

普通高等教育“十三五”规划教材

机电系统 性能分析技术



宋瑞银 陈俊华 主编

Performance analysis
technology for
mechatronics system



 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十三五”规划教材

机电系统性能分析技术

主编 宋瑞银 陈俊华

参编 张美琴 林 躋 王贤成

主审 郑 堤



机械工业出版社

本书系统地介绍了机械优化设计的基本原理与方法,较为全面地介绍了各种优化设计方法及其应用,并通过许多典型案例深入浅出地讲解了优化设计的应用,在此基础上,系统地介绍了大型通用数值模拟软件 ANSYS 的使用方法,通过有限元分析,用优化设计方法来解决机电产品设计中的问题,以达到期望的最佳技术指标,从众多设计方案中得到理想的设计方案。

本书可作为高等院校机械工程相关专业的教学用书,也可作为对优化设计和有限元分析有兴趣的工程技术人员参考书。

图书在版编目(CIP)数据

机电系统性能分析技术/宋瑞银,陈俊华主编. —北京:机械工业出版社, 2015.5

普通高等教育“十三五”规划教材

ISBN 978-7-111-49719-6

I. ①机… II. ①宋… ②陈… III. ①机电系统—性能分析—高等学校—教材 IV. ①TM7

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 055474 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:刘小慧 责任编辑:刘小慧 章承林 姜 凤

版式设计:赵颖喆 责任校对:刘怡丹

封面设计:张 静 责任印制:李 洋

北京瑞德印刷有限公司印刷 (三河市胜利装订厂装订)

2015 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm·18.75 印张·463 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-49719-6

定价:39.80 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线:010-88379833

机工官网:www.cmpbook.com

读者购书热线:010-88379649

机工官博:weibo.com/cmp1952

教育服务网:www.cmpedu.com

封面无防伪标均为盗版

金书网:www.golden-book.com

前 言

优化设计是一种现代设计方法，其基本思想是：根据一般的设计理论、设计方法，遵循设计规范和国家标准等，把工程设计问题按实际需要转化成数学模型，然后应用优化技术和计算机技术从众多可用设计方案中找出最优的设计方案或尽可能完善的设计结果。

有限元法是计算机诞生以来，在计算数学、计算力学和计算工程科学领域内诞生的最有效的计算方法。

目前，有关优化设计和有限元分析的优秀教材有许多，但一般讲授起点比较高，尤其是有限元分析应用，大多数需要读者按照有限元原理编写程序，使读者很难在短时间内掌握有限元分析方法。本书从实际工程应用出发，按照从理论到实践的原则将两者有机地结合。前面几章系统地介绍了机械优化设计的理论和方法，为了进一步提高大家对机械优化设计的认识，通过大量的案例来说明解决一个工程实际问题的一般步骤和方法，并介绍了在机械优化设计中应用比较广泛的 MATLAB 优化工具箱，列举了优化工具箱中几种最常用的优化函数的编程方法及应用场合。后面几章重点介绍了分析软件 ANSYS 的应用，以一些浅显易懂的问题为例，简明扼要地讲述了相关问题的理论基础，然后，再结合具体的工程应用实例，以循序渐进的方式，通过利用分析软件 ANSYS 进行分析，加深对有限元原理的理解，并掌握 ANSYS 的分析过程，使读者很容易掌握优化设计与有限元应用。

有限元仿真与优化分析在机械及机电系统中的应用，显著提高了产品的设计性能，缩短了设计周期，极大地增强了产品的市场竞争能力，取得了较明显的技术和经济效果，越来越受到工程技术人员的重视。

本书由宋瑞银、陈俊华担任主编，参加编写的还有张美琴、林贻、王贤成。其中，前言、绪论、第 8 章由宋瑞银编写，第 1 章、第 9 章由陈俊华编写，第 2 章、第 3 章由张美琴编写，第 4 章、第 5 章由林贻编写，第 6 章、第 7 章由王贤成编写。全书由宋瑞银统稿。

浙江大学宁波理工学院的郑堤教授仔细审阅了书稿，提出了许多宝贵的意见和建议。本书得到了宁波市高等院校特色教材建设项目资助。另外，在本书编写过程中还得到了沈萌红、张惠娣、黄方平等老师的关心和支持，在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免存在缺点和错误，敬请广大读者批评指正。

