

普通高等教育“十二五”规划教材

传感器技术

主编 付 华



煤炭工业出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

传 感 器 技 术

主 编 付 华

副主编 徐耀松 王雨虹

煤 炭 工 业 出 版 社

· 北 京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

传感器技术/付华主编. --北京:煤炭工业出版社, 2015
普通高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-5020-4627-9

I. ①传… II. ①付… III. ①传感器—高等学校—教材
IV. ①TP212

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 199153 号

传感器技术 (普通高等教育“十二五”规划教材)

主 编 付 华
责任编辑 周鸿超 籍 磊
责任校对 姜惠萍
封面设计 晓 杰

出版发行 煤炭工业出版社 (北京市朝阳区芍药居 35 号 100029)
电 话 010-84657898 (总编室)
010-64018321 (发行部) 010-84657880 (读者服务部)
电子信箱 cciph612@126.com
网 址 www.cciph.com.cn
印 刷 北京玥实印刷有限公司
经 销 全国新华书店

开 本 787mm × 1092mm¹/₁₆ 印张 12 字数 281 千字
版 次 2015 年 6 月第 1 版 2015 年 6 月第 1 次印刷
社内编号 7482 定价 28.00 元

版权所有 违者必究

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,本社负责调换,电话:010-84657880

内 容 提 要

本书系统地介绍了传感器的理论基础与基本概念；介绍了电阻式、电容式、电感式、磁电式、压电式、光电式、热电式、超声波、微波、辐射式传感器的工作原理、性能、测量电路及其应用。本书内容全面，注重科学性与系统性，具有较高的实用性。

本书可作为高等院校测控技术与仪器、自动化、电子信息工程、机电一体化和计算机应用等专业的教材。可为从事传感与检测技术、测控技术应用等专业的人员提供参考。

前 言

传感器是认知自然现象过程中不可缺少的一种技术手段，与信息系统的输入端相连，并将检测到的信号输送到信息处理部分，是感知、获取、处理与传输的关键，是实现现代化测量和自动控制的主要环节，是信息技术（传感与控制技术、通信技术、计算机技术）的三大支柱之一。本书着眼于传感器技术的基本原理与实用技术，并兼顾到发展趋势，介绍了传感器的基本概念和特性，阐述了各种传感器的工作原理及其结构特点。

本教材为工程人才改革试点专业优秀教材，共分九章。第一章介绍了传感器的定义、组成、分类、测量误差与数据处理，并阐述了传感器的基本特性；第二章在介绍弹性敏感元件的基础上，对电位器式传感器、电阻应变式传感器、压阻式传感器的原理、效应、测量电路等进行了介绍，最后给出电阻式传感器的应用；第三章介绍了电容式传感器的基本原理、基本特性、测量电路及其典型应用；第四章介绍了电感式传感器的基本原理及其应用；第五章介绍了磁电感应式传感器和霍尔式传感器的工作原理及其应用；第六章首先介绍了压电效应及压电材料，然后详细介绍了压电式传感器的工作原理、测量电路及其应用；第七章介绍了光电式传感器、光纤传感器和光电式编码器的工作原理及其应用；第八章介绍了热电式传感器的测量电路及其应用；第九章对声/波传感器、微波传感器、辐射式传感器的物理性质、基本原理及其应用方法进行了介绍。

本书第一章由付华执笔；第三章由卢万杰执笔；第二章、第六章至第九章由徐耀松执笔；第四章和第五章由王雨虹执笔。全书的写作思路由付华提出，付华和徐耀松统稿，李文娟、柳梦雅、訾海、黄喆、刘文桐、李亚飞、孙璐、王灿祥、王馨蕊、刘雨竹等参加了本书的编写工作。在此，对本书的完成给予了热情帮助的同行们表示感谢。

