

高等学校试用教材

电磁场与电磁波

谢处方 饶克谨 编

人民教育出版社

高等学校试用教材

电磁场与电磁波

谢处方 饶克谨 编



人民教育出版社

林德用为物理学高

电磁场与电磁波

谢处方 饶克谨 编

高等学校试用教材

电磁场与电磁波

谢处方 饶克谨 编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

陕西省印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 14 字数 339,000

1979年7月第1版 1983年3月陕西第5次印刷

印数 67,001—72,500

书号 15012·0174 定价 1.15元

序 言

本书是为高等院校无线电技术及器件类专业编写的教学用书。编者希望学生在学完本书后能掌握电磁场与电磁波两个方面的基本概念与基本理论，为今后学习其它后续课或在电磁场与电磁波方面进一步深入学习打下必要的基础。

全书是按学生已学完《高等数学》、《普通物理学》和一部分电路课程（包括长线理论）的基础上编写的。内容可供一学期教学，各校可根据各自的需要确定取舍的内容。

全书采用国际单位制。

为了帮助学生掌握所学内容，提高分析问题和解决问题的能力，书中每章末均附有习题。

书末有矢量代数、正交曲线坐标系和单位换算等附录，以备参考。

全书共分十章。前面五章由饶克谨执笔，后面五章由谢处方执笔。

本书在编写和出版过程中得到各级领导、兄弟院校和校内各单位许多同志的支持与协助；并承黄席椿教授对全书进行审阅，提出不少宝贵意见，谨在此表示衷心的感谢。

由于编写时间较仓促，加上编者水平所限，书中错误和不当之处在所难免，欢迎广大读者提出批评指正。

谢处方 饶克谨

1979年1月于成都电讯工程学院

目 录

第一章 静电场	1
1.1 库仑定律	2
1.2 电场强度	3
1.3 高斯定理	8
1.4 电场强度 E 的散度	14
1.5 电位 电位梯度	17
1.6 旋度 静电场的无旋性	24
1.7 泊松方程 拉普拉斯方程	29
1.8 静电场中的导体	30
1.9 电偶极子	34
1.10 电介质的极化 极化强度	36
1.11 电位移 介质中的高斯定理	45
1.12 静电场的边界条件	50
1.13 电容	53
1.14 电场能量	56
1.15 电场力	59
小结	63
习题	66
第二章 恒定电场	70
2.1 电流密度	70
2.2 电动势	74
2.3 电流连续性 弛豫时间	76
2.4 恒定电场的边界条件	78
2.5 导体中的电场与静电场的比拟	80
2.6 焦耳定律	86
2.7 运流电流	87

小结	87
习题	89
第三章 恒定磁场	90
3.1 安培定律 磁感应强度	91
3.2 矢量磁位	99
3.3 磁通 磁通连续性	106
3.4 安培环路定律	107
3.5 磁偶极子	110
3.6 磁介质的矢量磁位 束缚电流	114
3.7 磁介质中的安培环路定律 磁场强度	120
3.8 磁场的边界条件	124
3.9 标量磁位	127
3.10 物质的磁化	129
小结	141
习题	143
第四章 静态场的解	146
4.1 格林定理 唯一性定理	147
4.2 直角坐标中的分离变量法	150
4.3 圆柱坐标中的分离变量法	159
4.4 球坐标中的分离变量法	164
4.5 镜象法	169
4.6 复变函数法	179
4.7 许瓦兹-克利斯多菲变换	192
4.8 图解法 有限差分法	201
小结	210
习题	212
第五章 时变电磁场	217
5.1 法拉第电磁感应定律	218
5.2 电感	221
5.3 磁场能量 磁场力	228
5.4 位移电流定律	233

5.5	麦克斯韦方程	235
5.6	波动方程 复介电常数 复磁导率	239
5.7	功率流 坡印亭矢量	241
5.8	电磁场的边界条件	244
5.9	标量位和矢量位	247
5.10	场理论和电路理论间的关系	250
	小结	257
	习题	259
第六章 平面波		263
6.1	完纯介质中的均匀平面波	263
6.2	波的极化	268
6.3	损耗媒质中的平面波	271
6.4	各向异性媒质中的电磁波	276
6.5	平面上垂直入射波	284
6.6	平面上斜入射波	292
6.7	相速与群速	302
	小结	304
	习题	305
第七章 波导与谐振腔		308
7.1	TEM 波	308
7.2	矩形波导	315
7.3	TE ₁₀ 波	324
7.4	部分波的概念	327
7.5	圆柱形波导	331
7.6	波导中的能量传输与损耗	339
7.7	谐振腔	344
	小结	351
	习题	352
第八章 辐射与绕射		355
8.1	滞后位	355
8.2	偶极子天线	360

