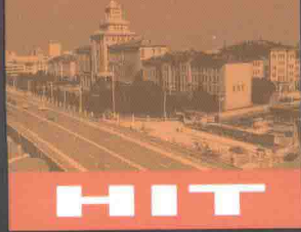


The Laplace Transform and Its Application



数学·统计学系列

拉普拉斯变换及其应用

符云锦 编著



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



数学·统计学系列

The Laplace Transform and Its Application 拉普拉斯变换及其应用

● 符云锦 编著



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容提要

本书是作者读大学时,通过学习常微分方程一书产生萌芽,在大学老师的指导下,完成了含参变量的拉普拉斯变换的研究内容,根据作者学习心得,编写成本书。

本书共分5章,第1章介绍拉普拉斯变换及其性质,第2章介绍拉普拉斯逆变换,第3章介绍含参变量的拉普拉斯变换及其逆变换,第4章介绍拉普拉斯变换在微积分方程(组)的应用,第5章介绍拉普拉斯变换在控制论中的应用,另外还附有习题参考答案、拉普拉斯变换表、参考文献和笔者后记。本书充实了拉普拉斯变换的理论,增添了新的一页。同时,本书中含有大量习题,供读者参考。

本书可作为高等院校数学系、机械工程类、师范院校本、专科生教材,也可以供青年教师、数学工作者以及数学爱好者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

拉普拉斯变换及其应用/符云锦编著. —哈尔滨:
哈尔滨工业大学出版社,2015.2

ISBN 978-7-5603-5230-5

I. ①拉… II. ①符… III. ①拉普拉斯变换 IV.

①O177.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 023293 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 张永芹 聂兆慈

封面设计 孙茵艾

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 10 字数 180 千字

版 次 2015年2月第1版 2015年2月第1次印刷

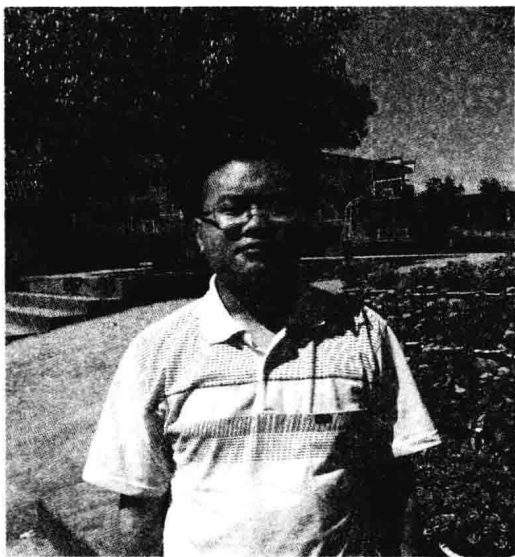
书 号 ISBN 978-7-5603-5230-5

定 价 38.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

◎ 作者简介

符云锦,男,1988年生,湖南泸溪县人,大学专科学历.2010年毕业于湖南工业大学理学院(原株洲师范高等专科学校),现于湖南省凤凰县两林学区任数学特岗教师.



在大学期间,曾和系主任阳凌云教授合写专业学术性论文三篇,并发表于湖南工业大学学报,其中两篇分别在湖南省数学会2009年年会暨第二十一届大学数学研讨会论文评选中获得“优秀论文”二等奖和湖南省数学会2010年年会暨第二十一届大学数学研讨会论文评选中获得“优秀论文”二等奖.

在任教期间,撰写论文多篇,并发表于《湖南工业大学学报》《大理学院学报》《中国初等数学研究》等刊物,其中两篇论文被收录于中国教育学会编《现代教育理论与指导全书》,多篇论文被收录

在中国知网,多篇论文获得国家级、省级、县级的一等奖、二等奖、三等奖.

在任教期间,参与课题研究 3 项,其中主持县小课题研究 1 项,参与省级课题 1 项,参与州级课题 1 项. 2012 年被评为“2012 年度全国教育改革优秀教师”称号. 同时,在 2012 年被评为“优秀班主任”.

现主要研究方向为初等数学、分析学及其应用、微分方程、教育理论及其应用.

