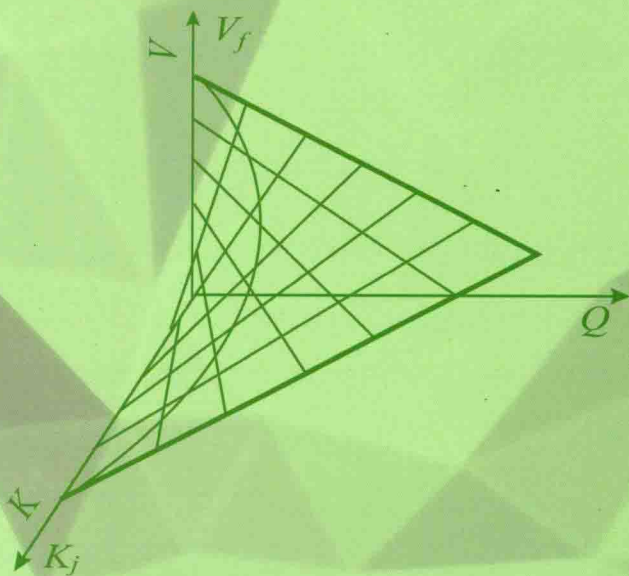




普通高等教育“十二五”规划教材

数学建模竞赛 优秀案例评析

主编 房少梅



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

数学建模竞赛优秀案例评析

主编 房少梅

参编

方 平

陈 羽

聂笃宪

朱艳科

王 霞

江雪萍

毛卫华

张胜祥

曾庆茂



科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是从2009—2014年华南农业大学参加全国大学生教学建模竞赛获奖论文中,精选10篇富有代表性的优秀论文加工整理而成的。全书共分10章,每章分为当年竞赛题目、简要分析、参赛论文全文、指导老师点评等四部分内容。附录给出了竞赛72小时流程图、部分同学参赛感言等,希望能对参赛选手有更多的帮助。

本书可以作为普通高等院校本科生、专科生及研究生参加数学建模竞赛的参考用书,也可以作为不同层次的“数学建模案例”教学的辅助教材,同时也可以作为科研工作者应用数学来解决实际问题的参考书目。

图书在版编目(CIP)数据

数学建模竞赛优秀案例评析/房少梅主编. —北京:科学出版社,2015.8
普通高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-03-045413-3

I. ①数… II. ①房… III. ①数学模型-高等学校-教材
IV. ①O141.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第188931号

责任编辑:姚莉丽 李香叶/ 责任校对:邹慧卿
责任印制:霍 兵 / 封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

大厂书文印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015年8月第一版 开本:787×1092 1/16

2015年8月第一次印刷 印张:19 1/2

字数:462 000

定价:58.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

一年一度的全国大学生数学建模竞赛,是由中国工业与应用数学学会主办的,创办于 1992 年,目前已成为全国高校规模最大的基础性学科竞赛,也是世界上规模最大的数学建模竞赛。2014 年,来自全国 33 个省/市/自治区(包括香港和澳门特别行政区)及新加坡、美国的 1338 所院校、25347 个队(其中本科组 22233 队、专科组 3114 队)、7 万多名大学生报名参加本次竞赛。

随着社会的飞速发展,越来越多的领域要运用数学解决实际问题,因此,数学建模的应用就越来越重要。数学建模应用的广泛性,对于数学建模竞赛起到了极大的促进作用和强有力的推动作用。越来越多的同学热爱数学建模,并参加数学建模竞赛,既有数学专业的,又有非数学专业的,其中非数学专业的还包括理、工、农、林、经、文等多个不同学科。这些同学的数学和计算机知识参差不齐,面对这样的实际问题,我们一直在考虑如何才能满足各类学生参加数学建模竞赛的需求,从而进一步培养和提高学生应用数学解决实际问题的能力。为解决这些实际生活中存在的问题,我们从 2007 年开始尝试编写适用于不同层次学生的数学建模教学和数学建模竞赛培训讲义,并在校内使用,在使用过程中多次修改,逐步完善,于 2014 年出版了《数学建模理论、方法及应用》一书,内容比较全面,基本涵盖了数学建模中常用的各种方法,主要是以 MATLAB 等软件为工具,将数学理论、数学建模方法与数学软件应用三者有机地结合起来,并以生动详细的实例为载体,较为详细地介绍不同方法如何用于数学建模竞赛。本书是我们多年讲授数学建模课程、指导学生参加数学建模竞赛的工作总结和经验积累,融合了丰富的实战经历和教学经验,有很好的实用性和很强的针对性。

在使用过程中我们发现,尽管教材对于数学建模竞赛已有很强的针对性,但对初次接触数学建模的同学来说,要在短期内上手,依然是很困难的。面对这种情况,指导老师讨论数次后,一致认为,应该出版一本近期同学们的参赛获奖论文,以满足这些新同学的参赛需求,使得他们能尽快上手,另外,也可以对未参赛过的同学起到帮助和借鉴的作用。

