初中主科 知识点·重点·难点

数学

主编　宋川利

应试必读丛书 ②

中华工商联合出版社

初中主科知识点•重点•难点
应试必读丛书——数学

主编　宋川利

编者　李振帮　蒋时铎　段长连
　　　石月泉　田秀琴　韩宝珍
　　　于天城　董长荣　管慰慈

中华工商联合出版社

（京）新登字301号

责任编辑：魏鹤冬
封面设计：郭继虹

图书在版编目（CIP）数据
初中主科知识点、重点、难点应试必读丛书/宋川利主编。北京：中华工商联合出版社，1995.10
ISBN 7-80100-157-5

Ⅰ.初… Ⅱ.宋… Ⅲ.初中-教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字（95）第17018号

中华工商联合出版社出版　发行
北京市朝阳区西大望路甲27号　邮编　100022
北七家印刷厂印刷
新华书店总经销
1995年10月第1版　　1997年7月第2次印刷
787×1092mm　印张9　总印张45　200千字
印数：5001—8500套
全套定价：42.50元
本册定价：8.50元

序

初中毕业生考试具有检验和升学的目的。考试是检验一个学生平时学习是否掌握了教材中的知识点、重点和疑难点。为使广大初中生顺利通过考试关，达到理想的目的，我们以义务教育三年制初中课本为依据，结合近三年来中考试题的特点，广泛吸取全国各地初中教学改革中的新经验和新成果，精心编辑了《初中主科知识点·重点·难点应试必读》丛书，分《语文》、《数学》、《英语》、《物理》及《化学》五本。

该丛书以初中主科教材的知识结构为基础，对近三年来全国各省市中考试题中出现的填空题、选择题、简答题、实验题及综合题等题型的结构特征、解答方法和基本对策等进行了新的研究和探讨，论述由浅入深、文例并茂、突出教材中应掌握的知识点、重点和疑难点，从全方位、多角度、多侧面、多层次地帮助学生深刻理解、牢固掌握教材中各项基本知识和技能。丛书对开阔学生解题思路、培养应试能力、提高检测水平等均有裨益，相信大家会喜欢。

丛书在各科中均备有练习题及参考答案，可供广大初中学生平时学习或集中复习时选用。

由于编写时间仓促，疏漏之处难免，请读者批评指正。

编　者

1995年7月

目　录

第一章　数学升学试题的设计原则

目前，我国各省市初中毕业升学一般实行统一考试（简称“中考”），通过中考选拔一定数量的学生，升入高一级学校（普通高中、职业高中、中等专业学校、中师、中技）继续进行学习。由于绝大部分的初三毕业生都要参加这一考试，使得中考又带有一定的检查性质，在一定程度上可认为是初中三年数学的一次终结性评价。为了发挥试题的导向作用，试题不仅要有利于选拔人才，而且要有利于教学。

一、数学试题的指导思想

根据中考的性质，即检查和选拔的双重目的，为此在数学试题拟定时一般应注意到以下两点：

1．以纲为纲，以本为本

以纲为纲，以本为本的含义，就是在命题时坚持以现行数学大纲，即1990年4月版《全日制中学数学教学大纲》（修订本）的要求为依据，以现行课本上的“双基”为考查的主要目标，全面考查所学内容，尤其是注重考查分析问题和解决问题的能力。从各省市今年中考试题分析看出，单纯考查“双基”内容的基本题，一般是按大纲的要求直接编拟的，甚至中档题也多数源于课本或者是课本题目的变形。这两种题加起来大约占试卷分数的80—85％，代数与几何试题所占分数的比例，大体等于课时数之比。还有15—20％试卷分数的综合题，这种综

合题是在挖掘教材的基础上引深编改的，它源于课本，高于课本，不是成题，不能取自任何参考书。尤其是最后两个综合题，约占总分的10%，属于拉开档次的题目，其涉及的知识面比较广，关系比较复杂，条件隐晦，方法灵活，解题途径曲折。解这类综合题要求学生必须具备较强的综合运用数学知识的能力，在选拔优秀学生中发挥着重要作用。

2. 重点突出、覆盖面大

在初中三年内，学生学习了四本代数、两本几何，共六本书，知识内容多，范围广，按教学大纲所列内容有246个必学知识点；按六本书的小节计算共有198个知识点，如果按知识内容的重要程度归类，也可以归纳为以下40个知识点。