8.3	天线阵	367
8.4	几何光学法	371
8.5	克希荷夫公式	374
8.6	口径天线	376
8.7	互易定理	380
	小结	384
	习题	385
第九章 带电粒子与场的相互作用		387
9.1	带电粒子在静电场中的运动	387
9.2	带电粒子在恒定磁场中的运动	391
9.3	带电粒子在静电场和恒定磁场中的运动	394
9.4	空间电荷效应	397
9.5	空间电荷波	399
	小结	404
	习题	405
第十章 狭义相对论		407
10.1	洛伦兹变换	408
10.2	四维矢量	412
10.3	电磁场的变换	416
	小结	420
	习题	421
附 录		422
I.	矢量代数	422
II.	正交曲线坐标系	426
III.	重要矢量公式	431
IV.	贝塞尔函数	433
V.	电磁学重要单位换算	437
主要参考书目		439

第一章 静 电 场

两个带电的物体间有作用力存在,带同性质的电荷(两者都带正电或都带负电)时是斥力;带不同性质的电荷(一正一负)时是吸力。这是我们熟知的事实。在历史上人们认为这是电荷间的直接作用力。后来人们认识到,相隔一段距离的物体间是不可能直接作用力的,力是通过周围的物质来作用的。带电荷的物体(简称带电体)的周围存在着电场。两带电体间的作用力是一个带电体的电场对另一带电体作用力;同样,另一带电体的电场也对这个带电体作用力。静止的电荷产生的电场是不随时间变化的电场中的一种,称为静电场。

静电学研究的主要内容是电荷分布和电场分布间的关系,已知电荷分布时或已知带电导体的电荷或电位时电场的计算方法等。但静电理论不仅对于静电问题有用,而且也是更复杂的恒定电流的电场和磁场以及时变电磁场的基础,它们之间有许多共性;静电问题的分析方法中有许多对其它的场都适用。

本章前面部分研究真空中的静电场。我们从库仑定律这个实验结果导出点电荷的电场,并应用叠加原理建立计算各种电荷分布的电场的方法。然后从研究静电场的做功特性和它的通量特性总结静电场的基本性质,导出静电场的微分方程等。后面部分是有电介质时的静电场的性质和分析方法。通过本章学习,要求建立场的概念,学会分析场的基本方法,其中包括常用的空间坐标系,矢量的空间导数、矢量的通量、环流等概念和方法,为以后的学习打下基础。

至于静电场的计算放在第四章中专门介绍。

1.1 库仑定律

当带电体的线度远小于带电体间的距离时，这些带电体称为点电荷。

1785年库仑从实验总结出两点电荷之间相互作用力的规律，称为库仑定律。它可表述为：真空中两点电荷 q_1 、 q_2 之间的相互作用力 F 的大小与两电量 q_1 、 q_2 的乘积成正比而与它们的距离 R 的平方成反比；力的方向沿它们的连线；两点电荷同号时为斥力，异号时为吸力。即

$$F = k \frac{q_1 q_2}{R^2} \quad (1.1)$$

式中 k 是比例系数，其值决定于式中各量的单位。为了在公式中将力的方向也表示出来，采用矢量表示（图 1.1）， q_1 作用于 q_2 的力写为

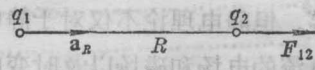
$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{12} &= k \frac{q_1 q_2}{R^2} \mathbf{a}_R \\ &= k \frac{q_1 q_2}{R^3} \mathbf{R} \end{aligned} \quad (1.2)$$


图 1.1 两点电荷间的作用力

其中 $\mathbf{a}_R = \frac{\mathbf{R}}{R}$ 为一个单位矢量，其方向为由 q_1 指向 q_2 。由 (1.2) 式知道，当 q_1 与 q_2 具有相同符号时，乘积 $q_1 q_2$ 为正， \mathbf{F}_{12} 和 \mathbf{a}_R 方向相合，表示 \mathbf{F}_{12} 为斥力；反之，如 q_1 、 q_2 具有相反符号时，乘积 $q_1 q_2$ 为负， \mathbf{F}_{12} 与 \mathbf{a}_R 方向相反，表示 \mathbf{F}_{12} 为吸力。