在本书编写过程中,我们广泛地参考国内外现有的数学建模的优秀论文案例集,吸取国内外许多学者和专家研究的新成果,结合华南农业大学数学建模的实际情况,取长补短,形成本书的基本架构。

具体内容,从 2009—2014 年华南农业大学参加全国大学生数学建模竞赛获得一、二等奖的论文中,精心选取了 10 篇富有代表性的论文,按照竞赛的年份及 A、

B 的顺序,每题一章,从第 1 章~第 10 章,每一章分为四部分内容,首先给出当年的竞赛题目,并对题目作出简要分析,其次给出参赛论文全文,最后,指导老师点评。尽管精选的这些论文不是尽善尽美,但是本书尽量保留了其原汁原味,就是希望同学们可以从中参考和借鉴。“一次参赛,终身受益”很多参加过数学建模竞赛的同学都深有体会,因此,最后我们给出了部分同学的参赛感言(包括已经毕业的)和张颖姝同学写的竞赛 72 小时流程图,作为附录,希望能对同学们有更多的帮助。

本书由房少梅负责统编,参编的老师有方平、陈羽、聂笃宪、朱艳科、王霞、江雪萍、毛卫华、张胜祥、曾庆茂等。

本书之所以能够出版,首先要感谢科学出版社的大力支持;其次,在编写过程中得到国内同行专家的热情帮助和鼓励,在此谨向他们表示衷心的感谢;最后,感谢华南农业大学教务处和数学与信息学院的领导对数学建模长期以来的关心和支持。另外,特别感谢华南农业大学所有从事数学建模教学和数学建模竞赛培训工作的全体老师的无私奉献! 特别感谢华南农业大学所有参赛同学的辛勤付出! 张颖姝、谢常平等同学负责本书的排版和校对工作,他们做了很多耐心、细致的工作;本书的部分内容参考了全国大学生数学建模竞赛组委会提供的赛题的评阅要点,在此,编者表示衷心的感谢!

希望本书的出版能让更多的热爱数学建模的老师和学生有所收获,对更多的应用数学来解决实际问题的科研工作者有所帮助。

由于编者水平有限,疏漏之处在所难免。在此,诚恳地期待得到广大读者的批评指正。

编 者

2015 年 4 月于广州

目 录

前言

第 1 章 眼科病床的合理安排(2009B)	1
1.1 竞赛题目	1
1.2 题目分析	2
1.3 论文范例——眼科病床的合理安排模型	3
1.4 指导老师点评	35
第 2 章 储油罐的变位识别与罐容表标定(2010A)	37
2.1 竞赛题目	37
2.2 题目分析	39
2.3 论文范例——储油罐的变位识别与罐容表标定的研究	40
2.4 指导老师点评	58
第 3 章 2010 年上海世博会影响力的定量评估(2010B)	59
3.1 竞赛题目	59
3.2 题目分析	59
3.3 论文范例——2010 年上海世博会影响力的定量评估	60
3.4 指导老师点评	95
第 4 章 城市表层土壤重金属污染分析(2011A)	97
4.1 竞赛题目	97
4.2 题目分析	97
4.3 论文范例——城市表层土壤重金属污染分析	98
4.4 指导老师点评	124
第 5 章 交巡警服务平台的设置与调度(2011B)	125
5.1 竞赛题目	125
5.2 题目分析	125
5.3 论文范例——交巡警服务平台的设置与调度模型	126
5.4 指导老师点评	149
第 6 章 葡萄酒的评价(2012A)	151
6.1 竞赛题目	151
6.2 题目分析	151
6.3 论文范例——葡萄酒的评价	152

6.4 指导老师点评	185
第7章 车道被占用对城市道路通行能力的影响(2013A)	187
7.1 竞赛题目	187
7.2 题目分析	187
7.3 论文范例——车道被占用对城市道路通行能力的影响	188
7.4 指导老师点评	204
第8章 碎纸片的拼接复原(2013B)	206
8.1 竞赛题目	206
8.2 题目分析	207
8.3 论文范例——碎纸片的拼接复原	208
8.4 指导老师点评	243
第9章 嫦娥三号软着陆轨道设计与控制策略(2014A)	244
9.1 竞赛题目	244
9.2 题目分析	244
9.3 论文范例——嫦娥三号软着陆轨道设计与控制策略	245
9.4 指导老师点评	271
第10章 创意平板折叠桌的设计问题(2014B)	272
10.1 竞赛题目	272
10.2 题目分析	273
10.3 论文范例——创意平板折叠桌的设计问题	274
10.4 指导老师点评	294
附录 竞赛时间表及参赛感言	296

第 1 章 眼科病床的合理安排(2009B)

1.1 竞赛题目

医院就医排队是大家都非常熟悉的现象,它以这样或那样的形式出现在我们面前,例如,患者到门诊就诊、到收费处划价、到药房取药、到注射室打针、等待住院等,往往需要排队等待接受某种服务。

