



中国科学技术
经·典·文·库

工程传热传质学 (下册)

(第二版)

王补宣 著



科学出版社

中国科学技术经典文库

工程传热传质学(下册)

(第二版)

王补宣 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书是为满足研究生培养需要而撰写的,全书共16章,分上、下两册。

上册为第1~7章。第1章为全书总纲性导论,第2~7章系统深入地阐明传热基本方式的导热、辐射传热和对流传热,包括对流分析的理论基础。注重明确的物理概念,并且严格地由过程的物理模型建立起相应的数学模型,着重启示工程应用、分析研究的基本观点和演习数理方程的解法。

下册为第8~16章。第8~15章主要介绍自然对流受迫对流换热,相变传热传质,多孔介质热、湿迁移,换热器的热计算,高速气流与稀薄气体的传热传质,微尺度传热传质。第16章对现代传热领域中一些专题进行介绍,着重考虑传热基本方式有机组合的分析原理。前后呼应,力求达到全书风格的统一。注重求实地介绍当前高新技术发展中的前沿性研究动态,以开阔视野。

本书可供从事传热传质研究和高新技术开发研究的工程设计人员参考,也可供高等院校师生,从事交叉学科领域及需要充实传热传质基础知识及其运用者参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程传热传质学.下册/王补宣著. —2版. —北京:科学出版社,2015.4
(中国科学技术经典文库)

ISBN 978-7-03-044159-1

I. ①工… II. ①王… III. ①工程传热学 IV. ①TK124

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第080842号

责任编辑:刘宝莉 张艳芬 / 责任校对:郭瑞芝
责任印制:张 倩 / 封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencecp.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

1998年9月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2015年5月第 二 版 印张:23 1/4

2015年5月第三次印刷 字数:455 000

定价:128.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

第二版前言

改革开放后,邓小平同志提出科学技术是第一生产力。我国在国际竞争中不断解放思想,自强不息地改变落后被动的处境,面对工业化、农业现代化、城市化和信息化取得持续的进展,激发了社会经济发展的巨变。进入 21 世纪后,出现了争夺能源资源和全球气候变换的生存环境危机。在和平崛起中建设和谐社会,我国必须转型采取低能耗、低污染、低排放、节约自然资源的低碳经济和可持续发展模式。全球范围内掀起了“能源与环境技术”(EET)的新竞争热潮。近几十年来,工程传热传质学的基础性探索和高技术创新开发萌生出一些新的动向。例如,设备的小型化和微型化引起微尺度传热传质研究的迅猛展开;利用可视化技术的进展深化对传热传质过程细观层次的观测与模拟计算;热管理和控制的精致化促发了溶液和胶体传质和传热的研究等。

第一版(下册)(1998 年版)前言重申全书是为适应我国研究生培养的需要,也为从事传热传质研究的科学工作者和涉及传热传质新技术开发研究的工程技术人员启示思路而撰写,书名取为《工程传热传质学》。与第一版相比,第二版不仅做了通常的修改和增删,包括文字的精炼化,还与与时俱进地反映了 15 年来新的发展动向与进展,展示清华团队和同事们的研究成果。对第一版第 10 章以后的各章顺序作了调整,将参考文献分章专列。在基本不增加篇幅的前提下提高了全书的科学启示性和前瞻性。列入讨论的演算示例为 46 例。

第二版分为上、下两册,上册为第 1~7 章,下册为第 8~16 章。清华大学化学系王如骥教授参与了第二版的策划和校改,并承科学出版社工程技术分社刘宝莉同志予以鼓励协作,谨一并表示感谢。稿成时,正值清华大学热工学教研室建立 60 周年,创办公理结合的热物理专业(后改称“工程热物理”专业)55 周年和成立热能工程与热物理研究所 28 周年。本书收进了更多清华团队研究和探索的成果,以表我对共同奋进集体的深切眷恋。