对于 q_2 作用于 q_1 的力 \mathbf{F}_{21} 可以用同样的方法写出；而单位矢量 \mathbf{a}_R 的方向则由 q_2 指向 q_1 。

公式中的比例系数 k 的值和所用的单位有关。本书采用国际单位制 (SI)。其基本单位是：长度为米，质量为千克 (公斤)，时间为秒，电流为安。在这个单位制中 $k = 1/4\pi\epsilon_0$ ，故

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R \quad (1.3)$$

F 的单位为牛顿, q 的单位为库仑, ϵ_0 称为真空(也称自由空间)的电容率(介电常数), 其值为 8.854×10^{-12} 法/米, 非常接近 $1/36\pi \times 10^9$ 法/米。

1.2 电场强度

前面指出, 电荷 q_1 对 q_2 的作用力不是 q_1 直接作用于 q_2 上, 而是 q_1 的电场对 q_2 的作用力; q_2 对 q_1 的作用力也是 q_2 的电场对 q_1 的作用力。换言之, 电荷周围有电场存在, 而处于此电场中的另一电荷要受到电场的作用力。而且, q 的电场和 q 同时存在, 它的存在与有无试验电荷无关。在 q 的电场中不同的点, 试验电荷受力的大小和方向不同, 表明电场在各点的强弱和方向不同。

我们采用电场对单位正电荷的作用力作为表征电场的基本物理量, 称为电场强度, 用 \mathbf{E} 表示, 定义为

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}_0}{q_0} \quad (1.4)$$

其中 q_0 为试验电荷的电量^①, \mathbf{F}_0 为电场对试验电荷的作用力。电场强度的单位为伏/米。

现在我们可以来确定真空中一个点电荷 q 的电场强度。根据库仑定律, 在距离点电荷 R 处一个试验电荷 q_0 受力为 $\mathbf{F}_0 = (qq_0/4\pi\epsilon_0 R^2) \mathbf{a}_R$, 所以该点的电场强度为

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}_0}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \mathbf{a}_R = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \mathbf{R} \quad (1.5)$$

一般情形, 点电荷所在点不一定与坐标原点相合, 我们用 $(x',$

^① 从 \mathbf{E} 的定义看, 它与试验电荷的大小无关。但实际测量时使用的试验电荷必须很小, 以免影响原来的电荷分布。

(y', z') 表示点电荷所在点 (源点) 的空间坐标, 并用 \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' 分别表示从坐标原点向场点和源点引出的两矢量 (图 1.2), 则由源点指向场点的距离矢量为

$$\mathbf{R} = R\mathbf{a}_R = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$$

其中

$$R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \quad (1.6)$$

而沿 R 方向的单位矢量为

$$\mathbf{a}_R = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

故与 q 距离为 R 的点的 \mathbf{E} 可表为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (1.7a)$$

电场强度是有大小和方向的量, 所以电场是一个矢量场。(1.5) 式表示点电荷的电场是沿点电荷引出的半径的方向, 且按场点与点电荷的距离的平方反比变化。

(1.5) 式还表示, 一个指定的场点的电场强度是与点电荷的电量成正比的。场与源之间的这种线性关系使我们利用叠加法来计算几个点电荷的电场强度。

当有 N 个点电荷 q_1, q_2, \dots, q_N 时, 场点的电场强度为各点源在该点的电场 $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \dots, \mathbf{E}_N$ 的合成场, 如图 1.3 所示。设第 i 个点源的坐标为 (x_i, y_i, z_i) , 则

$$\mathbf{E}_i = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 R_i^2} \mathbf{a}_{R_i} = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i|^3}$$

其中 $R_i = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i| = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2}$

因此, 各点源在场点的合成电场强度为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{R_i^2} \mathbf{a}_{R_i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i|^3} \quad (1.7b)$$

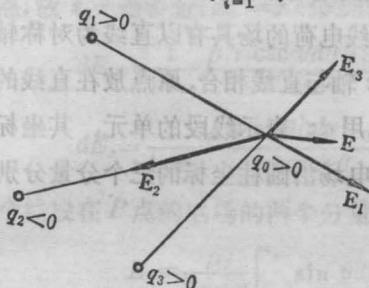


图 1.3 N 个点电荷的合成电场

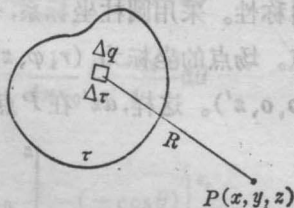


图 1.4 体电荷的电场

即 N 个点源的合成电场等于各点源的电场强度的矢量和。

如果电荷分布于一个体积 τ 内, 其密度为 $\rho = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \Delta q / \Delta\tau$ (库/米³) (图 1.4), 我们将体积 τ 分成体积元, 当体积元 $\Delta\tau$ 很小时, 体积元的电荷 $\Delta q = \rho \Delta\tau$ 可以视为点电荷。根据场和点源之间的线性关系, 任意场点 P 的电场强度等于各体积元在该点的电场强度的矢量和。一个体积元在 P 点的电场强度按点源公式(1.5)计算, 而体积 τ 内全部电荷在 P 点的电场强度 \mathbf{E} 等于

