

$\lim\limits_{x\to a}f(x)=+\infty$， $\lim\limits_{x\to a}g(x)=B\neq 0$， 则有 $\lim\limits_{x\to a}f(x)^{g(x)}=\begin{cases}0 & B<0\\ +\infty & B>0\end{cases}$

1.3.3　无穷小量及其阶

1. 无穷小量的概念

【定义 3　无穷小量】 若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=0$ (或 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=0$)，称 $f(x)$ 当 $x\to x_0$ (或 $x\to\infty$)时为无穷小量。($\forall\varepsilon>0$，$\exists\delta>0$，当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，恒有 $|f(x)|<\varepsilon$)。

无穷小量和极限的关系：$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$，则 $f(x)=A+\alpha(x)$，其中 $\lim\limits_{x\to x_0}\alpha(x)=0$。

2. 无穷小量的运算性质

（1）有限个无穷小量的和仍是无穷小量。

（2）有限个无穷小量的积仍是无穷小量。

（3）有界变量与无穷小量的积仍是无穷小量。

3. 无穷小量阶的概念

$$\lim\frac{\alpha}{\beta}=\begin{cases}0 & \alpha是\beta的高阶无穷小\\ 1 & \alpha是\beta的等阶无穷小\\ C & \alpha是\beta的同阶无穷小\\ \infty & \alpha是\beta的低阶无穷小\end{cases}$$

4. 替换定理

在同一个极限过程，若 $\alpha\sim\alpha',\beta\sim\beta'$,则 $\lim\dfrac{\alpha}{\beta}=\lim\dfrac{\alpha'}{\beta'}$。

5. 无穷大量

当 $x\to x_0$（或 $x\to\infty$）时，$|f(x)|$ 无限增大，则称 $f(x)$ 在 $x\to x_0$（或 $x\to\infty$）为无穷大量，记为 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$。

（$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty \Leftrightarrow$ 对任意 $M>0$，存在 $\delta>0$，当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，$|f(x)|>M$）

非 0 的无穷小量倒数为无穷大量；无穷大量不具备无穷小量相应的运算性质，有界变量与无穷大量的积不一定是无穷大量。

1.3.4 函数连续性与两类间断点

1. 连续的概念

【定义 4 连续】 设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义，若 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\left[f\left(x_0+\Delta x\right)-f(x_0)\right]=0$，则称函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续。

或者等价地定义为：设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义，若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$，则称函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续。

若 $\lim\limits_{x\to x_0-} f(x)=f(x_0)$，则称 $f(x)$ 在点 x_0 左连续；

若 $\lim\limits_{x\to x_0+} f(x)=f(x_0)$，则称 $f(x)$ 在点 x_0 右连续。

连续概念的补充理解：

（1）函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续 $\Leftrightarrow$ 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处既左连续，又右连续。

$\Leftrightarrow$ 连续函数在连续点处的极限等于函数值 $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0+} f(x)=f(x_0)$。

（2）函数 $f(x)$ 在开区间 (a,b) 内连续，是指在 (a,b) 内每点都连续。

（3）函数在闭区间 $[a,b]$ 上连续，是指在开区间 (a,b) 内连续，并且在左端点 a 处右连续，在右端点 b 处左连续。

连续的性质：

（1）连续函数的和，差，积，商（分母不为零）及复合仍连续。

即，若函数 $f(x)$、$g(x)$ 在点 x_0 处连续，则 $f(x)\pm g(x)$、$f(x)\cdot g(x)$、$\dfrac{f(x)}{g(x)}\left(g(x)\neq 0\right)$ 在点 x_0 处连续。

若函数 $u=\varphi(x)$ 在点 x_0 处连续，函数 $y=f(u)$ 在点 $u_0=\varphi\left(x_0\right)$ 处连续，则 $y=f\left[\varphi(x)\right]$ 在点 x_0 处连续。

（2）一切初等函数在其定义区间内处处连续。

2. 函数间断点

【定义 5 间断点】 设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某去心邻域内有定义，若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处出现如下三种情况之一：（1）$f(x)$ 在点 x_0 处无定义；（2）$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 不存在；（3）$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\neq f(x_0)$，则称点 x_0 为 $f(x)$ 的间断点。

间断点分为两种类型：

1）第一类间断点

（1）跳跃间断点 $f\left(x_0+0\right)\neq f\left(x_0-0\right)$。

（2）可去间断点 $f\left(x_0+0\right)=f\left(x_0-0\right)\neq f\left(x_0\right)$ 或 $f\left(x_0+0\right)=f\left(x_0-0\right)$ 且 $f\left(x\right)$ 在 x_0 处无定义。

2）第二类间断点

（1）无穷间断点：$f\left(x_0+0\right)$、$f\left(x_0-0\right)$ 至少一个为 ∞。

（2）振荡间断点：$x\to x_0$ 时，$f(x)$ 振荡。

3. 闭区间上连续函数的性质

1）有界性

若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，则 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上有界。