恳切期望同行、学者不吝指正,以使本书在不断修订中充实提高,对我国现代化建设有所贡献。

王补宣

第一版(下册)前言

传热是最常见的一种自然现象,几乎所有工程领域都会遇到在特定条件下的传热问题,包括有传质同时发生的复合传热问题。现代科学技术突飞猛进,像核动力设备的大型化、空间技术的深入发展、电子器件的微型化与密集化、环境污染的治理、低温超导的实用化、红外和激光等新技术的应用等,要求传热分析细致化和传热计算精准化,确保技术的可靠性和装备运行的安全性。传热传质的工程应用研究也已跨越传统的能源动力、工艺过程节能的范畴,更多地渗入到新材料的制备、微电子器件的冷却、超快速过程的动态控制、生态环境、生物医学等广阔领域,成为技术科学中非常活跃的基础学科之一。

全书是为适应研究生培养的需要,同时也为从事传热传质研究的科学工作者和涉及传热传质的新技术研究开发的工程技术人员启示思路而撰写,所以书名取《工程传热传质学》。上册7章,除第1章作为全书导论之外,系统深入地阐明导热和辐射传热理论与应用,以及对流传热的理论基础,由科学出版社于1982年出版,因体系新颖、立论严谨、资料翔实而深受欢迎,于1986年重印过,获1987年国家教委优秀教材一等奖。

下册8章,是在上册所阐明的传热原理的基础上,以著者承担国家自然科学基金资助课题和主持领导“七五”重大项目和“八五”重点项目取得的研究成果、总计在国内外学术期刊和国际与全国性学术会议文集发表的200余篇学术论文以及所接触到的大量参考资料为素材而编写的,涉及对流与相变传热传质学,包括:自然对流流动与传热(第8章),不可压流体流动与对流传热(第9章),可压缩气体和稀薄气体的传热(第13章),有相变时的传热(第10章),多孔介质和填充床层的对流与相变传热传质(第12章),传质和有传热耦合的传热传质(第14章),常见工程传热设备中的传热(第11章),以及作为开阔视野而介绍的交叉领域中的个别传热问题(第15章)。在内容编排上,注意与上册紧密配合,突出本质,前后呼应,力求全书风格的统一。

下册与上册出版相隔15年,研究生的培养强调扩大专业面以适应跨世纪科技发展的需要,下册各章同样注意求实地在篇幅限度内揭示学科前沿性的研究动向。坚持理论的发展必须经受实践的检验,用脚注标明所引资料的来源或介绍可参阅

的相关资料,具有灵活的分章可读性和整体的科学严谨性。这将为传热传质研究工作者和从事交叉学科领域或者开拓新技术的工作者涉及传热传质问题分析时提供参阅方便,有利于在工作中推陈出新。书后附有索引,汉英对照,便于翻阅和参考。

在本书撰写过程中,得到了同事和许多同行的鼓励和支持,引用了所指导研究生和研究集体的工作成果。下册得到了国家自然科学基金委员会优秀研究成果专著出版基金的资助和科学出版社编辑陈文芳同志的协作,谨在此表示诚挚的谢意。尤其怀念已故毕生伴侣和知己顾葆慈女士(1921—1990)对本书数易其稿、不断充实的一贯激励和支持。子女们努力为我创造安静的工作环境。下册全稿由清华大学王如骥教授代为打印、制图和校核。撰写虽已竭尽全力,期望能对我国现代化建设有所贡献,但毕竟个人见识有限,恳切希望使用本书的读者对发现的缺陷不吝指正,以便在继续修订过程中充实和提高。

王补宣

1998年2月于清华大学

目 录

第二版前言

第一版(下册)前言

第 8 章 流体自由运动时的放热	347
§ 8-1 自然对流的相似数	347
§ 8-2 竖平板的无界自然对流	354
§ 8-3 无限空间的自由对流	370
§ 8-4 有限空间的自然对流	380
§ 8-5 由离心力产生的自然对流	386
§ 8-6 自由运动和受迫运动的混合对流换热	390
参考文献.....	391
第 9 章 单相流体受迫运动时的放热	395
§ 9-1 流体流过管道时的放热过程	395
§ 9-2 管内受迫层流时的放热	410
§ 9-3 管内受迫湍流时的放热	425
§ 9-4 横向绕流时的放热	430
§ 9-5 场协同机制	438
§ 9-6 冲击喷注	439
参考文献.....	441
第 10 章 相变传热	445
§ 10-1 物质的相态变化	445
§ 10-2 凝结	450
§ 10-3 池内沸腾	463
§ 10-4 流动沸腾	481
§ 10-5 液滴蒸发与喷雾冷却	500
§ 10-6 热管原理	503
§ 10-7 凝固和熔化	506
参考文献.....	511