◎ 序

本书作者符云锦是一位典型的“低矮小”：学历低（专科）、个子矮、年龄小（生于1988年），比我们工作室的许多年轻编辑都小许多，但笔者还是决定出这本书。

曼海姆在上个世纪30年代初叶说：

“青少年时期，特别是学生们常常有过卷入到一个超越其前途利益的问题中的经历，而当他们度过了这一狂飙时期并固定在一个职业以后便扔掉了那种倾向。……这种青年特有的对时代重大问题的关注的突然中止，或许是青年一旦开始其事业，其社会接触就要受到阻碍的社会特征，但是不管这种冲动过去了没有，青春期本身代表着对一种智力上的骚动的最有力的刺激。那是一个不确定的和充满怀疑的年龄，在这期间他的问题超出了他领受来的答案的范围。我想把这种超越一个人的行动范围的努力称为“超越性冲动”。它是每一项智力过程的基础。一些人无法长久忍受，甚至领略一种开放的眼界、一种没有最终确定性的悬置状态、一种某些文化所固有的不断地面临悬置。而悬置也是一条可以通行的道路。一些人视之为青春的插曲，另一些人则将之接受为一种生活方式。”

这是2003年辽宁教育出版社出版的《文化社会学论集》中的一段。它对我们认识今天的年轻人很有帮助。

福特汽车公司的创始人亨利·福特早就说过这样一句名言：

“你认为自己能够做一件事，或是认为自己做不了一件事，你都是对的。”

澳大利亚作家朗达·拜恩(Rhonda Byrne)在其著作《秘密》中也表达了类似的意思：“开始转变你对自身的想法吧：你可以做到，而且你具有做到那件事的所有条件。”

写书在过去一定是“高大上”之举，但符云锦也做到了！

拉普拉斯，1749年3月23日生于法国诺曼底地区卡尔瓦多斯省。他的父母可能是贫苦农民，由于他发迹之后对他早年的生活讳莫如深，因此对于他在巴黎以前的生活现在所知甚少。他可能作为旁听生在家乡的军事学校听过课，并显示出了数学才能，后来还在该校教过课。1767年，拉普拉斯带着当地一些大人物的推荐信，只身来到巴黎拜访达朗贝尔，但没有受到达朗贝尔的重视。于是，他写了一封讨论力学原理的信，这才受到达朗贝尔的赏识，并由此被任命为巴黎军事学校的数学教授。

从1769年起，拉普拉斯积极从事科研工作。他的研究方向主要有两个：一是天体力学，即用牛顿定律建立起太阳系行星运动的模型；二是概率论，用概率来解释自然和社会的一切事物。他为这两个方向奋斗终生。在完成艰巨的研究工作过程中，拉普拉斯大大丰富和发展了数学分析的工具。

这时，他同当时的大科学家达朗贝尔、拉格朗日、蒙日等通信，并在巴黎科学院的《论文集》(*Memoire*)上发表论文。1773年，他进入巴黎科学院，成为力学助理研究员。由于在1772~1779年间发表了一系列数学分析的论文，特别是积分法的论文，他获得了当时最伟大的分析专家之一的名声。当然，他还不能同欧拉及拉格朗日相提并论。拉普拉斯把数学看成解决实际问题的工具，他经常把别人的概念及方法拿来修改后为我所用，但他没有达到拉格朗日在数学方面的造诣和水平。

就像今天国人对法国的LV趋之若鹜一样。当时那个年代，法国真正的国宝也是L字母打头，而且不只是一个，是三个L，都是著名数学家，除了拉普拉斯之外，那两个L是拉格朗日和勒让德。尽管拉格朗日在数学上的影响要大于拉普拉斯，但在影响世界的观念上拉普拉斯的决定论要重要得多。

从1780年起，拉普拉斯的研究领域进一步扩展到物理学及化学。他同拉瓦锡合作进行了一系列物理学及化学方面的研究，包括蒸发与生热过程以及氢气燃烧，从而完成了确定水的组成等重要实验。由此，他进入科学界的核心领域，并参与政府的一些委员会，他于1785年被选为巴黎科学院力学学部院士。

1784年，他接替贝祖(Etienne Bezout, 1739—1783)成为巴黎军事学校的考官。次年，他所考的应试生中就包括后来成为他的主宰的拿破仑。

法国大革命时期的风风雨雨，拉普拉斯似乎都顺利地通过了。他的朋友拉瓦锡被送上了断头台，他却被召去计算弹道、制造硝石以及建立新的度量衡体制，并建立共和国历法。1794年建立了巴黎综合工科学校的前身及巴黎高等师

范学校后,他被任命为教授,并积极参加组建工作.1795年重建巴黎科学院时,他仍被选为院士.