（1）算术根和绝对值；

（2）整式运算；

（3）因式分解；

（4）分式运算；

（5）根式；

（6）指数运算；

（7）一元二次方程及其判别式；

（8）一元二次方程的根与系数关系；

（9）分式方程和无理方程；

（10）方程组；

（11）列方程（组）解应用题；

（12）两点间距离公式及点与对称点坐标等；

（13）函数的自变量取值范围；

（14）正、反比例函数；

（15）一次函数；

(16) 二次函数；

(17) 求函数的解析式；

(18) 一次不等式和带绝对值符号的简单不等式；

(19) 一元二次不等式；

(20) 三角函数定义，三角函数间的基本关系，特殊角的三角函数值，纯角三角函数与锐角三角函数的转化过程等；

(21) 解直角三角形；

(22) 正弦定理；

(23) 余弦定理；

(24) 解三角形的综合运用；

(25) 统计初步；

(26) 相交线和平行线；

(27) 三角形性质及面积；

(28) 等腰三角形；

(29) 直角三角形（包括勾股定理及其逆定理）；

(30) 全等三角形；

(31) 相似三角形；

(32) 相似形与比例线段（包括三角形内（外）角平分线性质定理，相似三角形性质，直角三角形中成比例的线段等）；

(33) 平行四边形；

(34) 梯形；

(35) 直线与圆的位置关系；

(36) 圆与圆的位置关系；

(37) 和圆有关的角；

(38) 和圆有关的比例线段；

(39) 正多边形和圆；

（40）命题、轨迹与作图。

这40个知识点，都是拟定试题时必须涉及的内容。

如果我们还可以进一步进行归类，可归纳为以下10项内容：

（1）数与式运算；

（2）方程；

（3）不等式；

（4）应用题；

（5）函数及其图象；

（6）解三角形；

（7）三角形；

（8）四边形；

（9）相似形；

（10）圆。

这10项内容中，方程和方程组是初中数学的基础知识；函数及其图象是代数的重点；解三角及三角形与四边形知识是中考的“热点”；三角形相似是直线问题的核心内容；圆与直线的结合，可使几何知识变得丰富多彩；代数与几何知识结合起来，是考查综合能力的重要内容。

另外，数学方法也是基础知识的组成部分，寓教学基础知识之中，是解决数学问题所采用的重要手段和工具，因此换元法、配方法、待定系数法、分析法、综合法及数形结合等方法，都是在拟定中考试题时应注意到的重要内容。

二、数学试题的设计原则

近几年来，全国各省市中考试卷的题型已趋于标准化，一般采取填空、选择及解答三种题型。其中解答综合题占有重要

位置。

1. 利用综合题拉开档次

分析各省市中考试卷，一般以填空、选择和解答综合题排列。每种类型题的次序安排上，其难度上均有一定梯度、整个试卷试题难度排列顺序也呈阶梯形式，全卷难度可以概括为“起点低，有坡度，落点高”。填空题和选择题的最后一、二题，均有拉开挡次的作用。最后两个综合题是整个试卷的拉挡题。

在命题时，首先应考虑这两个综合题的内容。这种拉挡题一般涉及知识面比较广、关系较复杂，条件隐晦、方法灵活，其解题途径曲折。解这类综合题要求学生必须具备较强的综合运用数学知识的能力，对选拔优秀学生中发挥着重要作用。尽管如此，这类综合题不能任意拔高，应源于课本，高于课本，应在挖掘教材基础知识上引深改编，其难度掌握在0.2至0.3较为适宜。

2. 确定其它试题

两个综合题确定之后，再来确定其它综合题，这些综合题的考核内容应各有侧重，其内容范围应在上述介绍的十项内容之内。在确定内容的同时，再定出每题的难度。

根据综合题和拉挡综合题所涉及的知识内容和难度层次，对照40个知识点和10项重点内容，再拟定填空题和选择题，其内容应基本覆盖住40个知识和10项重点内容，其难度应有一定坡度。试卷中的基本题、中挡题和难题所占分数之比为3:5:2较为适宜。