第 11 章 传质与热、质迁移	516
§ 11-1 等温下的分子扩散传质.....	516
§ 11-2 等温下的对流扩散传质.....	521
§ 11-3 相际传质.....	528
§ 11-4 有传热耦合时的传质.....	531
§ 11-5 溶液沸腾和混合气冷凝.....	537
§ 11-6 自然环境中的传热传质.....	540
§ 11-7 有化学变化时的传热传质.....	544
参考文献.....	548
第 12 章 多孔介质的传热传质	550
§ 12-1 多孔介质的宏观性质.....	550
§ 12-2 多孔介质渗流的分析模式.....	556
§ 12-3 多孔介质中的自然对流.....	562
§ 12-4 多孔介质中的受迫对流.....	570
§ 12-5 毛细压力和滞后现象.....	580
§ 12-6 多孔介质中的沸腾与凝结.....	582
§ 12-7 含湿多孔介质的冻结和融化.....	586
参考文献.....	589
第 13 章 换热器传热	593
§ 13-1 换热器基本类型的概述.....	593
§ 13-2 换热器设计和选用的热计算.....	600
§ 13-3 换热器传热的平均温差.....	604
§ 13-4 换热器的有效度和传热单元数.....	612
§ 13-5 回热器.....	619
参考文献.....	624
第 14 章 高速气流和稀薄气体的传热	626
§ 14-1 高速气流的气动加热.....	626
§ 14-2 高速气流可压缩连续流的对流换热.....	631
§ 14-3 稀薄气流的对流换热.....	634
§ 14-4 发散冷却.....	640
§ 14-5 重回大气层的传热与烧蚀.....	646

参考文献	652
第 15 章 微尺度传热	654
§ 15-1 微尺度的属性	654
§ 15-2 微管对流换热	656
§ 15-3 微通道和微结构中的相变传热	657
§ 15-4 纳米流体的热物性和热过程	658
参考文献	663
第 16 章 传热学个别专门领域的介绍	667
§ 16-1 低温传热	667
§ 16-2 等离子体传热和电磁场作用下的传热	676
§ 16-3 非牛顿流体传热	681
§ 16-4 生物传热	691
参考文献	697
索引	701

第 8 章 流体自由运动时的放热

§ 8-1 自然对流的相似数

§ 7-1、§ 7-2 和 § 7-5 以及 § 7-7 详细讨论了对流换热的物理基础与相应的数学模型,指明放热过程和流体运动的状况直接有关,并以单相不可压流体沿几何形状最简单的平板无界流动为例,揭示边界层层流和边界层湍流时放热的分析解法(见 § 7-3 和 § 7-4)、比拟解法(见 § 7-6)和相似分析与实验相结合的解法(见 § 7-8)。应当看到:流体受迫沿平板层流时,精确的实验数据主要用来精确检验理论计算的结果;而流体受迫沿平板边界层湍流时,可靠的实验数据还是理论赖以建立和取得进展的必要依据,据以提供原则性解释现有测试数据的方法,得到通用的数据综合式,合理内插或外推到尚无实验数据的条件下。迄今为止,湍流放热仍需借助于实验数据的综合,原因是:人们对湍流的质量、动量和能量的湍流输运机理还没有了解清楚。

本章将在 § 7-1、§ 7-2、§ 7-5 和 § 7-8 的基础上,分析地球引力场的彻体力(体积力)作用影响下的对流换热。这主要是指浮升力作用下的自由运动放热,但 § 8-5 也将涉及在高速旋转物体的离心力作用下流体密度的变化所引起的自然对流。两种分子量彼此不同的物质之间的扩散传质,同样会由于密度差异而形成自然对流。除了重力场之外,导电流体在电磁场里还会受到电磁力作用下的“彻体力”,这将在第 16 章中作为个别问题处理。

由浮升力产生的运动,也涉及许多地球物理现象和天体物理现象,如气象学界所关心的自然环境中大气对流稳定性问题^[1]。而一些新技术装置,如太阳能集热器等的发展,促进了有限空间即有界自然对流的深入研究^[2]。热工学家所关心的往往是传热的增强或者减弱;而地球物理学家却更多地着眼于搞清流体的流场和温度分布,并非局限在固体界面到流体之间的传热量问题。不过,物理学家和热工学家相互从学术交流中相互得到启发,深化了对自然对过程机理的了解^[3]。