我们考虑某医院眼科病床的合理安排的数学建模问题。

该医院眼科门诊每天开放,住院部共有病床 79 张。该医院眼科手术主要分四大类:白内障、视网膜疾病、青光眼和外伤。附录中给出了 2008 年 7 月 13 日至 2008 年 9 月 11 日这段时间里各类患者的情况。

白内障手术较简单,而且没有急症。目前该院是每周一、三做白内障手术,此类患者的术前准备时间只需 1—2 天。做两只眼的患者比做一只眼的要多一些,大约占到 60%。如果要做双眼是周一先做一只,周三再做另一只。

外伤疾病通常属于急症,病床有空时立即安排住院,住院后第二天便会安排手术。

其他眼科疾病比较复杂,有各种不同情况,但大致住院以后 2—3 天内就可以接受手术,主要是术后的观察时间较长。这类疾病手术时间可根据需要安排,一般不安排在周一、周三。由于急症数量较少,建模时这些眼科疾病可不考虑急症。

该医院眼科手术条件比较充分,在考虑病床安排时可不考虑手术条件的限制,但考虑到手术医生的安排问题,通常情况下白内障手术与其他眼科手术(急症除外)不安排在同一天做。当前该住院部对全体非急症患者是按照 FCFS(First Come, First Serve)规则安排住院,但等待住院的患者队列却越来越长,医院方面希望你们能通过数学建模来帮助解决该住院部的病床合理安排问题,以提高对医院资源的有效利用。

问题一:试分析确定合理的评价指标体系,用以评价该问题的病床安排模型的优劣。

问题二:试就该住院部当前的情况,建立合理的病床安排模型,以根据已知的第二天拟出院患者数来确定第二天应该安排哪些患者住院。并对你们的模型利用问题一中的指标体系作出评价。

问题三:作为患者,自然希望尽早知道自己大约何时能住院。能否根据当时住院患者及等待住院患者的统计情况,在患者门诊时即告知其大致入住时间区间。

问题四:若该住院部周六、周日不安排手术,请你们重新回答问题二,医院的手术时间安排是否应作出相应调整?

问题五:有人从便于管理的角度提出建议,在一般情形下,医院病床安排可采取使各类患者占用病床的比例大致固定的方案,试就此方案,建立使得所有患者在系统内的平均逗留时间(含等待入院及住院时间)最短的病床比例分配模型。

1.2 题目分析

本题来源于生活中常见的实际问题,问题本身比较容易理解,参赛者很自然地会将其归类于排队论问题,但由于问题本身存在较多的细节需要处理,如直接应用排队论理论解决问题可能会比较困难,可以考虑应用仿真方法解决问题。本题的主要考点为:①分布拟合检验;②合理的评价指标体系;③仿真方法应用;④满足一定置信度的统计预测模型的建立;⑤排队论优化模型的建立。

解决问题之前,参赛者需要做必要的假定与数据检验。根据数据和文献资料,对患者预约排队的分布以及手术后住院时间的分布作适当拟合和检验,做出必要的假定。因数据中无男女性别数据,可假定无性别限制。

对于问题一,在一般的排队系统中,系统内平均逗留时间是主要的优化指标,但我们当前面临的是一个超拥挤系统,服务员(病床)始终没有空闲时间。因此,从长期来看,这一指标是一个常值,由系统服务能力及患者到达数量所决定,无法优化。本问题中需要优化的主要指标是病床有效利用率和公平度,这两个指标可以有各种不同的定义,其合理性是评分依据。此问题主要考核对问题的考虑是否全面、周到,对问题实质的理解是否到位。

对于问题二,主要优化目标为:提高病床有效利用率以及提高公平度。由于问题的复杂性,很难利用现成的排队论结论来处理,采用仿真方法是一种选择。就提高病床有效利用率而言,患者术后住院时间是一个不可优化的量,所以只能在术前等待时间上做文章。经过对问题的分析可知:对白内障患者的入院时间加以限制成为提高效率的必然选择。需要制定一种对白内障患者的“可入院日”加以一定限制的方案,并与 FCFS(First Come, First Serve, 先来先服务)方案进行比较。本问题主要考核能否协调处理好提高病床有效利用率及提高公平度之间的关系,给出一个相对合理的病床安排模型,以及仿真计算的能力,仿真步骤应清晰交代。

对于问题三,此问题希望参赛者给出一个满足一定置信度(例如,95%)的预约住院时间区间,并且区间长度越短越好。这里介绍一种方法——自适应区间方法:根据当前系统内(含住院及等待)人数,利用该类患者每日出院人数的统计平均值,计算得到当前患者预计住院时间,然后再通过统计数据得到置信度为95%的置信区间,并通过仿真方法检验其效果,该方法对当前排队人数有一定的自适应功能。本问可以有其他各种解法,只要思路合理、效果好、步骤清晰即可。