编 者

目 录

前 言	
绪 论	1
第1章 机电系统性能分析概述	3
1.1 机电系统优化设计概述	3
1.1.1 优化设计问题的引例	3
1.1.2 优化设计的数学模型	7
1.1.3 优化设计问题的分类	8
1.1.4 优化设计的一般步骤	9
1.1.5 常用的优化方法及其特点	10
1.2 机电系统有限元法分析概述	10
1.2.1 有限元法引例	12
1.2.2 有限元法的计算步骤	19
第2章 机电系统优化设计的理论	
基础	21
2.1 函数的某些基本概念及性质	21
2.1.1 函数的等值面(线)	21
2.1.2 函数的方向导数与梯度	22
2.1.3 函数的泰勒展开式	24
2.1.4 函数的凸性	27
2.2 无约束优化问题的极值条件	28
2.3 有约束优化问题的极值条件	29
2.4 优化问题的数值计算迭代法	32
2.4.1 数值计算迭代法的基本思想及其格式	33
2.4.2 迭代计算的终止准则	33
第3章 机电系统优化设计中常用的优化方法	35
3.1 一维搜索的优化方法	35
3.1.1 概述	35
3.1.2 搜索区间的确定	35
3.1.3 黄金分割法	36
3.1.4 二次插值法	39
3.2 无约束优化方法	43
3.2.1 坐标轮换法	43
3.2.2 鲍威尔法	45
3.2.3 梯度法	49
3.2.4 牛顿法	52
3.2.5 变尺度法	53
3.3 线性规划问题优化方法	57
3.3.1 线性规划的标准形式与基本性质	57
3.3.2 单纯形法	61
3.4 约束优化方法	69
3.4.1 随机方向搜索法	69
3.4.2 复合形法	71
3.4.3 惩罚函数法	74
3.5 多目标及离散变量优化方法	79
3.5.1 多目标优化概述	79
3.5.2 统一目标函数法	79
3.5.3 离散变量优化问题	84
第4章 机电系统优化设计实例及MATLAB优化工具箱介绍	90
4.1 汽车转向梯形的优化设计	90
4.2 螺栓组联接的优化设计	94
4.3 圆柱齿轮减速器的优化设计	96
4.4 注塑机合模系统的优化设计	97
4.5 起重机工作机构的优化设计	101
4.6 MATLAB优化工具箱	104
4.6.1 MATLAB介绍	104
4.6.2 MATLAB的优化工具箱	105
4.6.3 线性规划问题	107
4.6.4 非线性规划问题	109
4.6.5 其他问题介绍	112
第5章 液压系统的建模与仿真	116
5.1 液压系统计算机仿真的重要性	116
5.2 计算机仿真的基本概念	116
5.3 系统数学模型的建立	116
5.4 系统模型的求解	117
5.5 四阶龙格-库塔法	118
5.6 液压系统仿真实例	118
5.7 运用MATLAB编写程序求解	120
5.8 运用Simulink搭建仿真模型求解	122
5.8.1 Simulink的功能	122
5.8.2 Simulink的特点	123

5.8.3 基于 Simulink 建模方法	123	8.3 文件管理	175
第6章 弹性力学基础理论	131	8.3.1 文件说明	176
6.1 引言	131	8.3.2 ANSYS 数据库中存储的数据	177
6.2 弹簧系统的刚度矩阵	131	8.4 有限元模型的创建	178
6.2.1 单个弹簧系统的分解与合成	132	8.4.1 实体建模的概念	178
6.2.2 组合弹簧的刚度矩阵	133	8.4.2 坐标系	179
6.2.3 方程求解 (约束条件的引入) ...	135	8.4.3 工作平面	185
6.2.4 实例分析	136	8.4.4 2D 体素	191
6.3 杆系结构的有限元法简介	137	8.4.5 图元的绘制、编号及删除	191
6.3.1 离散化	137	8.4.6 布尔操作	192
6.3.2 单元分析	138	8.4.7 单元属性	195
6.3.3 整体分析	138	8.4.8 网格划分	196
6.3.4 支撑条件的引入	138	8.4.9 模型修正	197
6.4 弹性力学的基本知识	139	8.5 加载、求解、结果后处理	197
6.4.1 材料力学与弹性力学的关系	139	8.5.1 载荷分类	197
6.4.2 弹性力学的假设	140	8.5.2 加载	198
6.4.3 应力的基本概念	141	8.5.3 求解	201
6.4.4 虚功原理	142	8.5.4 结果后处理	202
6.4.5 弹性力学的三个基本方程	143	8.6 结构静力分析过程与步骤	205
6.4.6 弹性力学的平面问题	146	8.6.1 建立模型	205
第7章 有限元法理论基础	148	8.6.2 施加载荷并求解	205
7.1 结构静力学问题的有限元法	148	8.6.3 检查结果	207
7.1.1 平面问题的有限元模型	148	8.7 标准光盘处于高速运行时的应力实例 分析	209
7.1.2 轴对称问题的有限元法	150	8.7.1 建立模型	209
7.1.3 空间问题有限元法	151	8.7.2 盘面的网格划分	211
7.1.4 等参数有限元法简介	151	8.7.3 定义边界条件	212
7.1.5 单元与整体分析简介	152	8.7.4 求解	212
7.2 结构动力学问题的有限元法	152	8.7.5 查看结果	213
7.2.1 运动方程	153	8.8 薄壁圆筒受力分析	214
7.2.2 质量方程	154	8.9 轴类零件受拉分析	216
7.2.3 阻尼矩阵简介	154	8.10 三角托架静力分析实例	219
7.2.4 结构自振频率与振型	154	8.11 齿轮泵应力分析	227
7.2.5 振型叠加法求解结构的受迫 振动	154	8.12 动力学分析的过程与步骤	232
7.3 结构非线性有限元法简介	155	8.12.1 模态分析	232
7.3.1 塑性力学问题	155	8.12.2 谐响应分析	235
7.3.2 大位移问题	158	8.12.3 瞬态动力学分析	239
第8章 ANSYS 分析基础	159	8.13 带孔法兰模态分析	241
8.1 初步接触 ANSYS	159	8.14 机翼模态分析	250
8.1.1 平面刚架静力分析	159	8.15 钢架支撑集中质量的瞬态动力学 分析	256
8.1.2 工字悬臂梁应力分析	169	8.16 非线性简要分析	261
8.2 ANSYS 分析的基本步骤	174	8.17 非线性分析的过程与步骤	265