1. 自然对流的特点和基本方程

当流体被所接触的固体表面加热或者冷却时,流体内部将出现不均匀的温度分布,因冷、热各部分密度不同而引起升沉对流。这是众所周知的流体由浮升力产

生的自然对流或称为自由运动。浮升力是在重力场中不同地点的温度差异所造成的重力差,由此产生的流体自由运动只限于有温度梯度存在的流体区。正像图 8-1-1 所表明的,被竖平板加热的流体二维无界自然对流时(无界的含义早在 § 1-4 中就已指明),边界层以外的流体温度将接近 $t_\infty = \text{常量}$ 而使流体几乎保持静止,即 $u \rightarrow u_\infty = 0$ 和 $v \rightarrow v_\infty = 0$ ^①。如果是等温竖平板, $t_{w,y} \rightarrow t_w$,但由于边界层厚度 δ_x 是 x 和 y 的函数,边界层里的流体温度 t 将是 x 和 y 的函数。受壁面摩擦的影响,通过流体的黏性反映为 $y \rightarrow 0$ 时的流体流速降为零值;而在边界层以外,又因浮升力趋近于零, $u \rightarrow 0$ 和 $v \rightarrow 0$ 。结果,势必在边界层内出现 u_{\max} ,如图 8-1-1 所示。 x 大于某一临界值 x_c 后,边界层将从层流向湍流过渡,从部分湍流的“髻流”最终发展为剧烈的“漩流”,图 8-1-2 形象地描绘出所观测到的这种局部放热系数 α_x 沿竖壁或竖管高度改变的情况及其和空气自由运动流型性质的联系。图 8-1-1 和图 8-1-2 所表示的都是流体受热亦即 $t_{w,y} > t_\infty$ 时的情况。

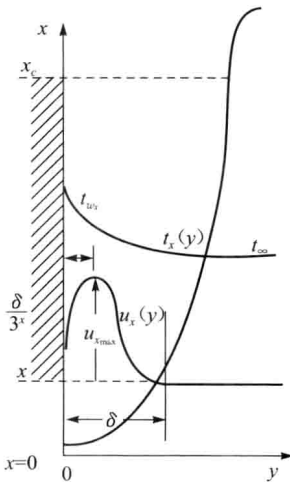


图 8-1-1 流体受热时,二维无界自然对流的温度分成和速度分布

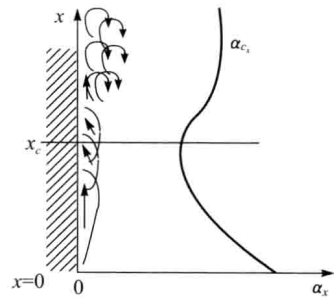


图 8-1-2 空气自由运动时,放热系数沿竖板高度改变的情况及其和流型的联系

流体在浮升力作用下的自由运动完全取决于流体与固体表面之间的换热,常局限在距壁面不远的范围内,运动的速度受制于表面温度 t_w 与远离表面的流体温度 t_∞ 相差的大小,这种运动速度终究比较有限,往往小到难以测准。因此, α_x 将明显低于在风机、水泵等外力作用下受迫对流时的值。在强加热的情况下,

^① 严格地说,随着 $y \rightarrow \delta_x(x)$,流体的 $\vartheta_x = (t - t_x)$ 与运动速度 u_x 趋近于零的快慢不一定相同,还与流体的 Pr 有关,所以(流动)边界层厚度 δ_x 与热边界层厚度 $\delta_{t,x}$ 可以不同。只有热物理数 $Pr=1$ 的流体顺壁面自然对流时, $\delta_x = \delta_{t,x}$ 。