对于问题四,与问题二的分析相同,仍采用“入院限制方案”,但简单沿用问题二的方法进行仿真的结果将不理想,主要原因是对视网膜与青光眼患者而言,会造成病床使用效率降低,需改进手术时间安排。如果采取“二四方案”,即周二、周四为白内障患者手术时间,周一、周三、周五为其他患者手术时间,病床使用效率会有所提高。此问题评分比例应小于前两个问题。

对于问题五,服务强度平衡模型的基本思想为:当各类患者构成的排队系统的服务强度相同时,总的系统服务效率达到最佳。五类患者排队系统的参数分别记为:

平均到达率 λ_i , 平均服务率 μ_i , 病床数 m_i , $i=1,2,3,4,5$;

系统服务强度: $\rho_i = \frac{\lambda_i}{m_i \mu_i}, i = 1, 2, 3, 4, 5$, 总床位数: $m = \sum_{i=1}^5 m_i$ 。

当各系统服务强度相等时可得

$$m_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i \rho_i} = \frac{\frac{\lambda_i}{\mu_i}}{\sum_{j=1}^5 \frac{\lambda_j}{\mu_j}} \times m, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5$$

其中, λ_i, μ_i 可以由统计数据得到。

按上述比例得到的各类患者床位比例即为最佳比例。实际操作时, 急症患者床位数可以根据需要作变动。如果利用排队理论求解此问题, 要注意此时由于服务时间不服从负指数分布, 故不是 M/M/m 系统, 而是 M/G/m 系统(G 代表一般分布), 故不能直接应用 M/M/m 模型的结论, 可以通过经验近似公式来建立两个系统之间的联系, 然后应用 M/M/m 模型的结论, 也可通过模拟计算得到相应结论。

1.3 论文范例——眼科病床的合理安排模型

参赛学生: 陈荣贵 陈镇坤 吴东承

指导老师: 房少梅

获奖情况: 2009 年全国大学生数学建模竞赛一等奖

眼科病床的合理安排模型

摘 要

本文基于医院病床安排的现状特征, 结合模糊数学以及操作系统响应比等相关知识, 合理地解决了眼科病床的安排问题。

针对问题一, 本文建立了模型 I——病床安排的模糊综合评价模型。立足于医院病床安排的实际情况, 本文在对相关数据进行分析的基础上, 确定出评价医院病床安排模型优劣的主要指标有病床使用率、病床返还率、患者平均等待入院时间, 以及等待入院患者排队的队长。最后, 求得在评判集{好, 较好, 一般, 差}={4, 3, 2, 1}下的综合评价结果得分为 2.3999, 表明该问题的病床安排模型是不够合理, 有待改进和优化。

针对问题二, 本文建立了模型 II——基于响应比的病床合理安排模型。本文创新性地将作业调度算法中的响应比最高优先算法引入到医院的病床优先安排问题上, 在综合考虑患者的等待住院时间和患者住院时间的基础上, 根据拟出第二天的出院患者数, 合理地预测出第二天患者的住院安排情况(见附表 1.6)。利用模型 I 得到该模型的综合评价得分为 3.5247, 比原方案提高了 46.87%。

针对问题三, 本文建立了模型 III——住院时间区间预测模型。本文分析了住院患者的出院规律和等待住院患者的入院规律, 结合患者响应比的大小, 根据模型 II 分别得出每个患者的最早入院时间和最迟入院时间, 以此作为该患者的安排住院时间区间, 具体结果见表 1.10。

针对问题四,本文建立了**模型Ⅳ——手术时间调整模型**。针对医院在周六、周日不安排手术情况,通过模型Ⅱ预测出原方案周六、周日手术的调整情况,然后求出对应调整情况下的医院的病床利用率、患者满意度指标以及综合评价指标,得到综合评价得分为3.0906,比模型Ⅱ低12.32%。因此有必要对手术安排时间进行调整。进而,针对几种可能的调整方案,分别对其综合评价结果进行分析,最后,得出最高的综合评价得分为3.4201,其调整方案为将白内障手术时间调整为周三和周五。

针对问题五,本文建立了**模型Ⅴ——最优病床比例安排模型**。从便于管理的角度出发,着重探讨了某时间段中医院各种类型眼科疾病各自空出病床数,建立非线性规划模型,寻求到一种使得所有患者在系统内的平均逗留时间达到最短的病床比例分配方法。进而,通过LINGO程序得到最优的病床比例安排方案中,白内障(单)、白内障(双)、视网膜疾病、青光眼和外伤的比例分别为:10.13%,22.78%,39.24%,12.66%和13.92%。

最后,本文对模型的优缺点作了相应评价,并结合模型的结果,给医院相关部门写一封信,提出我们的建议。

关键词:模糊综合评价;响应比最高优先;非线性规划

1.3.1 问题的重述

医院就医排队是大家都非常熟悉的现象,它以这样或那样的形式出现在我们的面前,例如,患者到门诊就诊、到收费处划价、到药房取药、到注射室打针、等待住院等,往往需要排队等待接受某种服务。