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\tau} \frac{\rho(x', y', z')}{R^2} \mathbf{a}_R d\tau \quad (1.8)$$

注意, 积分是求矢量和, R 和 $d\tau$ 都是源点 (x', y', z') 的函数。

如果电荷分布于一个面 S 上, 其密度为 $\rho_s = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \Delta q / \Delta S$, 则运用和上面相似的处理方法可得场点 P 的电场强度为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\rho_s(x', y', z')}{R^2} \mathbf{a}_R dS \quad (1.9)$$

如果电荷分布于一条线 l 上, 其密度为 $\rho_l = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \Delta q / \Delta l$, 则场点 P 的电场强度为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\rho_l(x', y', z')}{R^2} \mathbf{a}_R dl \quad (1.10)$$

例 1.1 有限长直导线 l , 其上带均匀分布的电荷, 密度为 ρ_l (图 1.5), 求线外空间中任一点的电场强度。

解: 从直观可以看出, 直线电荷的场具有以直线为对称轴的对称性。采用圆柱坐标系, 令 z 轴与直线相合, 原点放在直线的中点。场点的坐标为 (r, φ, z) ; 用 dz' 表示线段的单元, 其坐标为 $(0, 0, z')$ 。这样, dz' 在 P 点的电场沿圆柱坐标的三个分量分别为

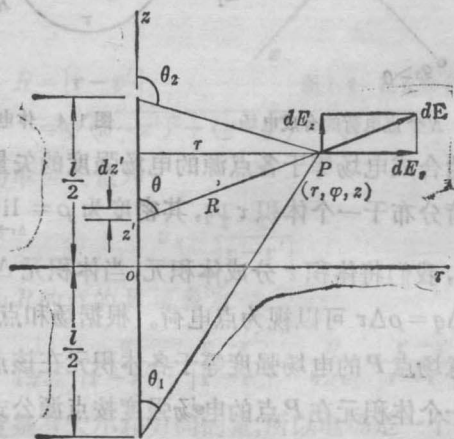


图 1.5 有限长直线电荷的电场

$$dE_r = dE \sin \theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho_l dz'}{R^2} \sin \theta$$

$$dE_\varphi = 0$$

$$dE_z = dE \cos \theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho_l dz'}{R^2} \cos \theta$$

并由图可见

$$R = \frac{r}{\sin \theta} = r \csc \theta$$

$$z' = (z - r \cot \theta)$$

在利用求和方法计算 l 的所有单元在场点的合成 \mathbf{E} 时, 场点是固定点, 故 z, r 是常量; $dz' = r \csc^2 \theta d\theta$ 。因而

$$dE_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho_l r \csc^2 \theta d\theta \sin \theta}{r^2 \csc^2 \theta} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho_l \sin \theta}{r} d\theta$$

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho_l r \csc^2 \theta d\theta \cos \theta}{r^2 \csc^2 \theta} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho_l \cos \theta}{r} d\theta$$

整个线段在 P 点的电场的两个分量为

$$E_r = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0 r} (-\cos \theta) \Big|_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$= \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0 r} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$E_z = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0 r} \sin \theta \Big|_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$= \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0 r} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

P 点的电场强度为 $\mathbf{E} = \mathbf{a}_r E_r + \mathbf{a}_z E_z$ 。

如果直线是无限长, 则 $\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi$, 得

$$E_z = 0, \quad E_r = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{a}_r \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (1.11)$$