如过度加大电炉发热的功率,会使电热丝的温度迅速上升甚至被烧毁。尽管如此,工程设施仍有相当一部分依靠自然对流散热冷却。像输电线、变压器、整流器、电机外壳、建筑物围护结构以及热网管道等对大气的散热,加工件在静止的油槽或者水浴内被淬火冷却,利用暖气片室内采暖等,都是这方面的实例。人体在无风大气里的散热也是采用以自然对流为主控的传热机理。“游泳池式”核反应堆同样是利用水的自然对流冷却堆芯。正因为流体自由运动时的放热有其实用价值,从 19 世纪 80 年代起^[4]就吸引了一些研究者的注意,特别是 20 世纪 40 年代以来进行了大量的系统研究,大空间的无界稳定自然对流已被研究得比较完善^[5-7]。但迄今依旧存在着一些有待研究解决的课题,如复杂形状的物体、复杂的边界条件、角隅的局部放热系数的分布、变物性的考虑等。而电子和微电子器件的自然对流散热和热控制技术则涉及诸如集成电路芯片板的特定分布热源等问题^[8,9]。

参看图 8-1-1,对于不可压流体的稳定二维自然对流,由式(7-2-3),流动的连续性方程为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (8-1-1)$$

由式(7-2-13), μ 取作常量时的动量方程为

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \rho g - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (8-1-2)$$

由式(7-2-18),常物性和流体无内热源(包括不考虑黏性摩擦热)时的能量方程为

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \quad (8-1-3)$$

注意,在图 8-1-1 中, $t_{w,x} > t_{\infty}$,流体被加热而沿壁面上升时,矢量 g 与 x 轴异向,式(8-1-2)应记作

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (8-1-2')$$

同时,在任何给定高度 x 处的横截面上,可以认为 $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p_{\infty}}{\partial x}$;而边界层以外即 $y \gg \delta$ 时, $u \rightarrow 0$ 、 $v \rightarrow 0$ 和压力 p_{∞} = 常量。可由式(8-1-2')得到

$$-\rho_{\infty} g - \frac{\partial p_{\infty}}{\partial x} = 0 \quad (a)$$

或

$$\frac{\partial p_{\infty}}{\partial x} = -\rho_{\infty} g \quad (b)$$

这表明:在重力场中, x 高度处的流体压力 p 与 y 无关,压力梯度 $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp_{\infty}}{dx}$ 代表边

界面以外 dx 段流体单位截面积的重量 $\rho_\infty g dx$ 造成 $x+dx$ 截面比 x 截面上的静压力小 $d\rho$ 。把式(b)代回式(8-1-2'), 则

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = (\rho_\infty - \rho)g + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (c)$$

根据式(7-1-7), 有

$$(\rho_\infty - \rho)g = \beta \rho g (t - t_\infty) = A \quad (8-1-4)$$

浮升力 A 是与重力 ρg 异向而与 x 轴同向的矢量, β 是式(7-1-5)所定义的流体“容积膨胀系数”。如果记作

$$\vartheta = t - t_\infty \quad (d)$$

动量方程式(c)可写作:

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \beta \rho g \vartheta + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (e)$$

或

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \beta g \vartheta + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (8-1-5)$$

式(8-1-1)、式(8-1-3)和式(8-1-5)是不可压牛顿流体二维无界自由运动时放热的基本微分方程组, 不仅严格适用于边界层流, 也常被推广用于边界层湍流, 只要 u, v, t 一律改用时均值, 并用 $a + \epsilon_T$ 置换 a , 用 $\mu + \rho \epsilon_M$ 置换 μ 或者用 $\nu + \epsilon_M$ 置换 ν (详见 § 7-5)。常物性(包括 μ 取作常量)的假定, 除非 $t_{w_x} - t_\infty$ 过大, 或者在近临界区(参见第 16 章), 对于通常的自然对流来说, 是可接受的。自由运动的速度比较小, 黏性摩擦热总可忽略不计。而式(8-1-4)即式(7-1-7)的适用性已在 § 7-1 中讨论过。对于远离临界态的气体, 可依式(7-1-8)取 $\beta = 1/T_\infty$, 或

$$\beta = \frac{1}{t_\infty + 273} \quad (8-1-6)$$

于是, 这组基本微分方程连同具体的边界条件, 可用来求解不可压牛顿流体二维无界自由运动时的速度场和温度场。然后, 由式(7-1-3)不难得到局部放热系数 α_{c_x} , 即

$$\alpha_{c_x} = - \frac{\lambda}{t_{w_x} - t_\infty} \cdot \frac{\partial t_x}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (8-1-7)$$