8.17.1 建模 265

8.17.2 加载求解 266

8.17.3 查看结果 268

8.18 金属圆盘弹塑性分析实例 270

第9章 注塑机合模系统有限元分析 ... 280

9.1 概述 280

9.1.1 ANSYS 优化设计的概念 280

9.1.2 ANSYS 优化设计的步骤 281

9.2 问题描述 282

9.3 分析步骤 282

9.3.1 改变工作名 282

9.3.2 定义参量初始值 283

9.3.3 创建单元类型 283

9.3.4 定义实常数 283

9.3.5 定义材料特性 284

9.3.6 创建关键点 284

9.3.7 显示关键点号 285

9.3.8 创建直线 285

9.3.9 划分单元 285

9.3.10 显示点、线、单元 286

9.3.11 施加位移载荷 286

9.3.12 施加力载荷 286

9.3.13 求解 286

9.3.14 定义单元表 286

9.3.15 计算单元总体积 287

9.3.16 提取单元总体积 287

9.3.17 提取挠度最大值 288

9.3.18 获得挠度最大值 289

9.3.19 生成优化分析文件 289

9.3.20 进入优化处理器并指定分析文件 289

9.3.21 定义优化设计变量 289

9.3.22 定义状态变量 290

9.3.23 指定总体积为目标函数 290

9.3.24 存储优化数据库 291

9.3.25 指定优化方法 291

9.3.26 运行优化程序 292

9.3.27 列表显示得到的所有设计方案 292

参考文献 293

绪 论

在机电产品设计过程中,人们总是希望设计出来的机电产品性能好、成本低、工作寿命长,这往往需要设计者能够确定一组合理的设计参数以达到期望的最佳技术指标,而如何才能够找到这样的一组设计参数,这就是工程的优化设计问题。优化设计是从20世纪60年代初期发展起来的一门新的学科,它是将最优化原理和计算机计算技术应用于设计领域,为工程设计提供一种重要的科学设计方法。这种方法可以帮助设计者在解决复杂问题时,从众多设计方案中得到理想的设计方案。

早在17世纪,英国科学家牛顿开创微积分时代时,极值问题已经被提出,后来出现拉格朗日乘数法求极值;1847年法国数学家柯西(Cauchy)研究了函数沿什么方向下降最快的问题;1949年苏联数学家提出解决下料问题和运输问题这两种线性规划问题的求解方法。但是受到计算工具条件的限制,在20世纪50年代以前,最优化理论还不能形成一门学科。到了20世纪60年代,随着计算机和计算技术的发展,使得很多原本手工无法计算出的繁琐计算问题得到了解决,之前很多停留在理论上的优化算法在实际工程问题中得到了很广的应用。尤其在机械及机电系统设计领域,优化设计被越来越多地应用于各类产品的开发设计上。

机电系统计算机仿真的应用与发展经过了近40年的历程,进入20世纪80年代以来,随着微型计算机技术及相关仿真软件技术的飞速发展与广泛应用,机电系统性能分析与仿真技术得到了实质性的进展,并逐渐进入了机电系统设计、研究和生产的第一线。在该领域应用较为广泛的软件有ANSYS仿真软件和MATLAB语言软件。ANSYS软件是融结构、流体、电场、磁场、声场分析于一体的大型通用有限元分析软件,由世界上最大的有限元分析软件公司之一的美国ANSYS开发,它能与多数CAD软件接口,实现数据的共享和交换,如Pro/Engineer、NASTRAN、Algor、I-DEAS、AutoCAD等,是现代产品设计中的高级CAE工具之一。ANSYS有限元软件包是一个多用途的有限元法计算机设计程序,可以用来求解结构、流体、电力、电磁场及碰撞等问题。因此它可应用于以下工业领域:航空航天、汽车工业、生物医学、桥梁、建筑、电子产品、重型机械、微机电系统、运动器械等。MATLAB是美国MathWorks公司出品的商业数学软件,用于算法开发、数据可视化、数据分析以及数值计算的高级技术计算语言和交互式环境,主要包括MATLAB和Simulink两大部分。MATLAB是矩阵实验室(Matrix Laboratory)的简称,和Mathematica、Maple并称为三大数学软件。它在数学类科技应用软件中的数值计算方面首屈一指。MATLAB可以进行矩阵运算、绘制函数和数据、实现算法、创建用户界面、连接其他编程语言的程序等,主要应用于工程计算、控制设计、信号处理与通信、图像处理、信号检测、金融建模设计与分析等领域。

有限元仿真与优化分析在机械及机电系统中的应用,取得了较明显的技术和经济效果,越来越受到工程技术人员的重视。例如,美国贝尔(Bell)飞机公司采用优化方法解决具有450个设计变量的大型结构优化问题,使一个飞机机翼的自重减轻了35%;我国葛洲坝