第二章　数学填空题的特征及方法

填空题是中考试题的重要题型之一，一般占整体分数的15%左右，已引起广大师生的重视。

一、填空题的基本特征

填空题是一种专门的题型，有它本身的独特命题方式和解答思路。它的主要特征是只要结论而不要过程，是一种传统的最简捷的命题方式，在各类各级正规考试中，经常出现的一种题型。按填空题的性质来分，有的可归属于计算题或证明问题，即也可以归属于定量或定性问题。我们在练习和考试中，有时还会遇到“判断题”及“问答题”等形式，这类题可以归属于填空题或选择题。填空题与选择题在题型形式上有较大差异，但就某一内容来说，可以用填空题形式或选择题形式，或采用选择填空的综合形式。选择填空的形式在语文、政治、外语等科目考核中也是经常出现的题型。

二、填空题的解题方法

1. 观察法

在部分填空题的条件中，包含有某些与结论产生重要联系的因素，而这些有联系的因素一般需要经过仔细观察，找出规律，问题便迎刃而解。

例1　三角形三边分别为24、26、10，其面积为______。

解　只要我们注意观察，便不难发现$26:24:10=13:12:5$，这实际上是一个直角三角形，因此面积为

$$S=\frac{1}{2}\times 24\times 10=120\ (\text{平方单位})$$

例2　方程 $\frac{(x-a)^2}{(x-a)^2-(b-c)^2}+\frac{(x-b)^2}{(x-b)^2-(c-a)^2}+\frac{(x-c)^2}{(x-c)^2-(a-b)^2}=1$的解为____________。

解　如果根据解分式方程的规律，需方程两边同乘以$(x-a-b+c)(x-b-c+a)(x-c-a+b)$，去分母得到一个三次方程，计算比较烦琢，很难得到正确结果。

而通过观察，显而易见，当$x=a$时，方程左、右两边相等，即

$$\frac{(a-b)^2}{(a-b)^2-(c-a)^2}+\frac{(a-c)^2}{(a-c)^2-(a-b)^2}=1$$

∴　$x=a$是原方程的根。

同理　$x=b$、$x=c$也是原方程的根。

利用观察法时，观察应细致全面，以防遗漏现象发生。

2. 直接法

从题设条件出发，直接推出结论或直接计算出结果，但在计算时应尽量减少计算步骤。

例3　设$f(x)=|x-p|+|x-15|+|x-p-15|$
且　$0<p<15$，则对于区间〔p，15〕中的x来说，$f(x)$的最小值是____________。

解　直接去掉绝对值符号，化简得到

$$f(x)=x-p+15-x+15+p-x=30-x,$$

$\because \quad p \leqslant x \leqslant 15$，

$\therefore \quad f(x)_{最小值} = 15$。

例4 设矩形$ABCD$中，$AB = 2\text{cm}$，$BC = 3\text{cm}$，M是BC的中点，则D到AM的距离为____________。

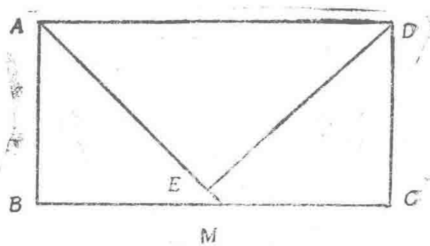

图 2-1

解 如图2-1。

$\because \quad Rt\triangle ABM \backsim Rt\triangle DEA$，

而 $AM = \sqrt{2^2 + \left(\dfrac{3}{2}\right)^2} = \dfrac{5}{2}$。

再设$DE = x$，则

$$\frac{2}{x} = \frac{\sqrt{2^2 + \left(\dfrac{3}{2}\right)^2}}{3},$$

$\therefore \quad x = 2.4 \ (\text{cm})$。

这个题目从形式上看是一个填空题，而实质上是一个计算题，在目前各类练习题中，有相当数量的填空题均属于这一类型。

例5 若函数$y_1 = k_1x + 3$，$y_2 = k_2x - 5$的图象相交于x轴上一点，则$k_1 : k_2 =$____________。

解 设它们在x轴的交点为$(x, 0)$，将此点代入两个一次函数式中，得

$$\begin{cases} k_1x + 3 = 0 \\ k_2x - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1x = 3 & ① \\ k_2x = -5 & ② \end{cases}$$

①÷②，得

$$\frac{k_1x}{k_2x}=\frac{-3}{5}\Rightarrow\frac{k_1}{k_2}=\frac{-3}{5}\Rightarrow k_1:k_2=(-3):5。$$