从 $x=0$ 到 x 的平均放热系数 $\bar{\alpha}_{c_{0-x}}$ (见 § 1-4) 为

$$\bar{\alpha}_{c_{0-x}} = \frac{1}{x} \int_0^x \alpha_{c_x} dx \quad (8-1-8)$$

2. 相似分析

只有最简单的一些情况, 如被等温竖平板、等温横圆柱体加热(或者冷却)时的流体无界层流自然对流, 才能从上列基本微分方程组直接得到精确解或者从边界层积分方程组得到近似解。但总可由基本微分方程通过“相似原理”(见 § 7-6)分

析求得“相似数”，以综合实验数据，并作出相应的讨论。

§ 7-8 已给出不可压流体沿大平板边界层稳定层流时对式(7-3-6)进行相似分析的方法。现象 I 和 II 都是不可压流体被竖平壁加热所产生的稳定自由运动，都应遵循式(8-1-5)，可写作

$$u_I \frac{\partial u_I}{\partial x_I} + v_I \frac{\partial u_I}{\partial y_I} = (\beta g \vartheta)_I + \nu_I \frac{\partial^2 u_I}{\partial y_I^2} \quad (f)$$

$$u_{II} \frac{\partial u_{II}}{\partial x_{II}} + v_{II} \frac{\partial u_{II}}{\partial y_{II}} = (\beta g \vartheta)_{II} + \nu_{II} \frac{\partial^2 u_{II}}{\partial y_{II}^2} \quad (g)$$

两现象相似时，同一个物理量或者同一组物理量，如这里的浮升力 $A = (\beta g \vartheta) \rho$ 就必须在相对应的地点和相对应的瞬间保持各自的一定比例，即相似倍数 c 应有

$$\frac{u_{II}}{u_I} = \frac{v_{II}}{v_I} = c_w, \quad \frac{x_{II}}{x_I} = \frac{y_{II}}{y_I} = c_l$$

$$\frac{(\beta g \vartheta)_{II}}{(\beta g \vartheta)_I} = c_{\beta g \vartheta}, \quad \frac{\nu_{II}}{\nu_I} = c_\nu$$

对于稳定现象，不存在相对应的瞬间。于是，得到式(g)的相似变换式为

$$\frac{c_w^2}{c_l} \left(u_I \frac{\partial u_I}{\partial x_I} + v_I \frac{\partial u_I}{\partial y_I} \right) = c_{\beta g \vartheta} (\beta g \vartheta)_I + \frac{c_w c_w}{c_l^2} \cdot \nu_I \frac{\partial^2 u_I}{\partial y_I^2} \quad (h)$$

式(h)和式(g)都是表示 $u_I, v_I, x_I, y_I, (\beta g \vartheta)_I, \nu_I$ 之间关系的表达式，两式同一性的必要条件是

$$\frac{c_w^2}{c_l} = c_{\beta g \vartheta} = \frac{c_w c_w}{c_l^2}$$

或

$$\frac{c_w^2}{c_l} = \frac{c_w c_w}{c_l^2} \rightarrow \frac{c_w c_l}{c_w} = 1 \quad (i)$$

$$c_{\beta g \vartheta} = \frac{c_w c_w}{c_l^2} \rightarrow \frac{c_{\beta g \vartheta} c_l^2}{c_w c_w} = 1 \quad (j)$$

得到两个各等于 1 的“相似指标”。由式(i)导出以 x 作为“特征尺寸”的相似数为无量纲的雷诺数 Re_x 。由于自由运动的速度小，常常难以在实验中测准，如把式(i)和式(j)相乘，可消去相似倍数 c_w ，将派生出第三个相似指标为