二号船闸人字门启闭机经过机械性能优化分析,使驱动力矩由 $4000\text{kN}\cdot\text{m}$ 降为 $2322\text{kN}\cdot\text{m}$ 。性能优化分析已成为现代机械及机电系统设计理论和方法的一个十分重要的组成部分,它与计算机辅助设计结合起来,使设计过程完全自动化,这已是设计方法的一个重要发展方向。可以预期,性能优化分析在近几年将会以一个更快的速度被更广泛地应用于机械及机电系统的各个领域,为提高我国机械及机电产品的国际竞争力,促进我国工业现代化的进程产生十分积极的、深远的影响。因此掌握好机电系统性能分析这门课程具有很重大的意义。

第1章 机电系统性能分析概述

机电系统性能体现在多方面,包括可靠性、工作寿命、静态特性、动态特性等方面。计算机 CAE 仿真和优化分析是目前对复杂机电系统进行分析的重要手段和方法之一。在机电系统的设计过程中,除了需要进行基本的理论计算外,其性能综合模拟与优化分析也是必要的。系统性能指标与参数是否达到预期的要求?系统的经济性能如何?都需要在系统设计中给出明确的结论。对于那些在实际调试过程中存在很大风险或试验费用昂贵的系统,一般不允许对设计好的系统直接进行试验,而没有经过试验研究或验证的机电系统一般不能直接用于生产实际中去。因而,在投入生产前,就有必要对其进行模拟仿真和优化分析,并在仿真和优化分析的基础上对机电系统(产品)的设计或样机进行改进。经过多次仿真和优化分析,以及试验验证,最后得到性能优化的机电系统。通过仿真与分析,可大大降低机电系统的设计和试验成本,缩短系统及零部件的研发周期。这里的机电系统性能分析就是以机电系统的数学模型为基础,借助计算机对机电系统及关键零部件进行分析与优化。其主要特点是:将实际系统的运动规律或特性用数学表达式加以描述,它通常是一组或多组微分方程或差分方程,以矩阵形式表示出来,并以计算机进行模型求解并达到系统分析的目的。

机电系统性能分析的基本过程包括:首先建立系统的数学模型,因为数学模型是系统分析的基本依据;然后根据系统的数学模型或理论建立相应的仿真模型和分析模型,正确设置各种边界条件等参数;最后根据系统的仿真模型编制相应的仿真程序,在计算机上进行仿真研究并对结果进行分析和处理。下面分别介绍机电系统优化设计概述和机电系统有限元法分析概述两个方面的知识。

1.1 机电系统优化设计概述

1.1.1 优化设计问题的引例

机械优化设计首先将机械工程设计问题转化为优化设计的数学模型,然后根据数学模型的特性,选择适当的最优化方法,通过计算机求得最优解。而如何将实际的工程问题转化为抽象的数学模型,这将是优化设计首先需要解决的问题。

下面先举几个简单的例子引导大家对优化设计的数学模型有一个初步的认识。

例 1-1 用薄钢板制造一体积为 5m^3 、长度不小于 4m 、不带上盖的货箱,试确定货箱的长、宽、高,以使该货箱耗费钢板量最小。

解:如图 1-1 所示,设钢板的长宽高分别为 x_1 、 x_2 、 x_3 ,钢板的耗费量大小可以转化为货箱的表面积 S 大小,本例优化的目

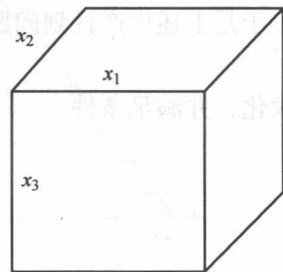


图 1-1 货箱示意图

标是钢板的耗费量最小，也就是货箱的表面积 S 最小，本例中可写出不带上盖的货箱表面积为

$$S = x_1x_2 + 2(x_2x_3 + x_1x_3)$$

货箱表面积 S 是变量参数 x_1 、 x_2 和 x_3 的函数，上式称为目标函数。参数 x_1 、 x_2 和 x_3 称为设计变量。优化设计就是恰当地选择这些设计变量，使得货箱表面积 S （目标函数）达到最小。

选择这些参数要受到下列货箱体积和长、宽、高的限制，即

$$x_1x_2x_3 = 5\text{m}^3, \quad x_1 \geq 4\text{m}, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0$$

以上限制设计变量 x_1 、 x_2 和 x_3 的表达式，称为约束条件。其中 $x_1x_2x_3 = 5\text{m}^3$ 为等式约束条件， $x_1 \geq 4\text{m}$ ， $x_2 \geq 0$ ， $x_3 \geq 0$ 为不等式约束条件。

因此，箱体设计的数学模型可以归结为求变量 x_1 、 x_2 、 x_3 ，使函数

$$S = x_1x_2 + 2(x_2x_3 + x_1x_3)$$

极小化，并满足条件

$$x_1x_2x_3 = 5\text{m}^3, \quad x_1 \geq 4\text{m}, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0$$