由于作者水平有限，书中错误和不妥之处敬请读者批评指正。

编 者

2015 年 4 月

目 次

第一章 绪论	1
第一节 传感器的物理基础	1
第二节 传感器的定义	1
第三节 传感器的组成和分类	2
第四节 测量误差与数据处理	4
第五节 传感器的基本特性	13
第二章 电阻式传感器	21
第一节 弹性敏感元件	21
第二节 电位器式传感器	25
第三节 电阻应变式传感器	29
第四节 压阻式传感器	38
第三章 电容式传感器	45
第一节 电容式传感器的分类	45
第二节 电容式传感器的灵敏度及非线性	49
第三节 电容式传感器的等效电路	50
第四节 电容式传感器的测量电路	51
第五节 电容式传感器的应用	55
第四章 电感式传感器	63
第一节 自感式传感器	63
第二节 互感式传感器	70
第三节 电涡流式传感器	78
第四节 电感式传感器的应用	83
第五章 磁电式传感器	91
第一节 磁电感应式传感器	91
第二节 霍尔式传感器	95
第三节 磁电式传感器的应用	100

第六章 压电式传感器	106
第一节 压电效应及压电材料	106
第二节 压电式传感器测量电路	110
第三节 压电式传感器的应用	113
第七章 光电式传感器	116
第一节 光电式传感器的工作原理	116
第二节 光纤传感器	124
第三节 光电式编码器	128
第八章 热电式传感器	132
第一节 热电偶传感器	132
第二节 热电阻传感器	138
第三节 热敏电阻传感器	141
第四节 集成温度传感器	143
第五节 热电式传感器的应用	145
第九章 声/波及辐射式传感器	150
第一节 声/波传感器	150
第二节 微波传感器	164
第三节 辐射式传感器	170
参考文献	185

第一章 绪 论

传感器是实现自动控制、自动调节的关键环节，与信息系统的输入端相连，并将检测到的信号输送到信息处理部分，是感知、获取、处理与传输的关键。传感器技术是关于传感器设计制造及应用的综合技术，是一门涉及测量技术、功能材料、微电子技术、精密与微细加工技术、信息处理技术和计算机技术等相互结合形成的密集型综合技术，是信息技术（传感与控制技术、通信技术、计算机技术）的3大支柱之一。

第一节 传感器的物理基础

传感器的工作机理是基于各种物理的、化学的和生物的效应，并受相应的定律和法则所支配。了解这些定律和法则，有助于我们对传感器本质的理解和对新效应传感器的开发。作为传感器工作物理基础的基本定律和法则有守恒定律、场的定律、物质定律和统计法则。

守恒定律包括能量、动量、电荷量等守恒定律。这些定律是我们探索、研制新型传感器时，或在分析、综合现有传感器时都必须严格遵守的基本法则。

场的定律包括运动场的运动定律、电磁场的感应定律等，其相互作用与物体在空间的位置及分布状态有关。一般可由物理方程给出，这些方程可作为许多传感器工作的数学模型。例如，利用静电场定律研制的电容式传感器；利用电磁感应定律研制的自感、互感、电涡流式传感器；利用运动定律与电磁感应定律研制的磁电式传感器等。利用场的定律构成的传感器，其形状、尺寸（结构）决定了传感器的量程、灵敏度等主要性能，故此类传感器可统称为结构型传感器。

物质定律是表示各种物质本身内在性质的定律（如胡克定律、欧姆定律等），通常以这种物质所固有的物理常数加以描述，因此这些常数的大小决定着传感器的主要性能。例如，利用半导体物质法则——压阻、热阻、磁阻、光阻、湿阻等效应，可分别做成压敏、热敏、磁敏、光敏、湿敏等传感器件；利用压电晶体物质法则——压电效应，可制成压电、声表面波、超声传感器等。这种基于物质定律的传感器可统称为物性型传感器。

统计法则是把微观系统与宏观系统联系起来的物理法则，这些法则常常与传感器的工作状态有关，它是分析某些传感器的理论基础。

第二节 传感器的定义

生物体的感官就是天然的传感器。人的眼、耳、鼻、舌、皮肤分别具有视、听、嗅、味、触觉。人们的大脑神经中枢通过五官的神经末梢（感受器）就能感知外界的信息，如人们用视觉（眼睛）可知道物体的大小、形状等，利用听觉（耳朵）可以听到声音，通过嗅觉（鼻子）可以闻到气味，通过触觉（皮肤）可以感觉到物体的温度等。人的眼

睛相当于光敏传感器，如 CCD、光敏电阻等；人的耳朵相当于压力传感器，如电容式和压电式传感器等；人的皮肤相当于压力传感器和温、湿度传感器，如应变传感器、热电阻传感器等；人的鼻子相当于气敏传感器，如气体传感器等；人的舌头相当于味觉传感器，如离子传感器。