$$\frac{c_{\beta g \vartheta} c_l^3}{c_\nu^2} = 1$$

或

$$Gr_x = \frac{\beta g \vartheta x^3}{\nu^2} \quad (8-1-9)$$

这是一个以 x 作为特征尺寸的无量纲相似数，国际上把它命名为“格拉晓夫

(Grashof)数”^①;其中, $\vartheta = t - t_\infty$, 还与 y 有关。

按照相似原理,对于不可压流体的稳定自然对流,在保证几何相似和边界条件相似的模型中,例如都是被等温竖平壁加热或者冷却所产生的无界稳定自由运动,只要流体受到的惯性力与黏性力之比和浮升力与黏性力之比在任何相对应的地点各保持相同,速度场就必定相似。式(i)所表示的,正是式(e)中等号左边的惯性力与等号右边第二项的黏性力之比在一切相对应地点保持同值,从而限定各相关物理量的相似倍数必须受相应的相似指标恒等于1的制约,相似数 Re_x 固然可以不是常量而可在不同的地点有不同的值,但两个相似现象在任何相对应的地点的 Re_x 却必须保持等值。作为相似数的 Gr ,就其本质来说,源于式(j),只是用 $c_w = \frac{c_p}{c_l}$ 代入以消去 c_w 。因此,在相对应的地点 Gr_x 保持同值,将意味着浮升力与黏性力之比相同。留意:与“ Re_x 只是惯性力与黏性力之比的某种量度,并不就是惯性力与黏性力之比”一样, Gr_x 也只是浮升力与黏性力之比的某种量度,并不就是浮升力与黏性力的比值。

自由运动的特点是运动的速度取决于浮升力与黏性力之比,从而出现图 8-1-1 中的 $u_x(y)$ 在同一个 x 截面上有一个最大值。这表明, Re_x 不是一个独立的相似数,而是取决于作为衡量浮升力与黏性力比值的 Gr_x 的因变量,或 $Re_x = \varphi(Gr_x)$ 。于是,自由运动时的流速将仅仅取决于 $Gr(x, y)$,只要任何相对应的地点 Gr 值保持相同,两个不可压流体稳定自由运动的速度场就相似,或 u/u_∞ 在相应的地点保持相等。读者可自行对式(8-1-3)和式(8-1-7)进行相似分析而求得另外两个相似数 Pr 和 Nu 。由式(8-1-1)并没有再得到新的相似参数。其实,式(7-1-20)已直接指明努赛尔数 Nu_x 是 x 截面上壁面处流体的无量纲温度梯度,而流体的无量纲物性参数 Pr 表征温度场与速度场之间的内在联系,如果相似数 Gr 和 Pr 在相对应地点各保持相同的值,任何相对应的 x 截面上 Nu_x 也必然相同,或

$$Nu_x = \varphi(Gr_x, Pr) \quad (8-1-10)$$

留意: Gr_x 应是 x 截面上临近壁面处即 $y \rightarrow 0$ 时的值,或

$$Gr_x = \frac{\beta g \vartheta_w x^3}{\nu^2} = \frac{\beta g (t_w - t_\infty) x^3}{\nu^2} \quad (8-1-9')$$

对于自然对流来说, Gr_x 的作用就像受迫对流时的 Re_x 一样,是判断 x 截面上边界层内流体流动的基本类型为层流还是湍流的依据,存在着一个临界的格拉晓夫数。如果把 Nu_x 沿整个壁面积分平均,并选取整体的代表尺寸 l ,如把竖壁高度作为

^① Gr 被命名为“格拉晓夫数”,用以纪念德国工程师学会创始人之一、德国卡尔斯鲁厄工业学应用力学教授 Franz Grashof(1826—1893)。

“特征尺寸”,则

$$\overline{Nu} = f(Gr_l, Pr) \quad (8-1-11)$$

其中

$$Gr_l = \frac{\beta g \vartheta_w l^3}{\nu^2} \quad (8-1-9'')$$

对于非等温壁面, ϑ_w 应是适宜的平均值 $\bar{\vartheta}_w$ 。具体的函数可以由实验数据综合求得。下面,将讨论三种不同的极限情况。

(1) 自由运动的速度通常很小,除液态金属以外的流体自由运动时,惯性力与黏性力和浮升力相比可忽略不计。此时,式(8-1-5)的等号左边将接近于零,或写作

$$\nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\beta g \vartheta \quad (k)$$

由式(k)和式(8-1-3)导出的相似参数将是一个复合量($Gr_x Pr$),被专门命名为“瑞利(Rayleigh)数” Ra ^①,即

$$Ra_x \equiv Gr_x Pr = \frac{\beta g \vartheta_w x^3}{\nu \alpha} \quad (8-1-12)$$