3。图象法

某些具有几何图形的填空题，可以尽量借助其图形性质来分析、推理，往往可以简捷迅速的获解。

例6 若二次函数$y=kx^2+(k-3)+1$的图象与x轴交点都在原点右侧，则k的范围为____________。

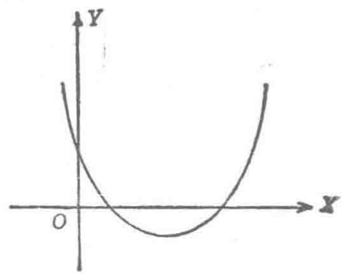

图 2-2

解 如图 2-2 所示。由$y=kx^2+(k-3)x+1$看出，二次函数在y轴上的截距$c=1$及x轴交点都在原点右侧可知其开口朝上，

$\therefore k>0$。

从而对称轴 $x=-\dfrac{b}{2a}>0$，

即 $-\dfrac{k-3}{2k}=\dfrac{3-k}{2k}>0$，

$\therefore\ 3-k>0\ \Rightarrow k<3$ ①

再由其判别式

$(k-3)^2-4k>0$，

即 $k^2-10k+9>0$，

$\therefore\ k>9$或$k<1$ ②

结合①、②，知

$1<k<3$。

例7 若x_1、x_2为方程$x^2-(m-1)x+m+2=0$的两个根，

M_1、M_2是x轴上两点，其横坐标分别为x_1、x_2，O为坐标原点，以OM_1、OM_2为直径作两圆C_1、C_2。若两圆外切，则m取值范围为________。

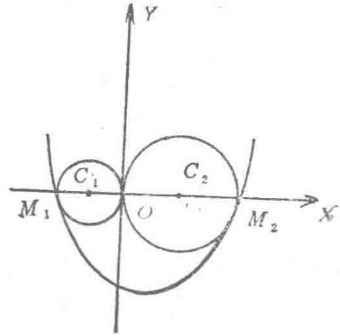

图 2-3

解　如图2—3。观察图形可知，抛物线与x轴有两个交点，且在y轴上截距为负，即有

$$\begin{cases}\Delta=(m-1)^2-4(m+2)>0,\\ m+2<0\end{cases}$$

$\Rightarrow m<-2$。

4。特殊值法

有些填空题中，经常出现某些变化的不定量，而结论又必须是定值，这时我们可以采用特殊值的方法来探测出定值或答案。

例8　若 $A+B=\dfrac{\pi}{4}$，则$(1+\mathrm{tg}A)(1+\mathrm{tg}B)=$________。

解　本题的最后结果很明显应是一个常量，这时，只需要令 $B=0$、$A=\dfrac{\pi}{4}$代入结论表达式中，得到答案为 2。

例9　假设无论k为何值，直线$y=kx-(k-2)$都过一定点，那么该点为________。

解　先取特殊值$k=0$、1，代入直线方程中。得 $y=2$ 和 $y=x+1$，解它们组成的方程组，即

$$\begin{cases}y=x+1\\ y=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\ y=2\end{cases}$$

$\therefore$ 直线$y=2$和$y=x+1$都过点（1，2）。

再把$x=1$，$y=2$代入方程

$$y=kx-(x-2)$$

中，左边$=k\times1-(k-2)=2$，右边$=2$。

显然，点（1，2）在直线$y=kx-(k-2)$上。

因此，无论k为何值，直线$y=kx-(k-2)$都过定点(1，2）。

这是一个定性问题。要证明函数过定点，首先要找出定点，即任取参数字母的两个数值，求出定点坐标；其次再论证定点，即将定点坐标代入一般式，证明其适宜。在这里，找出定点采用了特殊值的方法，作为一个填空题，只需要第一步骤，找出定点即可。

5．归纳法

归纳法就是从特殊到一般的方法，在我们研究某些问题时，有时需要先对一个或几个特殊的情况进行判断，再过渡到对一般情况的判断，推出一般性的结论。

加数的个数（n）	和（S）
1	$1=1=1^2$
2	$1+3=4=2^2$
3	$1+3+5=9=3^2$
4	$1+3+5+7=16=4^2$
5	$1+3+5+7+9=25=5^2$
……	……