人们为了从外界获取信息，必须借助于感觉器官。而单靠人们自身的感觉器官，在研究自然现象和规律以及生产活动中它们的功能是远远不够的。例如，在学科研究中，在宏观上要观察上千光年的茫茫宇宙，微观上要观察小到飞米的粒子世界，纵向上要观察长达数十万年的天体演化，短到纳秒的瞬间反应。此外，如超高温、超低温、超高压、超高真空、超强磁场、超弱磁场等，这些都是人类感官无法直接获取的信息，要获取这些信息，没有相适应的传感器是不可能的。为适应这种情况，就需要传感器。在工程科学与技术领域里，传感器是人体“五官”的工程模拟物，是人类五官的延长，又称之为电五官。

国家标准（GB/T 7665—2005）把传感器定义为：能感受规定的被测量（包括物理量、化学量、生物量等）并按照一定的规律转换成可用信号的器件或装置，通常由敏感元件和转换元件组成。

这里的可用信号是指便于处理、传输的信号。当今电信号最易于处理和便于传输，因此，可把传感器狭义地定义为：能把外界非电信息转换成电信号输出的器件或装置。可以预料，当人类跨入光子时代，光信息成为更便于快速、高效地处理与传输的可用信号时，传感器的概念将随之发展成为：能把外界信息或能量转换成光信号或能量输出的器件或装置。

传感器的广义定义：“凡是利用一定的物质（物理、化学、生物）法则、定理、规律、效应等进行能量转换与信息转换，并且输出与输入严格一一对应的器件或装置均可称为传感器。”也可以表述为，“传感器是一种以一定的精确度把被测量转换为与之有确定对应关系的、便于应用的某种物理量的测量装置。”在不同的技术领域，传感器又被称作检测器、换能器、变换器等。

传感器的定义包含了以下几方面的意思：①传感器是测量装置，能完成检测任务；②它的输入量是某一被测量，可能是物理量，也可能是化学量、生物量等；③它的输出量是某种物理量，这种量要便于传输、转换、处理、显示等，可以是气、光、电物理量，但主要是电物理量；④输出输入有对应关系，且应有一定的精确程度。

可见，传感器的功用是一感二传，即感受被测信息，并传送出去。其基本功能是检测信号和进行信号转换。因此，传感器总是处于检测系统的最前端，用来获取检测信息，其性能将直接影响整个检测系统，对测量精确度起着决定性作用。

第三节 传感器的组成和分类

一、传感器的组成

传感器是一个完整的测量装置（或系统），能把被测非电量转换为与之有确定对应关系的有用电量输出，以满足信息的传输、处理、记录、显示和控制等要求。

传感器一般由敏感元件、变换元件和其他辅助元件组成。但是随着传感器集成技术的

发展，传感器的信号调理与转换电路也会安装在传感器的壳体内或者与敏感元件集成在同一芯片上，因此信号调理电路及所需辅助电源都应作为传感器组成的一部分，如图 1-1 所示。

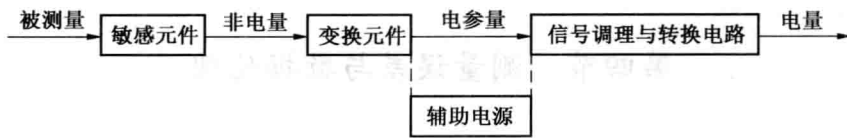


图 1-1 传感器组成框图

敏感元件是感受被测量，并输出与被测量成确定关系的其他量的元件。例如，膜片和波纹管，可以把被测压力变成位移量。若敏感元件能直接输出电量（如热电偶），就可兼为传感元件。

变换元件又称传感元件，是传感器的重要组成元件，它可以直接感受被测量（一般为非电量），而输出与被测量成确定关系的电量，如热电偶和敏感电阻。变换元件也可以不直接感受被测量，而只感受与被测量成确定关系的其他非电量。例如，差动变压器式压力传感器，并不直接感受压力，而只是感受与被测压力成确定关系的衔铁（被测体）位移量，然后输出电量。

信号调理与转换电路是能把传感元件输出的电信号转换为便于显示、记录和控制的有效信号的电路。信号调理与转换电路根据传感元件类型的不同可分成很多种类，常用的电路有电桥、放大器、振荡器和阻抗变换器等。