我们考虑某医院眼科病床的合理安排的数学建模问题。

该医院眼科门诊每天开放,住院部共有病床79张。该医院眼科手术主要分四大类:白内障、视网膜疾病、青光眼和外伤。附录中给出了2008年7月13日至2008年9月11日这段时间里各类患者的情况。

白内障手术较简单,而且没有急症。目前该院是每周一、三做白内障手术,此类患者的术前准备时间只需1—2天。做两只眼的患者比做一只眼的要多一些,大约占到60%。如果要做双眼是周一先做一只,周三再做另一只。

外伤疾病通常属于急症,病床有空时立即安排住院,住院后第二天便会安排手术。

其他眼科疾病比较复杂,有各种不同情况,但大致住院以后2—3天内就可以接受手术,主要是术后的观察时间较长。这类疾病手术时间可根据需要安排,一般不安排在周一、周三。由于急症数量较少,建模时这些眼科疾病可不考虑急症。

该医院眼科手术条件比较充分,在考虑病床安排时可不考虑手术条件的限制,但考虑到手术医生的安排问题,通常情况下白内障手术与其他眼科手术(急症除外)不安排在同一天做。当前该住院部对全体非急症患者是按照FCFS(First Come, First Serve)规则安排住院,但等待住院患者队列却越来越长,医院方面希望你们能通过数学建模来帮助解决该住院部的病床合理安排问题,以提高对医院资源的有效利用。

问题一:试分析确定合理的评价指标体系,用以评价该问题的病床安排模型的优劣。

问题二:试就该住院部当前的情况,建立合理的病床安排模型,以根据已知的第二天

拟出院患者数来确定第二天应该安排哪些患者住院。并对你们的模型利用问题一中的指标体系作出评价。

问题三:作为患者,自然希望尽早知道自己大约何时能住院。能否根据当时住院患者及等待住院患者的统计情况,在患者门诊时即告知其大致入住时间区间。

问题四:若该住院部周六、周日不安排手术,请你们重新回答问题二,医院的手术时间安排是否应作出相应调整?

问题五:有人从便于管理的角度提出建议,在一般情形下,医院病床安排可采取使各类患者占用病床的比例大致固定的方案,试就此方案,建立使得所有患者在系统内的平均逗留时间(含等待入院及住院时间)最短的病床比例分配模型。

1.3.2 问题的分析

1.3.2.1 问题一的分析

问题一要求我们通过分析确定合理的评价指标体系,用以评价病床安排模型的优劣。很明显,这是一个模型的评价问题。要确定合理的评价指标体系,必须建立在深入分析该医院病床实际安排情况的基础之上。然而,考虑医院病床安排模型的“优劣”问题本身就是一个模糊的概念,加之评价医院病床安排模型优劣的指标体系是多种多样的,我们将模糊综合评价运用到病床的安排问题中,试图用模糊数学对多种因素制约下的病床安排模型做出一个总体的评价。

1.3.2.2 问题二的分析

问题二要求我们根据医院第二天拟出院患者数来确定第二天患者的住院安排情况,基于医院每天出院患者数以及门诊患者数的不确定性,以及影响因素的多样性,我们创新地将“操作系统”中的作业调度相关算法引入到医院的病床安排问题上。试图在作业调度算法中,寻求一种较为合理高效地算法,实现对第二天医院住院安排情况的预测。在综合比较各种算法优劣性的基础上,我们采用响应比最高优先算法(HR-RF),同时考虑患者的等待住院时间和患者的住院时间,有效的改进调度的性能。因此,通过建立模型Ⅱ——基于响应比的病床优先安排模型,成功地根据已知的第二天拟出院患者数来确定出第二天患者的住院安排情况。

1.3.2.3 问题三的分析

问题三要求我们根据当时住院患者及等待住院患者的统计情况,患者在门诊时告知其大致入住时间区间。如何根据具体某一天的出院人数来安排当天门诊患者的住院次序,成为解决问题的关键。

在确定入院大致时间区间的左端点(最早入院时间)时,我们暂不考虑当天门诊患者中包括外伤的情况。我们不考虑到当天门诊的患者人数与出院人数的关系,对于当天门诊的各类患者人数少于对应类型出院人数的情况,采用 FCFS 原则依次安排其入院。对于当天门诊的各类患者人数多于对应类型出院人数的情况,我们通过响应比的大小来决定等待住院的先后次序。

在确定入院大致时间区间的右端点(最迟入院时间)时,我们考虑当天门诊患者中包括外伤的情况。首先,安排外伤患者优先入院;接着,根据响应比确定出其他门诊患者的入院以及等待入院次序。