例 1-2 某工厂生产甲、乙两种产品。生产每种产品所需的原料、工时、耗电量和可获得利润见表 1-1。试确定两种产品每天的产量，以使每天所获得的利润最大。

表 1-1 生产和供给的数据

产 品	原料/kg	工时/h	耗电量/(kW · h)	利润/元
甲	18	6	8	120
乙	8	20	10	240
供给量	720	600	400	

解：这是一个生产计划问题，可归结为既满足各项生产条件，又使每天所能获得的利润达到最大的优化设计问题。

设每天生产甲产品 x_1 件、乙产品 x_2 件，每天获得的利润可以表示为

$$f(x_1, x_2) = 120x_1 + 240x_2$$

每天实际消耗的原料、工时、电量可分别用函数 $g_1(x_1, x_2)$ 、 $g_2(x_1, x_2)$ 、 $g_3(x_1, x_2)$ 表示，即

$$g_1(x_1, x_2) = 18x_1 + 8x_2$$

$$g_2(x_1, x_2) = 6x_1 + 20x_2$$

$$g_3(x_1, x_2) = 8x_1 + 10x_2$$

于是上述生产计划问题可归结为求变量 x_1 、 x_2 ，使函数

$$f(x_1, x_2) = 120x_1 + 240x_2$$

极大化，并满足条件

$$g_1(x_1, x_2) = 18x_1 + 8x_2 \leq 720$$

$$g_2(x_1, x_2) = 6x_1 + 20x_2 \leq 600$$

$$g_3(x_1, x_2) = 8x_1 + 10x_2 \leq 400$$

$$g_4(x_1, x_2) = x_1 \geq 0$$

$$g_5(x_1, x_2) = x_2 \geq 0$$

这就是该问题的数学模型, 其中 $f(x_1, x_2)$ 为目标函数, $g_u (u=1, 2, \dots, 5)$ 代表五个已知的生产指标, 称为约束函数。五个不等式称为约束条件。

例 1-3 设计螺旋压缩弹簧 (图 1-2), 使其压缩体积最小。要求最大工作载荷为 F , 弹簧材料的切变模量为 G , 许用切应力为 $[\tau]$, 弹簧的非工作圈数为 n_2 , 最大工作变形量 $\lambda = 10\text{mm}$ 。

解: 若用 D 、 n_1 、 d 分别表示弹簧的平均直径、弹簧工作圈数和弹簧钢丝直径, 则压缩体积的目标函数可以表示为

$$f(D, n_1, d) = V = \frac{1}{4} \pi D^2 (n_1 + n_2) d$$

要使压缩体积最小, 就是求上述目标函数的极小值。并需要满足如下的一些约束条件:

1) 强度条件。弹簧在极限载荷作用下其切应力不能超过许用值, 即

$$\tau = \frac{8KFD}{\pi d^3} \leq [\tau]$$

式中, K 为弹簧的曲度系数, 取 $K = 1.6 / (\frac{D}{d})^{0.14}$ 。

2) 变形条件。弹簧在载荷作用下其产生的变形量 λ 要求为 10mm , 即

$$\lambda = \frac{8FD^3 n_1}{Gd^4} = 10\text{mm}$$

3) 稳定性条件。压缩弹簧的稳定性条件为高径比 b 不得超过允许值 $[b]$, 当弹簧为两端固定时, 取 $[b] = 5.3$, 即

$$b = \frac{H}{D} \leq [b]$$

式中, H 为弹簧的自由高度, 其值为 $H = (n_1 + n_2)d + 1.1\lambda$ 。

综上所述, 该问题的数学模型可以表示为求变量 D 、 n_1 、 d , 使函数

$$f(D, n_1, d) = V = \frac{1}{4} \pi D^2 (n_1 + n_2) d$$

极小化, 并满足如下约束条件

$$\tau = \frac{8KFD}{\pi d^3} \leq [\tau]$$

$$\lambda = \frac{8FD^3 n_1}{Gd^4} = 10\text{mm}$$

$$b = \frac{H}{D} \leq [b]$$

例 1-4 图 1-3 所示的人字架由两个钢管构成, 其顶点受外力 $2F = 3 \times 10^5 \text{N}$ 。已知人字架跨度 $2B = 152\text{cm}$, 钢管壁厚 $\delta = 0.25\text{cm}$, 钢管材料的弹性模量 $E = 2.1 \times 10^5 \text{MPa}$, 材料密度