二、传感器的分类

传感器按被测量可分为机械量传感器（位移、力、力矩、扭矩、速度、加速度、振动、噪声等）、热工量传感器（温度、热量、流量、风速、压力、液位等）、物性参量传感器（浓度、黏度、密度、酸碱度等）、状态参量传感器（裂纹、缺陷、泄露、磨损、表面质量等）。这种分类方法是按用途进行分类，给使用者提供方便，容易根据被测量对象来选择传感器。

传感器按工作原理可分为电阻式、电容式、电感式、磁电式、压电式、光电式、热电式、磁敏式、超声波等。这种分类方法便于从原理上认识输入与输出之间的变换关系，有利于专业人员从原理、设计及应用上做出归纳性的分析和研究。

传感器按信号变换特征可分为结构型传感器、物性型传感器。结构型传感器主要是通过传感器结构参数的变化实现信号的变换的。例如，电容式传感器依靠极板间距离的变化引起电容量的改变。物性型传感器利用敏感元件材料本身物理属性的变化来实现信号变换。例如，水银温度计利用水银的热胀冷缩现象测量温度，压电式传感器利用石英晶体的压电效应实现测量等。

传感器按能量关系可分为能量转换型传感器和能量控制型传感器。能量转换型传感器是指传感器直接由被测对象输入能量使其工作。如热电偶、光电池等，这种类型的传感器也称为有源传感器。能量控制型传感器从外部获得能量使其工作，由被测量的变化控制外

部供给能量的变化。如电阻式、电感式等传感器，这种类型的传感器必须由外部提供激励源，因此也称为无源传感器。

除上述分类方法外，传感器还可按照输出信号的形式分为模拟式传感器和数字式传感器，按照测量方式分为接触式传感器和非接触式传感器等。

第四节 测量误差与数据处理

一、测量误差的概念

测量误差是指检测结果与被测量的客观真值的差值。

在测量过程中，被测对象、检测系统、检测方法和检测人员都会受到各种因素的影响。有时对被测量的转换也会改变被测对象原有的状态，造成测量误差。由误差公理可知，任何实验结果都是有误差的，误差自始至终存在于一切科学实验和测量当中，被测量的真值是永远难以得到的。但是，可以改进检测装置和检测手段，并通过对误差测量进行分析处理，使误差处于允许的范围之内。

测量的目的是希望通过测量求取被测量的真值。在分析测量误差时，采用的被测量真值是指在确定条件下被测量客观存在的实际值。判断真值的方法有3种：一是理论设计和理论公式表达值，称为理论真值，如三角形内角之和为 180° ；二是由国际计量学确定的基本的计量单位称约定真值，如在标准条件下水的冰点和沸点分别是 0°C 和 100°C ；三是精度高一级或几级的仪表与精度低的仪表相比，把高级仪表的测量值称为相对真值。相对真值在测量中应用最为广泛。

二、误差的表示方法

1. 绝对误差

绝对误差可定义为

$$\Delta = x - L \quad (1-1)$$

式中 Δ ——绝对误差；

x ——测量值；

L ——真值。

绝对误差是有正、负并有量纲的。在实际检测过程中，有时要用到修正值，修正值是绝对误差大小相等、符号相反的值，即

$$c = -\Delta \quad (1-2)$$

式中， c 为修正值，通常利用高一等级的测量标准或标准仪器来获得修正值。利用修正值可对测量值进行修正，从而得到准确的实际值，修正后的实际测量值 x' 为

$$x' = x + c \quad (1-3)$$

修正值给出的方式，可以是给出的具体数值，也可以是给出一条曲线或公式。

采用绝对误差表示测量误差，不能很好地说明测量质量的好坏。例如，在进行温度测量时，绝对误差 $\Delta = 1^\circ\text{C}$ ，这对体温测量来说是不允许的，但对钢水温度测量来说却是极好的测量结果，因此用相对误差可以比较客观地反映测量的准确性。