可见无限长直线电荷的电场沿径向, 其值与距离成反比。

为了表示电场强度的分布, 可以在场中作一些曲线, 使曲线上

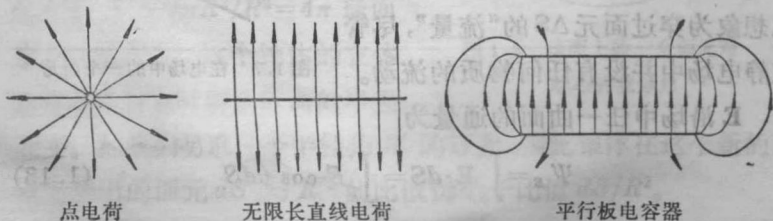


图 1.6 几种简单带电体的电力线图

每点的切线和该点的 \mathbf{E} 的方向相同，并使线的密度（垂直于 \mathbf{E} 的单位表面上的线数）正比于该点 \mathbf{E} 的大小，这些曲线称为电力线。图 1.6 表示几种简单的带电体的电力线图。

1.3 高斯定理

静电场是一个矢量场，人们从长期的实践发现对于一个矢量场，如果从矢量沿闭合面的通量和矢量沿闭合路径的环量两方面去研究它，则可得到关于这个矢量场的基本性质的结论。本节研究电场强度矢量沿闭合面的通量的性质。

在电场中取一个面元 ΔS ，因为面元在空间可能有不同的取向，所以它是一个矢量。我们取它的一个法线方向作为正法线方向，这就是面元的方向。用 $\Delta \mathbf{S}$ 表示面元矢量，则电场强度矢量沿这个面元的通量为

$$\Delta \Psi_E = \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{S} = E \Delta S \cos \theta \quad (1.12)$$

其中 θ 是面元矢量 $\Delta \mathbf{S}$ 与该点 \mathbf{E} 之间的夹角（图 1.7）。通量是一个标量。 \mathbf{E} 的通量的单位为伏·米。

通量的概念最初是从流体场来的。流体中各点流速不同，因而流速 \mathbf{v} 是一个矢量。 $\mathbf{v} \cdot \Delta \mathbf{S}$ 表示穿过面元 $\Delta \mathbf{S}$ 的流量。对于 \mathbf{E} 的通量，我们也可以想象为穿过面元 $\Delta \mathbf{S}$ 的“流量”，尽管在静电场中并没有任何物质的流动。

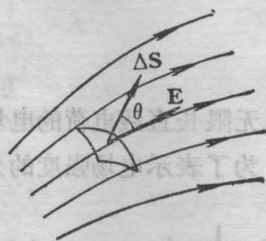


图 1.7 在电场中的一个面元

\mathbf{E} 沿场中任一曲面的通量为

$$\Psi_E = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_S E \cos \theta dS \quad (1.13)$$

它等于 S 的各面元上的通量的代数和。如果 S 是一封闭的曲面，

则

$$\Psi_E = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oint_S E \cos \theta dS$$

对于闭合面,取面元 ΔS 的外法线作为正法线。因此,沿闭合面的通量是指从闭合面内穿出的通量。

静电场的一个重要性质是:在真空中, \mathbf{E} 沿闭合面的通量恒等于闭合面所包围的电量与真空电容率的比值。即

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0} \quad (1.14)$$

其中 Σq 为闭合面包围的体积内的电量的代数和。从(1.14)式可见,当闭合面包围的净电量为正时,通量为正,即有净通量穿出闭合面;当闭合面包围的净电量为负时,通量为负,即有净通量穿进闭合面;而当闭合面包围的净电量为零时,从闭合面穿出的通量和进入闭合面的通量相等。(1.14)式称为真空中的高斯定理。

在证明这个定理以前,首先介绍立体角的概念。在一个半径为 R 的球面上任取一个面元 dS ,

则用此面元可构成一个以球心为顶点的锥体,如图 1.8 所示。取 dS 与 R^2 的比值,定义为 dS 对球心所张的立体角,用 $d\Omega$ 表示,单位为球面度。立体角是图中的锥体的空间角度。整个球面对球心的立体角为 $4\pi R^2/R^2 = 4\pi$ 球面度。由图可见,这个锥体的立体角并不随计算时所取球面的半径

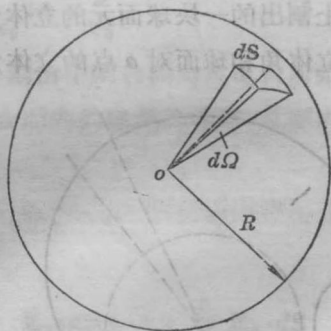


图 1.8 球面上的一个面元对球心的立体角

而变。如我们另取一个半径为 R' 的球面,则此锥体在这个新的球面上割出的面元 dS' 与 R'^2 的比值仍等于比值 dS/R^2 。

一个面元 dS 不是球面的一部分时,它对一点 o 所张的立体