拿破仑政变后,拉普拉斯更是红得发紫,1799年他被任命为内政部长,但是他没有当多久就让位给拿破仑的弟弟吕西安·波拿巴(Lucien Buonaparte, 1775—1840).正如拿破仑后来回忆说:“尽管他是第一流的几何学家,但作为行政官员,他表现得实在平庸.从他所完成的第一个任务,我们就看出我们找错了人”.尽管如此,他还是得到了提拔.1799年拉普拉斯进入元老院当上议员,1803年任副议长,1804年他对拿破仑建立帝国未加反对,反而趁此机会劝拿破仑取消共和国历法.1806年7月1日旧历法得到恢复,同年他被封为帝国伯爵.拿破仑倒台时,他签署了废黜皇帝的法令.这样,波旁王朝复辟后,他不但保住了自己的地位,而且进入贵族院,被王朝晋升为侯爵.路易十八还任命他为改组巴黎综合工科学校委员会的主席.

19世纪初,拉普拉斯在自己的阿居埃庄园中同化学家贝托莱(Claude Louis Berthollet, 1748—1822)以及许多学生组成了一个非正式的学会——阿居埃学会(Société d'Arcueil),他们发展了拉普拉斯学派的物理学.

1827年3月5日,他因病在阿居埃庄园中去世.

从拉普拉斯的人生经历可以发现一个好的学者不一定是一个好的政客,还是各安其位较好.

拉普拉斯的著作很多,比较著名的有两部:一部是《天体力学》(Traité de mécanique céleste 著,1799~1825年间出版),全书是五卷本的巨著.该著作使拉普拉斯赢得了“法国的牛顿”的称号.在这部著作中,拉普拉斯给出了太阳系力学问题的“完全的”分析解.把牛顿以来,达朗贝尔、克莱罗、欧拉、拉格朗日以及拉普拉斯本人取得的成果统一成了一个系统的整体.它成为迄至拉普拉斯为止天文学工作发展的顶峰.事实上,它如此完美,以致使与他较接近的后继者无法再添加新的东西.

《天体力学》具有多方面的功用,既具有教科书的性质,又是研究论文的汇编,又可作为参考书、年鉴.它既包含理论科学,也包含应用科学.前两卷形成一个很大的理论体系,从方法论上看,其目的是将天文学化归为力学中的问题,其中行星运动的要素变成了任意量;从现象学上看,其目的是从引力定律得到一切观测数据.第一部分是有关静力学和动力学定律的数学阐述,其中有两点属于拉普拉斯本人的创新,其一关于力学的一般原理的第5章中,在面积守恒的讨论中引入了他的不变平面的概念;其二是第6章中关于已知力与速度的关系的任意数学上可能的假设的物体组的运动规律的讨论.第二部分给出了理论天文学所需要的分析知识.第三部分讨论行星图像.其中最主要的创新乃是椭球体引力理论与子午线的大地测量结果的比较.他发展了测地线的解析几何,导

出了适合于地球情形的表达式。第四部分论述海与大气的运动现象。第五部分结束了第二卷，是关于天体旋转的论述。拉普拉斯拟将前两卷作为一个整体（第一编），其余为第二编。在第三卷的序中，他写道：“在这本著作的第一编（指第一、二卷）中，我们给出了物体平衡与运动的一般原理。这些原理对天体运动的应用，通过几何（分析）的论证，不必做任何假定，就可导出万有引力定律，而重力的作用与抛射体运动则是这个定律的特例。然后我们考虑了服从于这个伟大的自然定律的体系，用奇妙的分析，得到了它们的运动和图形的一般表达式，以及覆盖在它们表面上的流体振动的一般表达式。从这些表达式我们推断出大家知道的潮汐现象；纬度的变化与地球表面的引力；岁差；月球引力作用以及土星环的形状与转动；行星运动的主要方程”。他说第二编的主要目的是改进天文表的精度。第三卷全部被第六部分中的行星理论和第七部分中的月球理论占据。第四卷主要论述行星的卫星，其中第八部分几乎全部致力于木星的卫星；在第九部分中，拉普拉斯发展了从第二部分中提出的一般运动方程计算彗星摄动的公式；第十部分的小标题为“有关世界体系的各种论点”，包含了大量新材料，反映了拉普拉斯兴趣的转移。在结束第四卷的时候，他的兴趣转向牵涉物理的问题。前四卷是《天体力学》的主体。