2. 相对误差

相对误差的定义可由如下式子给出, 即

$$\delta = \frac{\Delta}{L} \times 100\% \quad (1-4)$$

由于被测量的真值 L 无法知道, 所以实际测量时用测量值 x 代替真值 L 进行计算, 这个相对误差称为标准相对误差, 即

$$\delta = \frac{\Delta}{x} \times 100\% \quad (1-5)$$

3. 引用误差

引用误差是仪表中通用的一种误差表示方法。它是相对于仪表满量程的一种误差, 又称满量程相对误差, 一般也用百分数表示, 即

$$\gamma = \frac{\Delta}{\text{测量范围上限} - \text{测量范围下限}} \times 100\% \quad (1-6)$$

仪表精度等级是根据最大引用误差来确定的。例如, 0.5 级表示引用误差的最大值不超过 $\pm 5\%$; 1.0 级表示引用误差的最大值不超过 $\pm 1\%$ 。

4. 基本误差

基本误差是指传感器或仪表在规定的标准条件下所具有的误差。例如, 某传感器是在电源电压为 (250 ± 5) V、电网频率为 (50 ± 2) Hz、环境温度为 $(25 \pm 5)^{\circ}\text{C}$ 、湿度为 $(65 \pm 5)\%$ 的条件下标定的。如果传感器在这个条件下工作, 则传感器所具有的误差为基本误差。仪表的精度等级就是由基本误差决定的。

5. 附加误差

附加误差是指在传感器或仪表的使用条件偏离额定条件下出现的误差。例如, 温度附加误差、频率附加误差、电源电压波动附加误差等。

三、误差的分类

误差按其规律性可分为随机误差、系统误差和粗大误差。

1. 随机误差

在同一测量条件下, 多次测量被测量时, 其绝对值和符号以不可预定方式变化着的误差称为随机误差。随机误差产生的原因比较复杂, 虽然测量是在相同条件下进行的, 但测量环境中温度、湿度、压力、振动、电场等总会发生微小变化, 因此, 随机误差是大量对测量值影响微小且又互不相关的因素所引起的综合结果。

随机误差可用下式表示, 即

$$\begin{aligned} \text{随机误差} &= x_i - \bar{x}_{\infty} \\ \bar{x}_{\infty} &= \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \quad (n \rightarrow \infty) \end{aligned} \quad (1-7)$$

式中 x_i ——被测量的某一测量值, $i = 1, 2, \cdots, n$;

$\bar{x}_{\infty}$ ——重复性条件下无限多次的测量值的平均值。

由于重复测量实际上只能测量有限次, 所以实用中的随机误差只是一个近似估计值。对于随机误差, 不能用简单的修正值来修正, 当测量次数足够多时, 就整体而言, 随机误

差服从一定的统计规律（如正态分布、均匀分布、泊松分布等），通过对测量数据的统计处理可以计算随机误差出现的可能性大小。

2. 系统误差

在相同条件下，对同一物理量进行多次测量，如果误差按一定规律（如线性、多项式、周期性等函数规律）出现，则把这种误差称为系统误差。系统误差可分为定值系统误差和变值系统误差，数值和符号都保持不变的系统误差称为定值系统误差，数值和符号按照一定规律变化的系统误差称为变值系统误差。

国家计量技术规范《通用计量术语及定义》（JJF 1001—2011）对系统误差的定义是：在重复测量中保持不变或按可预见方式变化的测量误差的分量。表示为在重复性条件下对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值与被测量的真值之差，即

$$\text{系统误差} = \bar{x}_{\infty} - L \quad (1-8)$$

式中 L ——被测量的真值。

3. 粗大误差

超出在规定条件下预期的误差称为粗大误差，又称疏忽误差。

这类误差的发生是由于测量者疏忽大意，测错、读错或环境条件的突然变化等引起的。由于含有粗大误差的测量值明显地歪曲了客观现象，所以常将其称为坏值或异常值。

处理数据时要采用的测量值不应该包含粗大误差，即所有的坏值都应当剔除，因此进行误差分析时要估计的误差只有随机误差和系统误差。

四、数据处理

1. 随机误差及处理

随机误差和系统误差的来源和性质不同，所以处理的方法也不同。由于随机误差是由一系列随机因素引起的，因而随机变量可以用来表达随机误差的取值范围及概率。若有一非负函数 $f(x)$ ，其对任意实数有分布函数 $F(x)$ ，即

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (1-9)$$

称 $f(x)$ 为 x 的概率分布密度函数，且有

$$P\{x_1 < x < x_2\} = F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \quad (1-10)$$