1.3.2.4 问题四的分析

问题四要求我们探讨医院在周六、周日不安排手术情况下,医院手术时间安排是否应该调整的问题。我们的解题思路是:针对医院在周六、周日不安排手术的情况。首先,探讨医院手术时间在不调整下的病床安排评价指标结果。其次,将其与问题二病床安排模型的评价指标结果做相应的对比,分析其优劣性。假如评价结果劣于模型Ⅱ,则应适当调整医院的手术时间。

1.3.2.5 问题五的分析

问题五要求我们确定各类患者占用病床的大概比例,使得所有患者在系统内的平均逗留时间最短,这显然是一个优化问题。我们的解题思路是:通过寻找日均患者来诊数、病床数目、入院等待时间和住院医疗时间这几者的关系,作出合理的简化,最后建立非线性目标规划模型求解答案。

1.3.3 模型的假设

- (1) 在综合评价医院病床安排模型时,不考虑各种类型手术的运行成本;
- (2) 假设题目所给的数据都是准确有效的;
- (3) 只考虑等待入院时间、等待入院队长对患者满意度的影响;
- (4) 对同一类患者,他们住院的时间是近似固定的。

1.3.4 符号约定

- n_i :第 i 类眼科患者的总人数;
- a_n :第 t 天第 i 类患者的总数($i=0,1,2,3,4$);
- t_i :已经门诊的第 i 类患者从住院到出院的时间;
- t :指具体第 t 天;
- α_i :第 i 类患者的日均门诊率;
- x_i :分配给第 i 类患者的床位数;
- N_t : t 天各类眼科患者的总出院人数。

1.3.5 模型的建立与求解

1.3.5.1 建模准备——数据的简化处理

(1) 对眼科疾病种类的量化:为了更简洁地区分眼科疾病的种类和方便计算机进行数据处理,本文用数值 0,1,2,3 和 4 分别表示白内障(单眼)、白内障(双眼)、视网膜疾病、青光眼和外伤五种眼科手术类型。

(2) 对门诊时间,入院时间,第一、第二次手术时间以及出院时间的简记:针对表中所出现的时间,为了方便数据的分析,本文省略了时间中的年以及月份,仅仅用具体日期表示相应的时间。比如,2008年7月14日简单记为14。对于8月份的数据,则在原有的基础上加上31,比如,8月3日简记为34。以此类推,将各种眼科手术对应的时间进行简记。

(3) 题目数据虽然有不少空白之处,这是因为该题的数据只统计到2008年9月15日,而在这之后的数据都还没来得及统计,故造成了表中最后181个数据存在缺项。

(4) 立足于四种眼科疾病的特征,在深入挖掘数据的基础上,首先,我们找出四种眼科疾病中最长的住院时间;其次,以选取出的最长住院时间18天作为截断尺度,剔除每一批中前后各18个数据,以保证所剩下的数据组中,能够构成一个完整的周期,不受前后数据的影响(图1.1)。