《天体力学》应用了大量深奥的数学知识，只是拉普拉斯从不耐心地解释他是如何得出其结果的，而要填补这些空白却需花相当多的功夫。围绕《天体力学》有许多有趣的轶事，据说拿破仑一次曾问拉普拉斯，“在这部巨著中为什么没有提到上帝”。拉普拉斯回答说：“陛下，我不需要这个假设！”。英国数学家哈密顿因发现《天体力学》中的一个错误而开始他的数学生涯；格林由阅读该书而发展了他的关于电磁理论的思想。这些都表明《天体力学》对当时及后世产生了很大影响。美国数学家、天文学家鲍迪奇曾将五卷中的前四卷译成英文并出版。

《概率的分析理论》(*Théorie analytique des probabilités*)为法国数学家、天文学家拉普拉斯(Pierre-Simon Laplace, 1749—1827)著。1812年在巴黎出版，1814年出第二版。其序言是一篇题为《关于概率的哲学》的论文，表明了拉普拉斯关于概率的哲学观。他认为世界的未来完全是由它的过去决定的，而且只要掌握了世界在任一给定时刻的状态的数学信息，就能预知未来。本书集古典概念论之大成，同时为概率论的近代发展开辟了道路并提供了方法，为19世纪概率论的巨大发展奠定了基础。

本书是在拉普拉斯于1810年和1811年写的几篇论文的基础上写成的，其中的两篇分析论文最独创的部分是得到了中心极限定理。全书由两部分组成：第一部分的小标题为“母函数的计算”，致力于母函数计算的数学方法及其一般数学理论，试图以母函数理论作为概率论的基础。第二部分小标题为“概率的一般理论”，这里拉普拉斯从分析转向概率论本身，提供了具体概率问题的解答。

他把由许多数学家和他自己发展的机遇理论中的各种类型的问题做了统一处理. 第1章以概率论作为人类智力局限所需要的一个知识分支这一著名特征开始, 给出了概率论的一般原理. 在叙述了概率本身的定义及独立事件的乘法规则之后, 拉普拉斯给出了关于原因的概率的定理作为第三个基本原理. 之后, 他以不对称钱币为例考虑了被错误地认为相等的概率的影响, 较后他区分了数学期望与心理期望. 第2章考察了由已知概率的简单事件构成的复合事件的概率, 如抽彩中奖的概率问题, 从袋中摸球问题等. 第3章处理极限, 虽然不如他1810年得到中心极限定理的论文叙述清晰, 但给出了各种各样的例子. 从普通二项式问题开始讨论, 显示了拉普拉斯对随机过程有所认识. 第4章处理误差的概率, 先是说明大量误差的误差和界于已知界限中, 之后确定出误差和的概率的界限, 考虑了正负误差不相等的概率的情形, 得到其分布. 最后处理了误差的统计预测. 第5章讨论概率在现象本身及其原因的研究中的应用. 第6章题为“关于原因与未来事件的概率——从观测事件中得来”, 实质属于统计推断问题. 第7章包括对某些旧材料的新处理. 第8, 9, 10三章均很简短, 研究了寿命预测、年金率、保险、心理期望等问题. 第11章是第二版时加进去的, 讨论了证据的概率. 拉普拉斯对他的模型的研究利用了贝叶斯分析. 1820年, 拉普拉斯又将该书整理补充出了第三版, 其内容基本固定下来, 现收录在拉普拉斯全集第七卷中.

拉普拉斯的工作大致可分为四个时期:

(1) 1768~1778年, 他开展了关于天体力学及概率论的研究工作, 其中特别发展了许多分析方法, 例如1773年提出的用于求解二阶线性双曲型偏微分方程的瀑布法.