式 (1-10) 为误差在 (x_1, x_2) 之间的概率。在检测系统中，只有系统误差已经减小到可以忽略的程度后才可对随机误差进行统计处理。

2. 随机误差的正态分布规律

实践和理论证明，大量的随机误差服从正态分布规律。正态分布曲线如图 1-2 所示。

图 1-2 中横坐标表示随机误差 $\Delta x = \delta$ ，纵坐标为误差的概率密度 $f(\delta)$ 。应用概率方法可导出：

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1-11)$$

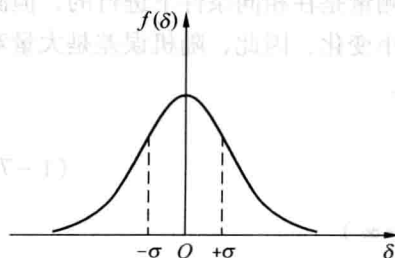


图 1-2 随机误差的正态分布曲线

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \delta_i^2}{n}} \quad (n \rightarrow \infty) \quad (1-12)$$

3. 真实值与算数平均值

设对某一物理量进行直接多次测量, 测量值分别为 x_1 、 x_2 、 x_i 、 $\dots$ 、 x_n , 假设真值为 x_0 , 各次测量值的随机误差为 $\Delta x_i = x_i - x_0$ 。将随机误差相加:

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i = \sum_{i=1}^n (x_i - x_0) = \sum_{i=1}^n x_i - nx_0 \quad (1-13)$$

两边同除以 n 得

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - x_0 \quad (1-14)$$

用 $\bar{x}$ 代表测量列的算数平均值:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-15)$$

式 (1-14) 可改写为

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = \bar{x} - x_0 \quad (1-16)$$

根据随机误差的抵偿特征, 即 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0$, 于是 $\bar{x} \rightarrow x_0$ 。可见, 当测量次数很多时, 算术平均值趋于真实值, 也就是说, 算术平均值受随机误差影响比单次测量小, 且测量次数越多, 影响越小。因此可以用多次测量的算术平均值代替真实值, 并称为最可信数值。

4. 随机误差的估算

1) 标准差

标准差 σ 定义为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}{n}} \quad (1-17)$$

标准差是在一定测量条件下随机误差最常用的估计值。图 1-3 给出了 x_0 相同、 σ 不同 ($\sigma=0.5$, $\sigma=1$, $\sigma=1.5$) 的正态分布曲线。由图可知, σ 值越大, 曲线越平坦, 即随机变量的分散性越大; 反之, σ 值越小, 曲线越尖锐 (集中), 随机变量的分散性越小。

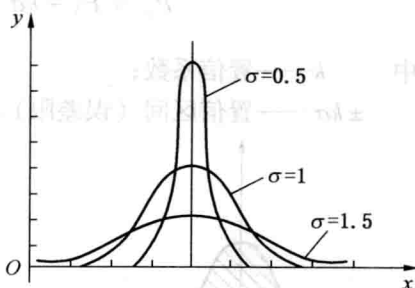


图 1-3 不同 σ 的概率密度曲线

在实际测量中不可能得到 σ , 因为被测量在重复性条件下进行的是有限次测量, 用算术平均值代替真值, 此时表征测量值 (随机误差) 分散性的量用标准差的估计值 σ_s 表示, 由贝塞尔公式得

$$\sigma_s = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} \quad (1-18)$$

$$v_i = x_i - \bar{x}$$

式中 x_i ——第 i 次测量值;

$\bar{x}$ —— n 次测量值的算数平均值；

v_i ——残余误差。

2) 算数平均值的标准差估计

在测量中，用算术平均值作为最可信赖值比单次测量的结果可靠性高。由于测量次数有限，因此 $\bar{x}$ 也不等于 x_0 。也就是说 x 是存在随机误差的，算数平均值的可靠性用算数平均值的标准差 $\sigma_{\bar{x}}$ 来评定，它与标准差的估计值 δ_s 的关系为

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{n}} \quad (1-19)$$

由式 (1-19) 可见，在 n 较小时，增加测量次数 n ，可明显减小测量结果的标准差，提高测量的精密度。但随着 n 的增大，减小的程度越来越小；当 n 大到一定数值时 $\sigma_{\bar{x}}$ 就几乎不变了。