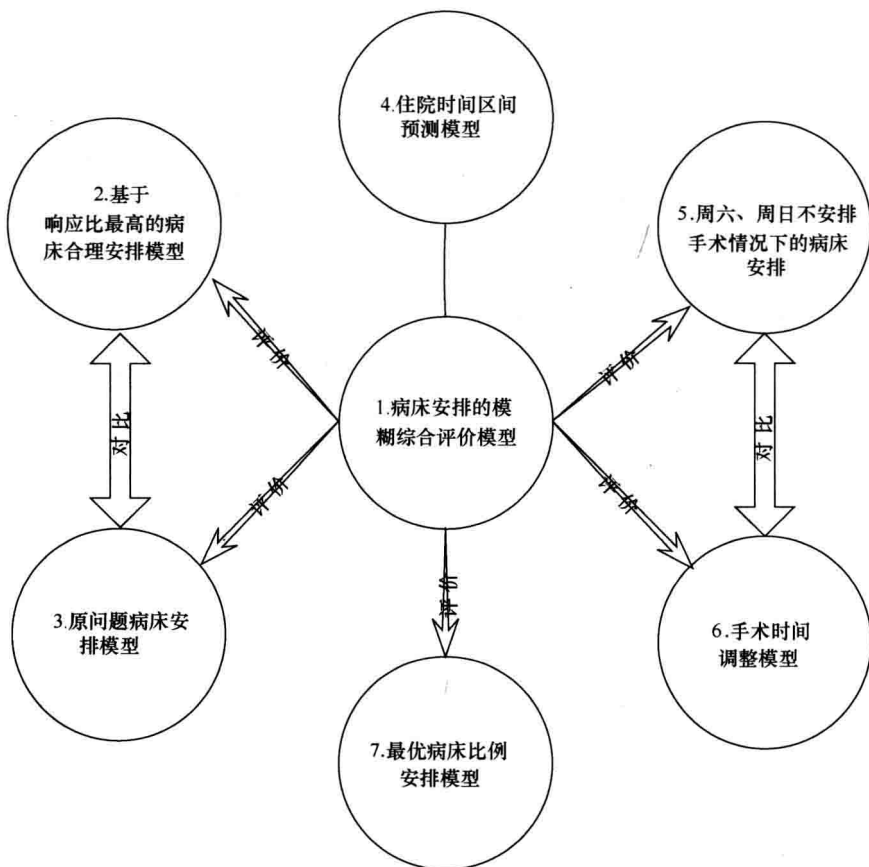


图 1.1 建模总思路图

1.3.5.2 模型 I —— 病床安排的模糊综合评价模型

建模思想。

首先,我们注意到,评价医院病床安排模型优劣的指标体系是多种多样的。医院病床安排模型的“优劣”问题本身就是一个模糊的概念,与之相关的影响因素有些是定量的,有

些是定性的,不仅对模型优劣的影响程度不尽相同,而且具有不同的实际含义。

其次,考虑到模糊综合评价法是一种基于模糊数学的综合评价方法。该综合评价法根据模糊数学的隶属度理论把定性评价转化为定量评价,即用模糊数学对受到多种因素制约的事物或对象做出一个总体的评价。它具有结果清晰、系统性强的特点,能较好地解决模糊的、难以量化的问题,适合各种非确定性问题的解决。

因此,我们运用模糊综合评价方法对医院病床安排模型的优劣给出一种综合评估的方案(图 1.2)。

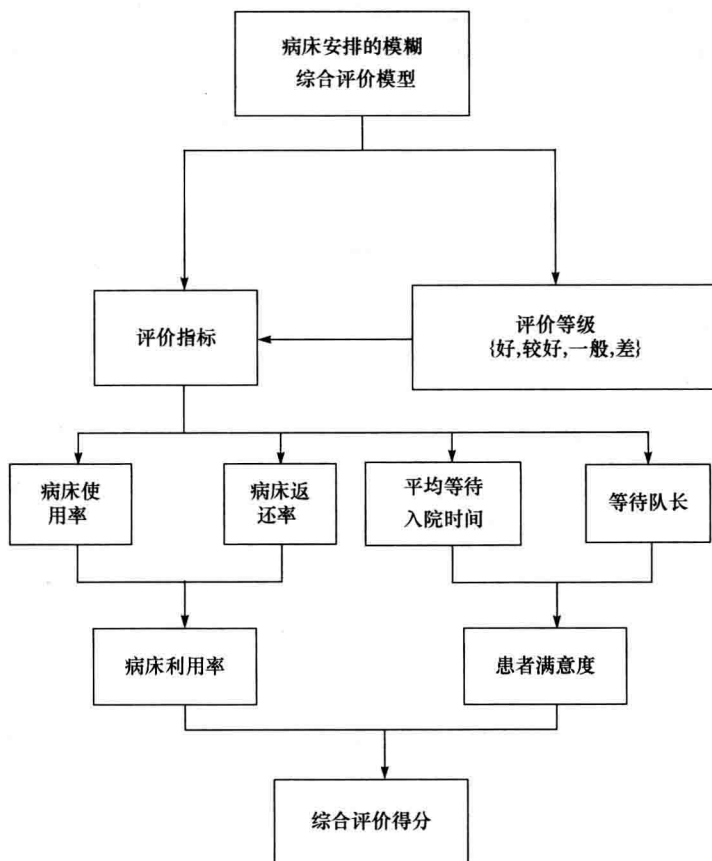


图 1.2 模型 I 建模总思路图

模型的建立与求解

(1) 影响因素分析。

病床利用率 病床是医院治疗患者的基本装备,是医院规模的计量单位,也是医院经济效益的基本核算单位。医院各类工作人员的配备、医疗技术设备和经济的分配等,都是根据病床的数目来确定的。因此,分析和评价病床的使用情况对评价医院的工作效率和管理水平都具有重要意义。反映病床利用情况的主要指标有平均病床工作日、病床使用率及病床周转次数。其中,平均病床工作日和病床使用率这两项指标虽然计算方法不同,但对评价病床使用情况是成正比的。因此,评价病床使用效率时,一般选用病床使用率。

病床使用率 病床使用率是反映一定时期内使用的病床与总病床数之比,是反映病床利用的指标。

病床返还率 由于本问题只考虑眼科,不存在病床周转问题,但考虑到当只考虑一个科室的情况下,周转问题可以直接视为患者出院,多少人出院就能空出多少病床,借此可以理解为患者返还病床的数目。病床使用率只能说明病床工作的一般负荷情况,还不能完全说明病床工作效率。例如,一个患者长期不出院,从病床使用率看是高的,病床没有空闲。然而不能认为病床工作效率高,因为它只为一个患者服务。因此,全面分析病床工作效率,必须把病床使用率与返还率结合起来评定。