(2) 1778~1789年, 这是他成果累累的时期. 他的主要理论及数学方法都是在这个时期形成的, 他发展了函数生成方法、行列式的拉普拉斯展开、常数变易法、虚变换及拉普拉斯变换等方法, 他还研究了位势理论. 在这个时期, 他出版的著名的著作是:《行星运动及行星椭球形状理论》(*Theorie du mouvement et de la figure elliptique des planètes*)和《球状体吸引及行星形状理论》(*Théorie des attractions des sphéroïdes et de la figure des planètes*).

(3) 1789~1805年, 在这个革命动荡时期, 他出版了他的大部分著作, 其中最著名的是:《世界体系论》(*Exposition du Système du monde*)共2卷, 1796年出版, 以后多次再版, 其中建立了关于太阳系生成的康德—拉普拉斯星云假说.《天体力学》(*Mécanique céleste*)共5卷, 其中前3卷及第4卷前一部分于1799~1805年出版, 第4卷卷后一部分及第5卷于1823~1825年出版, 第2版于1829~1839年出版, 这是一部划时代的力作, 其中应用数学分析的方法, 系统提出并部分解决了天体力学的基本问题:

- ①三体问题乃至多体问题；
- ②摄动问题及太阳系的稳定问题；
- ③行星运动特别是月球运动“异常”问题；
- ④行星形状问题。

这些问题在 19 世纪一直是天体力学家及数学家所热衷解决的问题。而且他还像庞加莱一样由此创造了一系列数的理论及方法。

(4)1805~1827 年,拉普拉斯的主要兴趣转向物理学的微观机制,并由此影响了一批数学物理学家。他建立了物质的颗粒模型,并以此为基础研究热学、光学、声学及毛细现象,从而开拓了数学物理学的新领域。

1810 年以后,拉普拉斯的兴趣转向概率论,他的名著《概率的解析理论》(*Théorie analytique des probabilités*)(1812 年出版)是对古典概率的总结。他关于概率的哲学思考,反映在他 1795 年给巴黎高等师范学校的讲课中,1814 年以《概率的哲学论述》(*Essai philosophique sur les probabilités*)出版,同时作为引言收录在《概率的解析理论》第 2 版中。他还将概率广泛应用于测量、误差理论以及司法审判中。他对与概率论有关的数学都有贡献,特别是用重积分和极坐标变换得出

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

以及用部分积分法得出渐近级数

$$\int_x^{\infty} e^{-x^2} dx \sim \frac{e^{-x^2}}{2x} \left(1 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1 \times 3}{(2x^2)^2} - \frac{1 \times 3 \times 5}{(2x^2)^3} + \dots \right)$$

这个公式成为后来制表的依据。拉普拉斯还把这个函数进行连分式展开,它见于《天体力学》第 1 卷中。

从历史上看,拉普拉斯是最有影响的大科学家之一。不过,由于他没有系统的数学著作,数学对他来说只是一种工具,他只去创新方法而不去追求严格,因此纯粹数学史家往往忽略他的贡献。但是,他的数学技术也构成了拉格朗日时代的数学分析的有机组成部分,如无穷级数、无穷连分式、拉普拉斯变换、行列式理论等,特别是他在求解微分方程以及位势理论方面,有着更深远的影响。

拉普拉斯的著作已收录于《拉普拉斯全集》(*Oeuvres de Laplace*)之中,共 14 卷,于 1878~1912 年出版。

本书所论及的拉普拉斯变换理论(亦称为算子微积分)是在 19 世纪末发展起来的。首先是英国工程师海维赛德发明了用运算法解决当时电工计算中出现的一些问题,但是缺少严密的数学论证。后来由拉普拉斯给出严密的数学定义,所以称之为拉普拉斯变换(简称拉氏变换)方法。此后,拉氏变换的方法在电学、力学等众多的工程技术与科学研究领域中得到广泛应用。

在古典意义下傅里叶变换存在的条件是 $f(t)$ 除满足狄利克雷条件以外, 还要在 $(-\infty, +\infty)$ 上绝对可积. 许多常见的初等函数, 例如常数函数、多项式、正弦与余弦函数等都不满足这个要求. 另外, 在物理、线性控制等实际应用中, 许多以时间 t 为自变量的函数, 往往当 $t < 0$ 时没有意义, 或者不需要知道 $t < 0$ 的情况. 因此, 傅里叶变换要求函数的条件比较强, 在实际应用中受到了一些限制.