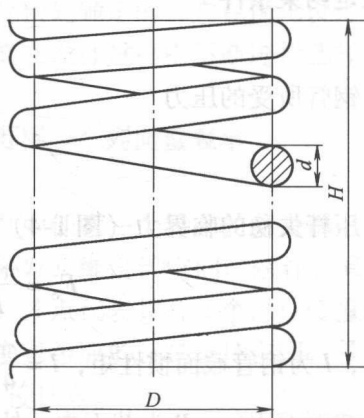


图 1-2 弹簧的优化设计问题

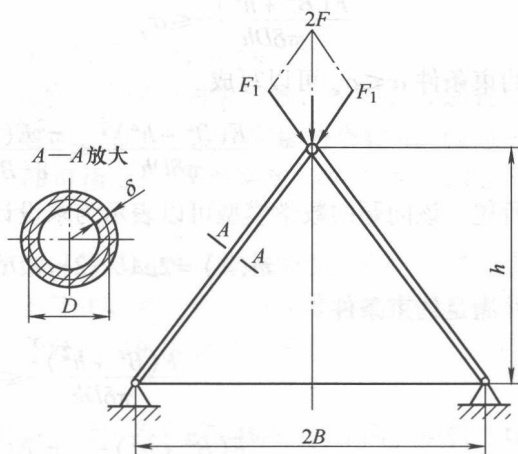


图 1-3 人字架的受力

$\rho = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 许用压应力 $\sigma_y = 420 \text{ MPa}$ 。求在钢管压应力 σ 不超过许用压应力 σ_y 和失稳临界应力 σ_e 的条件下, 人字架的高度 h 和钢管平均直径 D , 使钢管总质量 m 为最小。

解: 根据题意要求, 可以把人字架的优化设计问题归结为求 $X = (D \ h)^T$, 使结构质量

$$m(X) = 2\rho AL = 2\pi\rho TD(B^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}$$

最小化, 并满足强度约束条件

$$\sigma(x) \leq \sigma_y$$

和稳定约束条件

$$\sigma(x) \leq \sigma_e$$

钢管所受的压力

$$F_1 = \frac{FL}{h} = \frac{F(B^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}}{h}$$

压杆失稳的临界力 (图 1-4)

$$F_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

式中, I 为钢管截面惯性矩, $I = \frac{\pi}{4}(R^4 - r^4) = \frac{A}{8}(\delta^2 + D^2)$; A 为

钢管截面面积(r 、 R 为截面内、外半径, $D = R - r$), $A = \pi(R^2 - r^2) = \pi\delta D$ 。

钢管所受的压应力

$$\sigma = \frac{F_1}{A} = \frac{F(B^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}}{\pi\delta Dh}$$

钢管的临界应力

$$\sigma_e = \frac{F_e}{A} = \frac{\pi^2 E(\delta^2 + D^2)}{8(B^2 + h^2)}$$

因此, 强度约束条件 $\sigma \leq \sigma_y$ 可以写成

$$\frac{F(B^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}}{\pi\delta Dh} \leq \sigma_y$$

稳定约束条件 $\sigma \leq \sigma_e$ 可以写成

$$\frac{F(B^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}}{\pi\delta Dh} \leq \frac{\pi^2 E(\delta^2 + D^2)}{8(B^2 + h^2)}$$

综上所述, 该问题的数学模型可以表示为求设计变量 D 、 h , 使目标函数

$$m(X) = 2\rho AL = 2\pi\rho\delta D(B^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}$$

最小化, 并满足约束条件

$$\frac{F(B^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}}{\pi\delta Dh} \leq \sigma_y$$

$$\frac{F(B^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}}{\pi\delta Dh} \leq \frac{\pi^2 E(\delta^2 + D^2)}{8(B^2 + h^2)}$$

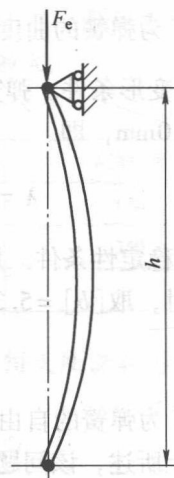


图 1-4 压杆的稳定

1.1.2 优化设计的数学模型

通过1.1节的几个简单例子可以看出,很多优化设计问题都可以建立一个统一形式的数学模型,通常称为数学建模。数学建模是优化设计中最关键的步骤之一。机电系统优化的数学模型包含了三个基本要素:设计变量、约束条件、目标函数。

1. 设计变量

在设计过程中,区别不同的设计方案,通常是以一组取值不同的参数来表示的。这些参数可以是表示构件形状、尺寸、大小等的几何量,也可以是表示构件质量、速度、加速度、力或力矩等的物理量。在这些参数中,有的是根据实际情况预先确定的,它在优化设计过程中是固定不变的量,这样的参数就是设计常量;有的则需要在设计过程中不断进行选择 and 调整,可认为是变化的量,这些参数就称作设计变量。

一个设计方案的全部 n 个设计变量 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 可用一个列向量表示

$$X = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$$

称为设计变量向量。一旦规定了这样一种向量的组成,则其中任意一个特定的向量都可以称作一个“设计”。以 n 个设计变量为坐标轴组成的实空间称为 n 维设计空间。这样,具有 n 个分量的一个设计向量对应着 n 维设计空间的一个设计点,该点代表具有 n 个设计变量的一个设计方案。例如,例1-1就是以 x_1, x_2, x_3 这三个设计变量组成的三维设计空间。具体的一组设计向量 $(x_1 \ x_2 \ x_3)^T$ 就代表该三维设计空间的一个设计点。

2. 约束条件

优化设计不仅要使所选择方案的设计指标达到最优值,同时还必须满足某些设计的限制条件,因为不满足这些设计限制条件的设计方案常常是工程上所不能接受的,这些限制条件就称为约束条件。根据约束的性质不同,可以将设计约束分为边界约束和性能约束两类。边界约束是直接限定设计变量取值范围的约束条件,例如对齿轮的模数、齿数的上、下限的限制就是边界约束;而性能约束是根据设计性能要求而提出的约束条件,例如零件的强度条件、刚度条件、稳定性条件等均属于性能约束。