式(8-1-10)和式(8-1-11)将分别演变为^[10]

$$Nu_x = \phi_1(Gr_x Pr) = \phi_1(Ra_x) \quad (8-1-13)$$

和

$$\overline{Nu} = f_1(Gr_l Pr) = f_1(Ra_l) \quad (8-1-14)$$

(2) 对于液态金属,包括汞在内, $\nu = \mu/\rho$ 特别小,数量级低至 $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}^2$ 。因此, ν 将不再是影响自由运动的有效因素,相当于式(8-1-5)中等号右边第二项相对可忽略不计而记作

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \beta g \vartheta \quad (l)$$

式(8-1-10)和式(8-1-11)中的 Gr 和 Pr 都含有 ν ,可组成一个新的复合参数^[11]而不包含 ν 的 $Gr Pr^2 = Ra Pr$,即

$$Gr_l Pr^2 = \frac{\beta g \vartheta_w l^3}{\nu^2} \left(\frac{\nu}{\alpha} \right)^2 = \frac{\beta g \vartheta_w l^3}{\alpha^2} \textcircled{2}$$

于是,

① 国际上,把 Ra 命名为“瑞利数”,用以纪念英国杰出的物理学家、1904 年诺贝尔物理学奖获得者 Lord Rayleigh(1842—1919)(即 John William Strutt)在电动力学、声学、光学、流体力学、黏性等领域所作出的贡献。

② 努赛尔最早利用相似参数方程的形式综合棱圆柱在空气中被自然对流冷却的实验数据,并且指出在惯性力相对于黏性力可忽略的情况下,式(8-1-11)将简化成(8-1-14)的形式。J. Boussinesq(1842—1929)提出在忽略黏性力情况下, Nu 将是 $Gr Pr^2$ 的函数。因此,文献中有时称 $Gr Pr^2 = Bo$ 为“布辛奈斯库数”。

$$Nu_x = \phi_2(Gr_x Pr^2) = \phi_2(Ra_x Pr) \quad (8-1-15)$$

$$\overline{Nu}_x = f_2(Gr_l Pr^2) = f_2(Ra_l Pr) \quad (8-1-16)$$

读者可以直接利用式(1)和式(8-1-3),通过相似分析而导出式(8-1-15)和式(8-1-16)。

(3) 如果自然对流传递的热量远小于导热热量,如细金属丝通电加热的功率小到难以引起周围空气可观察到的自然运动,温度稳定不变时,由式(8-1-7)或者直接由式(7-1-20)得知:

$$Nu_x = \text{定数} \quad (8-1-17)$$

这个“定数”在壁面上不同的地点可有不同的值。相应地,沿整个表面的积分平均值为

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{\alpha_c} l}{\lambda} = \text{定数} \quad (8-1-18)$$

定数属于整个壁面。于是,有

$$\overline{\alpha_c} \propto \frac{\lambda}{l} \quad (8-1-19)$$

放热的情况将完全取决于流体的导热性。这无疑是一种相当特殊的情况,常专门称为膜态自然对流。

在给定 $t_w(x)$, 包括特例的等壁温条件下,可用上述各数间的关系式综合实验数据,并根据所确定的函数计算实际工程设施的 $\overline{\alpha_c}$ 。毫无疑问,式(8-1-10)和式(8-1-11)也总可以转换为

$$Nu_x = \psi(Ra, Pr) \quad (8-1-20)$$

$$\overline{Nu} = \varphi(Ra_l, Pr) \quad (8-1-21)$$

如果所给定的不是 t_w 而是 q_w , 包括简单的等热流情况($q_w = \text{常量}$), 注意到 $\alpha_c \vartheta_w = q_w$, 可引用“修正格拉晓夫数” Gr^* 替代 Gr 作为参数, 其定义为

$$Gr^* = Gr_l Nu = \frac{\beta g q_w l^4}{\lambda \nu^2} \quad (8-1-22)$$

这样,通用式(8-1-10)和式(8-1-11)将不难被演变为

$$Nu_x = \Phi(Gr_x^*, Pr) \quad (8-1-23)$$

$$\overline{Nu} = F(Gr_l^*, Pr) \quad (8-1-24)$$

函数 Φ 和 F 可由实验数据综合确定。

§ 8-2 竖平板的无界自然对流

等温竖平板无界稳定自然对流在边界层层流时的对流换热是能够应用分析法求解的最简单实例,可用以证实 § 7-8 中所指明的利用相似分析求得相似数间的