患者满意度 患者对医院的满意度因素很多,但针对本问题只考虑等待入院时间,等待入院队长对患者满意度的影响,等待入院时间=入院时间-门诊时间。

(2) 模糊综合评价步骤。

根据医院病床安排问题的实际情况,确定出影响医院病床安排模型优劣主要有病床使用率、病床返还率、平均等待入院时间以及等待入院队长这四个主要因素。因而,可以确定相应的模糊综合评判因素集:

$$U=\{\text{病床使用率,病床返还率,平均等待入院时间,等待入院队长}\}=(u_1,u_2,u_3,u_4)$$

针对问题的四个因素,都可以给出由好、较好、一般和差这四个元素组成的评判集:

$$\text{评判集}=(\text{好,较好,一般,差})=(v_1,v_2,v_3,v_4)=(4,3,2,1)$$

立足于医院病床安排问题的实际情况,对于判因素集中的每一个因素,我们可以确定出相应评判集中每一个因素的具体量化指标范围。比如,对于评判因素集中的第一个因素,当病床使用率超过 90%时,认为对应的评价等级为好;当病床使用率介于 85%和 90%之间时,认为对应的评价等级为较好;介于 80%和 85%之间,认为一般;而当病床使用率小于 80%时,认为对应的等级为差。立足实际情况,以此类推,可以得到评判因素集中每一个因素的评判集,具体如表 1.1 所示。

表 1.1 各个因素的评判集

评价因素	评价等级			
	好	较好	一般	差
病床使用率	$\geq 90\%$	85%—90%	80%—85%	$\leq 80\%$
病床返还率	$\geq 90\%$	80%—90%	60%—80%	$\leq 60\%$
平均等待入院时间	≤ 7	7—12	12—14	≥ 14
等待入院队长	≤ 30	31—60	60—90	≥ 90

对已选取日期为 32—54 的数据,利用公式(1.1)~(1.4)分别计算其对应的床位使用率、床位返还率、平均等待入院天数以及平均等待队长这四个评判集元素的值。

$$\text{第 } i \text{ 天床位使用率}=\frac{\text{第 } i \text{ 天住院人数}}{\text{总床位数}} \tag{1.1}$$

$$\text{第 } i \text{ 天床位返还率} = \frac{\text{第 } i \text{ 天出院人数}}{15} \quad (1.2)$$

$$\text{第 } i \text{ 天平均等待入院天数} = \frac{\sum_{j=1}^n (\text{当天第 } j \text{ 个患者的入院时间} - i)}{\text{第 } i \text{ 天总的门诊患者数 } n} \quad (1.3)$$

$$\text{第 } i \text{ 天的等待队长} = \text{第 } i \text{ 天等待入院人数} \quad (1.4)$$

比如,对于日期为 32 的数据组,有

$$\text{第 32 天床位使用率} = \frac{\text{第 32 天床位使用数}}{\text{总床位数}} = \frac{61}{79} = 0.7721$$

$$\text{第 32 天床位返还率} = \frac{\text{第 32 天床位返还数}}{15} = \frac{2}{15} = 0.1333$$

$$\text{第 32 天平均等待入院天数} = \frac{\sum_{i=1}^n (\text{当天第 } i \text{ 个患者的入院时间} - 32)}{n} = \frac{55}{7} = 7.86$$

$$\text{第 32 天的等待队长} = \text{第 32 天等待入院人数} = 97$$

因此,可以得出日期为 32 当天,医院的床位使用率为 0.7721,床位返还率为 0.1333,平均等待入院时间为 7.86 天,等待队长为 97 人。以此类推,可以计算出日期为 32—54 所对应的四个评判集元素的指标值,具体求解结果如表 1.2 所示。

(3) 隶属度函数的确定:

a. 隶属度函数确定的方法讨论。

由于模糊统计方法是基于模糊统计实验基础上的,根据隶属度客观存在性来确定隶属度函数的一种客观方法。立足于医院病床安排的实际情况,在这里,可以采用模糊统计方法来确定出评判因素集中四个元素对应于评判集中四个元素的隶属度函数。

b. 模糊统计方法理论。

模糊统计方法是基于模糊统计实验基础上的隶属度函数确定方法。所谓的模糊统计实验必须包含以下四个要素:

1) 论域 U ;

2) U 中一个固定的元素 x_0 ;

3) U 中的一个随机变动的集合 A^* (普通集);

4) U 中的一个以 A^* 作为弹性边界的模糊集 A ,对 A^* 的变动起制约作用,

其中, $x_0 \in A^*$ 或 $x_0 \notin A^*$,致使 x_0 对 A 的隶属关系是不确定的。

假设我们做 n 次模糊统计试验,则可以计算出:

$$x_0 \text{ 对 } A \text{ 的隶属频率} = \frac{x_0 \in A^* \text{ 的次数}}{n} \quad (1.5)$$

事实上,当 n 不断增大时,隶属频率趋于稳定,其频率的稳定值称为 x_0 对 A 的隶属度,即