约束的表现形式有两种:一种是不等式约束,即

$$g_u(X) \leq 0 \text{ 或 } g_u(X) \geq 0 \quad u = 1, 2, \dots, m$$

另一种是等式约束,即

$$h_v(X) = 0 \quad v = 1, 2, \dots, p < n$$

式中, $g_u(X)$ 和 $h_v(X)$ 分别为设计变量的函数,统称为约束函数; m 和 p 分别表示不等式约束和等式约束的个数,而且等式约束的个数 p 必须小于设计变量的个数 n 。因为一个等式约束可以消去一个设计变量,当 $p = n$ 时,即可由 p 个方程组解得唯一的一组设计变量 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 这样就无优化可言。

满足所有约束条件的设计点的集合称为可行域,可行域内的设计点称为可行设计点,否则称为非可行设计点。当设计点处于某一不等式约束边界上时,称为边界设计点。边界设计点属于可行设计点,它是一个为该项约束所允许的极限设计方案。

3. 目标函数

目标函数又称作评价函数,是用来评价设计方案优劣的标准。任何一项机械设计方案的好坏,总可以用一些设计指标来衡量,这些设计指标可表示为设计变量的函数,该函数就称

为优化设计的目标函数,目标函数可以是结构质量、体积、功耗、成本或其他性能指标(如变形、应力等)。 n 维设计变量优化问题的目标函数可以表示为

$$f(X) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

在某些设计问题中,可能存在两个或两个以上需要优化的指标,这就是多目标函数的问题。例如设计一台机器,期望得到最低的造价和最少的维修费用。

目标函数是 n 维变量的函数,它的函数图像只能在 $n+1$ 维空间中描述出来。为了在 n 维设计空间中反应目标函数的变化情况,常采用目标函数等值面方法。目标函数等值面的数学表达式为

$$f(X) = c \quad (c \text{ 为常数})$$

在二维情况下,该点集为等值曲线,三维时为等值面,大于三维的称为超曲面。具体的性质及其对于优化问题的意义将在第 2 章中介绍。

4. 优化设计的数学模型

在明确设计变量、约束条件、目标函数之后,优化设计问题就可以表示成一般数学形式。

求设计变量向量 $X = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$, 使得

$$f(X) \rightarrow \min$$

且满足约束条件

$$g_u(X) \leq 0 \quad (u = 1, 2, \dots, m)$$

$$h_v(X) = 0 \quad (v = 1, 2, \dots, p)$$

利用可行域概念,可将数学模型的表达进一步简练。设同时满足 $g_u(X) \leq 0 \ (u = 1, 2, \dots, m)$ 和 $h_v(X) = 0 \ (v = 1, 2, \dots, p)$ 的设计点集合为 R , 即 R 为优化问题的可行域,则优化问题的数学模型可简练地写成求 X , 使

$$\min_{x \in R} f(X)$$

在实际优化问题中,对目标函数一般有两种要求形式:目标函数极小化 $f(X) \rightarrow \min$ 或目标函数极大化 $f(X) \rightarrow \max$ 。由于求 $f(X)$ 极大化与求 $-f(X)$ 的极小化等价,所以今后优化问题的数学表达一律采用目标函数极小化形式。

1.1.3 优化设计问题的分类

工程设计中的优化问题种类繁多,但可以从不同的角度进行分类。按设计变量个数的不同,可将优化设计分为单变量(一维)优化和多变量优化;按约束条件的不同,可分为无约束优化和约束优化;若按目标函数数量的不同,可分为单目标优化和多目标优化;按求解方法的特点,可将优化方法分为准则法和数学规划法。

所谓准则法是根据力学或其他原则构造达到最优的准则,如满足应力准则、强度准则、疲劳特性准则等,然后根据这些准则寻求最优解。数学规划法是从解极值问题的数学原理出发,运用数学规划的方法来解最优解。数学规划法又可按设计问题优化求解的特点,分为线性规划、非线性规划和动态规划几大类。

当目标函数与约束函数均为线性函数时,称为线性规划问题,如例 1-2 就属于线性规划类问题。线性规划多用于生产组织和管理问题的优化求解。

当目标函数和约束函数至少有一个为非线性函数时,即为非线性规划。例如,例 1-1 的目

标函数是一个非线性函数,因此属于非线性规划问题。在非线性规划中,若目标函数为设计变量的二次函数,而约束条件与设计变量呈线性函数的关系,称之为二次规划;若目标函数为一广义多项式,称之为几何规划;若设计变量的取值部分或全部为整型量,称为整数规划;若为随机值,称为随机规划。对上述不同类型的规划问题,都有一些专门算法进行求解。