3) 正态分布随机误差的概率计算

如果随机变量符合正态分布，则它出现的概率就是正态分布曲线下所包围的面积。因为全部随机变量出现的总的概率为 1，所以曲线包围的面积等于 1，即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = 1 \quad (1-20)$$

随机变量落在任意区间 (a, b) 的概率为

$$P_a = P(a \leq x < b) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \quad (1-21)$$

式中 P_a ——置信概率；

σ ——正态分布的特征参数。

由于随机变量分布对称性的特点，常取对称的区间，即在 $\pm k\sigma$ 区间的概率为

$$P_a = P(-k\sigma \leq x < k\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-k\sigma}^{+k\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \quad (1-22)$$

式中 k ——置信系数；

$\pm k\sigma$ ——置信区间（误差限）。

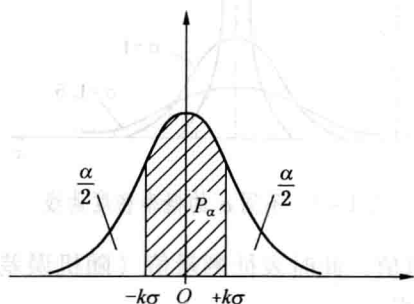


图 1-4 P_a 与 α 的关系

随机变量落在 $\pm k\sigma$ 范围内出现的概率为 P_a ，超出的概率称为置信度，又称为显著水平，用 α 表示，有

$$\alpha = 1 - P_a \quad (1-23)$$

P_a 与 α 的关系如图 1-4 所示。

五、不等精度直接测量的权与误差

严格地说，绝对的等精度是很难保证的，但对条件差别不大的测量，一般都当作等精度对待，某些条件的变化，如测量时温度的波动等，只作为误差来考虑。但有时在科学研究或高精度测量中，为了获得足够的信息，有意改变测量条件，如在不同地点用不同精度的仪表，或者用不同的测量方法等进行测量，这样的测量则属于不等精度测量。

对于不等精度的测量，测量数据的分析和综合不能套用前面的数据处理计算公式，需

要推导新的计算公式。

1. 权的概念

权可以理解各组测量结果相对的可信赖程度。测量次数多,测量方法完善,测量仪表精度高,测量的环境条件好,测量人员的水平高,则测量结果可靠,其权也大。权是比较而存在的。权用符号 p 表示,有以下两种计算方法。

(1) 用各组测量列的测量次数 n 的比值表示,即

$$p_1 : p_2 : \cdots : p_m = n_1 : n_2 : \cdots : n_m$$

(2) 用各组测量列的标准差平方的倒数的比值表示,即

$$p_1 : p_2 : \cdots : p_m = \frac{1}{\sigma_1^2} : \frac{1}{\sigma_2^2} : \cdots : \frac{1}{\sigma_m^2} \quad (1-24)$$

从式(1-24)可看出每组测量结果的权与其相应的标准差平方成反比。如果已知各组算数平均值的标准差,即可确定响应权的大小。测量结果的权的数值只表示各组间的相对可靠程度,它是一个无量纲的数。通常在计算各组权时,令最小的权数为1,以使用简单的数值来表示各组的权。

2. 加权算术平均值

在不等精度测量时,测量结果的最佳估计值用加权算术平均值表示。它是各组测量列的全体平均值,不仅要考虑各测得值,而且还要考虑各组权。加权算术平均值为

$$\bar{x}_p = \frac{\bar{x}_1 p_1 + \bar{x}_2 p_2 + \cdots + \bar{x}_m p_m}{p_1 + p_2 + \cdots + p_m} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{x}_i p_i}{\sum_{i=1}^m p_i} \quad (1-25)$$

六、系统误差的判别与消除

(一) 系统误差的判别

1. 实验对比法

实验对比法是通过改变产生系统误差的条件,在不同的条件下测量,从而发现系统误差。例如,一台测量仪表本身固有的系统误差,即使进行多次测量也不能发现,只有用更高一级精度的测量仪表测量时,才能发现这台测量仪表的系统误差。

2. 残差观察法

残差观察法是根据测量值的残余误差的大小和符号变化规律,直接用误差数据或误差曲线图形来判断有无变化的系统误差。图1-5所示为一组残差曲线。图1-5a中的残余误差有规律地递增(或递减),表明存在线性系统误差;图1-5b中的残余误差的大小和符号大体呈周期性,可以认为存在周期性系统误差;图1-5c中的残余误差的变化规律较复杂,怀疑同时存在线性系统误差和周期性系统误差。