2）最值性

若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，则 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上必有最大值和最小值。

3）介值定理

若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，且 $f(a)\neq f\left(b\right)$ 则对于 $f(a)$ 与 $f\left(b\right)$ 之间的任意常数 C，在 $\left(a,b\right)$ 上必存在一点 ξ 满足 $f(\xi)=C$。

推论： 若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，则 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可取到介于它在 $[a,b]$ 上最小值与最大值之间的一切值。

4）零点定理

若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，且 $f(a)\cdot f(b)<0$，则必有 $\exists\xi\in(a,b)$，使 $f(\xi)=0$。

推广： 若 $f(x)$ 在开区间 $\left(a,b\right)$ 内连续，且满足 $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)\cdot\lim\limits_{x\to b^-}f(x)<0$，则必有 $\exists\xi\in(a,b)$，使 $f(\xi)=0$。

若 $f(x)$ 在开区间 $\left(-\infty,+\infty\right)$ 上连续，且满足 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)\cdot\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)<0$，则必有 $\exists\xi\in(-\infty,+\infty)$，使 $f(\xi)=0$。

1.4　典型例题

1. 函数及其性质

【例 1】 函数 $f(x)=\dfrac{|x|\sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2}$ 在下列哪个区间内有界？（　　）

（A）$(-1,0)$　　（B）$(0,1)$　　（C）$(1,2)$　　（D）$(2,3)$

【例 2】 $f(x)=x\tan x e^{\sin x}$，则 $f(x)$ 是（　　）。

（A）偶函数　　（B）无界函数　　（C）周期函数　　（D）单调函数

【例 3】 设 $F'\left(x\right)=f\left(x\right)$，则下列结论正确的是（　　）。

（A）若 $f\left(x\right)$ 为奇函数，则 $F\left(x\right)$ 为偶函数

（B）若 $f\left(x\right)$ 为偶函数，则 $F\left(x\right)$ 为奇函数

（C）若 $f\left(x\right)$ 为周期函数，则 $F\left(x\right)$ 为周期函数

（D）若 $f\left(x\right)$ 为单调函数，则 $F\left(x\right)$ 为单调函数

2. 极限计算与概念

【例 4】 $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{\arcsin x}{x}\right)^{\frac{1}{1-\cos x}}=$

【例 5】 设 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2a}{x-a}\right)^x=8$，则 $a=$

【例 6】 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{2+\sin x}\left(\sin x-x\right)}{\tan^3 x}=$

【例 7】 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x\cos 2x\cos 3x}{x^2}=$

【例 8】 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{xe^x\left(2e^x+1\right)}{\left[1+\left(1+e^x\right)^2\right]\left(1+e^x\right)}=$

【例 9】 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+\sin x}{x}=$

【例 10】 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^{100}}=$

【例 11】 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^4}-1}{1-\cos\left(x\sqrt{1-\cos x}\right)}=$

【例 12】 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(\dfrac{1+\cos x}{2}\right)^{2x}-1}{\ln\left(1+2x^3\right)}=$

【例 13】 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+x^2\right)-\ln\left(1+\sin^2 x\right)}{x\sin^3 x}=$

【例 14】 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2e^{2x}+\ln(1-x^2)}{x\cos x-\sin x}=$

【例 15】 $\lim\limits_{x\to+\infty} x-x^2\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=$

【例 16】 已知 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+2x\right)+xf(x)}{1-\cos x}=2$，求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)+2}{x}$。

【例 17】 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}\right)^{\sqrt{n}}=$

【例 18】 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+2^n+3^n\right)^{\frac{1}{n+\sin n}}=$

【例 19】 已知 $x_n=\sqrt[n]{\dfrac{1\times3\times5\cdots(2n-1)}{2\times4\times6\cdots2n}}$，求 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$。

【例 20】 设 $a_1>0$，$a_n=\dfrac{3\left(1+a_{n-1}\right)}{3+a_{n-1}}$，求 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n$。

【例 21】 设 $a_1>0$，$a_{n+1}=2+\dfrac{1}{a_n}$，求 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n$。

3. 无穷小量

【例 22】 当 $x\to 0$ 时，$f\left(x\right)=\dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{1}{x}$ 是（　　）。

（A）无穷小量　　（B）无穷大量

（C）有界量但非无穷小量　　（D）无界量但非无穷大量

【例 23】 $p\left(x\right)=a+bx+cx^2+dx^3$，当 $x\to 0$ 时，$p\left(x\right)-\tan x$ 是比 x^3 更高阶的无穷小量，求 $p\left(x\right)$。

【例 24】 设当 $x\to 0$ 时，$(1-\cos x)\ln\left(1+x^2\right)$ 是比 $x\sin x^n$ 高阶的无穷小量，而 $x\sin x^n$ 是比 $(e^{x^2}-1)$ 高阶的无穷小量，则正整数 n 等于（　　）。