最优化问题根据变量不同,可分为变量取连续实数的连续最优化问题以及取整数或者类似0、1离散值的离散最优化问题,后者多用组合性质来表达,也称为组合优化问题。如果还具有特殊形式

$$f(X) = \sum_{i=1}^l f_i^2(X)$$

则称此类问题为非线性最小二乘问题。

所谓的动态规划是指当设计变量的取值随时间或位置变化时,将问题分为若干个阶段,利用递推关系或一个接一个地做出最优决策,即用多级判断方法使整个设计取得最优结果。

机械及机电产品的优化设计问题多属于多维、有约束的非线性规划问题。

1.1.4 优化设计的一般步骤

一般机械及机电产品的优化设计都需要经历以下几个阶段:

1) 根据产品的设计要求,确定优化对象。优化设计首先必须确定一个优化的目标,也就是要建立目标函数的优化对象,这个对象范围很广,比如说它可以是像产品的利润、尺寸、体积这样的局部优化,也可以是整个产品的全局优化。这就需要设计者参照已积累的资料和数据,具体地去分析产品性能和要求并结合市场需要确定一个合理的优化目标。

2) 设计变量和设计约束条件的确定。设计变量是优化设计时可供选择的变量参数,直接影响设计结果和设计指标。选择设计变量应考虑以下问题,设计变量必须是对优化设计指标有直接影响的参数,能充分反映优化问题的要求;合理选择设计变量的数目,设计变量过多,将使问题的求解难度加大,设计变量过少,又难以体现优化的效果;各设计变量应相互独立,相互间不能存在隐含或包容的函数关系。

设计约束条件是规定设计变量的取值范围。在通常的机械及机电产品设计中,往往要求设计变量必须满足一定的设计准则、所需的力学性能要求,以及规定的几何尺寸范围。在优化设计中所确定的约束条件必须合理,约束条件过多将使可行域变得很小,增加了求解的难度,有时甚至难以达到优化目的。

3) 建立合适的优化设计数学模型。数学模型描述工程问题的本质是反映所要求的设计内容。它是一种完全舍弃事物的外在形象和物理内容,但包含该事物性能、参数关系、破坏形式、结构几何要求等本质内容的抽象模型。建立合理、有效、实用的数学模型是实现优化设计的根本保证。

4) 选择合适的优化方法。当优化设计数学模型建立以后,应该选择适当的优化方法进行计算求解。各种优化方法都有其特点和适用范围,选取的方法应适合设计对象的数学模型,解题成功率高,易于达到规定的精度要求,占用机时少,人工准备工作量小,即满足可靠性和有效性好的选取条件。

5) 分析评价优化结果。将得到的优化结果与没有优化之前的设计结果进行比较,分析优化的结果有没有带来真正的优化意义,比如说提高了产品的设计质量、降低了设计成本

等。如果比较之后，发现优化设计的结果并没有带来明显的改善，则需要修正数学模型，以便产生最终的优化结果。

1.1.5 常用的优化方法及其特点

优化方法的类型很多，下面针对某几种类型的优化问题列举一些常用的优化方法。常用优化方法及其特点见表 1-2。

表 1-2 常用优化方法及其特点

优化方法		特 点
一维搜索方法		简单、有效的一维直接搜索方法，对函数的连续性、可微性都没有要求，应用广泛
		二次插值法 对函数的连续性有要求，收敛速度较黄金分割法快，初始点的选择影响收敛速度
无约束优化方法	直接法	坐标轮换法 适合于中小型问题($n < 20$) 的求解，不必对目标函数求导，方法简单、使用方便
		鲍威尔法 共轭方向法的一种，具有直接法的共同优点，即不必对目标函数求导，具有二次收敛性，收敛速度快，适合于中小型问题
	间接法	梯度法 需要计算一阶偏导数，对初始点的要求较低，初始迭代效果较好，在极值点附件收敛很慢，一般与其他方法配合，在迭代开始使用
		牛顿法 具有二次收敛性，在极值点附近收敛较快，但要用到一阶、二阶导数，并且要用到海赛（Hessian）矩阵，计算量大，需要的存储空间大，对初始点要求很高
		变尺度法 共轭方向法的一种，具有二次收敛性，收敛速度快，可靠性高，需计算一阶偏导，对初始点要求不太高，可求解 $n > 100$ 的优化问题，是有效的无约束优化方法，但所需存储空间较大
	有约束优化方法	直接法
复合形法 具有单形替换法的特点，适合于求解 $n < 20$ 的规划问题，但不能求解有等式约束的问题		
间接法		惩罚函数法 将有约束问题转化为无约束问题，对大中型问题的求解较合适，计算效果较好
有约束线性规划		单纯形法 一般用来解决有约束线性规划类的问题

1.2 机电系统有限元法分析概述

有限元分析（Finite Element Analysis, FEA）的基本思想是用简单的问题代替复杂的问题后再求解。它将求解域看成是由许多称为有限元的小的相互连接域组成，对每个单元假定一个合适的近似解，然后推导求解这个域总的满足条件（如结构的平衡条件），从而得到问题的解。这个解是近似解，而不是准确的解。由于大多数实际问题难以得到准确的解，有限元分析不仅计算精度高，而且能适应各种复杂形状，因而成为行之有效的工程分析手段。

有限元法的基本思想是先将研究对象的连续求解域离散为一组有限个且按一定方式相互连接在一起的单元组合体。由于单元能按不同的连接方式进行组合，且单元本身又可以有不