3. 准则检查法

目前已有多种准则供人们检验测量数据中是否含有系统误差。不过这些准则都有一定的适用范围。例如,马利科夫判据将残余误差前后各半分为两组,若 $\sum v_{\text{前}}$ 与 $\sum v_{\text{后}}$ 之差明显不为零,则可能含有线性系统误差。又如,阿贝检验法是检查残余误差是否偏离正态分布,若偏离,则可能出现变化的系统误差。将测量值的残余误差按测量顺序排列,且设

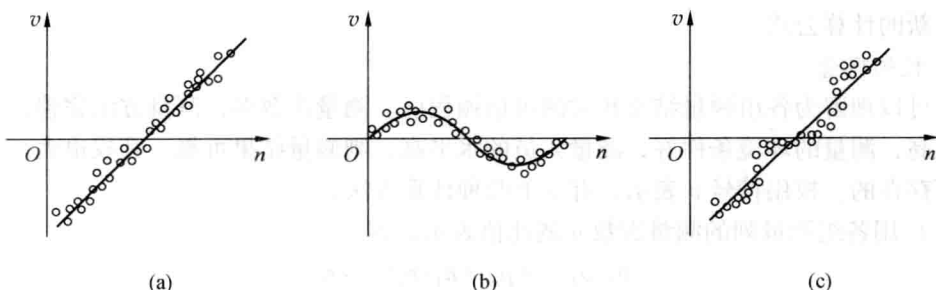


图 1-5 残余误差的变化规律

$$A = v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_n^2 \quad (1-26)$$

$$B = (v_1 - v_2)^2 + (v_2 - v_3)^2 + \cdots + (v_{n-1} - v_n)^2 + (v_n - v_1)^2 \quad (1-27)$$

若 $\left| \frac{B}{2A} - 1 \right| > \frac{1}{\sqrt{n}}$, 则可能含有变化的系统误差, 但类型不能判定。

(二) 系统误差的消除

(1) 对测量结果进行修正。对于已知的恒值系统误差, 可以用修正值对测量结果进行修正; 对于变值系统误差, 应设法找出误差的变化规律, 用修正公式或修正曲线对测量结果进行修正; 对未知系统误差, 则按随机误差进行处理。

(2) 消除或修正系统误差的根源。在测量之前仔细检查仪表, 正确调整和安装; 防止外界干扰影响; 选好观测位置以消除视差; 选择环境条件比较稳定时进行读数等。

(3) 在测量系统中采用补偿措施。找出系统误差规律, 在测量过程中自动消除系统误差。例如, 用热电偶测量温度时, 热电偶参考端温度变化会引起系统误差, 消除此误差的办法之一是在热电偶回路中加一个冷端补偿器, 从而实现自动补偿。

(4) 实时反馈修正。在测量过程中, 可以用传感器将这些误差因素的变化转换成某种物理量形式 (一般为电量), 及时按照其函数关系, 通过计算机算出影响测量结果的误差值, 并对测量结果进行实时的自动修正。

七、粗大误差的判别与坏值的舍弃

在重复测量得到的一系列测量值中, 如果混有包含粗大误差的坏值, 必然会歪曲测量结果, 因此必须剔除坏值后才可进行相关的数据处理, 从而得到符合客观情况的测量结果。下面介绍 3 种判别粗大误差的准则。

1. 3σ 准则

如果一组测量数据中某个测量值的残余误差的绝对值 $|u_i| > 3\sigma$, 则该测量值为可疑值 (坏值), 应剔除。 3σ 准则简便, 易于使用, 因此得到广泛应用。但它是在重复测量次数 $n \rightarrow \infty$ 的前提下建立的, 不适合测量次数 $n \leq 10$ 的情况。因为当 $n \leq 10$ 时, 残差小于 3σ 的概率很大。

2. 肖维勒准则

肖维勒准则是以正态分布为前提的, 假设多次重复测量所得的 n 个测量值中, 某个测量值的残余误差 $|v_i| > Z_c \sigma$, 则剔除此数据。实用中, 由于 $Z_c < 3$, 所以肖维勒准则在一