为了解决上述问题, 人们发现对于任意一个不满足上述条件的函数 $\varphi(t)$, 经过适当的改造能够使其满足在古典意义下的傅氏变换. 首先我们将 $\varphi(t)$ 乘以单位阶跃函数

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

得到

$$\mathcal{F}[\varphi(t)u(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t)u(t)e^{-i\omega t} dt = \int_0^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$$

式中 $f(t) = \varphi(t)u(t)$. 这样当 $t < 0$ 时, $\varphi(t)$ 在没有定义或者不需要知道的情况下问题解决了. 但是仍不能回避 $f(t)$ 在 $[0, +\infty)$ 绝对可积的限制. 为此, 我们考虑当 $t \rightarrow +\infty$ 时, 衰减速度很快的函数, 即指数衰减函数 $e^{-\beta t}$ ($\beta > 0$), 可得

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[\varphi(t)u(t)e^{-\beta t}] &= \int_0^{\infty} f(t)e^{-\beta t}e^{-i\omega t} dt = \int_0^{\infty} f(t)e^{-(\beta+i\omega)t} dt = \\ &= \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt, s = \beta + i\omega \end{aligned}$$

上式可写成

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

这是由实函数 $f(t)$ 通过一种新的变换得到的复变函数, 这种变换就是本书要定义的拉普拉斯 (Laplace) 变换, 简称拉氏变换.

除了上面提到的那些应用外, 在自动控制中也有应用. 在瓦特发明了蒸汽机后, 人们很快发现, 有的蒸汽机的飞球调速器投入运行后, 蒸汽机的转速就产生周期性的大幅度波动, 无法正常工作. 用现在的话来说, 就是系统不稳定. 那个时候, 人们还没有系统的概念, 也没有反馈的概念, 无法从理论上解释这种不稳定现象; 人们就反复地在蒸汽机的制造工艺上盲目地摸索, 努力减小摩擦, 调整弹簧等. 这种情况持续了大约一个世纪之久, 直到 19 世纪末, 自动控制理论诞生以后, 自动控制技术才得以在科学理论的指导下发展和提高.

蒸汽机转速的不稳定问题引起了许多科学家的注意. 1868 年, 建立了电磁波理论的英国物理学家麦克斯韦 (J. C. Maxwell), 把蒸汽机的调速过程变成了一个线性微分方程的问题. 他指出, 如果对应的微分方程特征值在复平面的

左半平面,系统就是稳定的;反之,如果对应的微分方程特征值在复平面的右半平面,系统就是不稳定的,蒸汽机的转速就会产生波动。

1877年,麦克斯韦尔的学生劳斯(E. Routh)找到了根据微分方程的系数判别系统稳定性的方法,这就是自动控制理论中有名的劳斯判据。

1876年,俄国的维斯聂格拉斯基(J. A. Vyschnegradsky)结合实际的蒸汽机研制,解决了如何选择参数才能使其转速稳定的问题。当时的研制者由于找不到问题所在,已经准备放弃了。

1895年,德国的霍尔维茨(A. Hurwitz)在解决瑞士达沃斯电厂一个蒸汽机的调速系统的设计时,就使用了稳定性理论。他同时也独立地提出了霍尔维茨判据,霍尔维茨当时是苏黎世工业大学的数学教授,也做过爱因斯坦的数学老师。

20世纪,通信技术、电子技术开始发展。同时战争、工业也成为了推动力,自动控制技术与自动控制理论开始快速发展。

1927年美国贝尔实验室的布莱克(H. Black)利用负反馈原理设计了电子管放大器,解决了电话长距离传输时信号畸变的问题。解决了信号畸变问题以后,又出现了放大器振荡引起声音尖叫的现象(即系统不稳定),由于微分方程的阶次往往很高(通常高达50阶),劳斯判据变得不够实用。

而贝尔实验室具有通信背景的工程师们往往很熟悉频域方法。1932年出生在瑞典后来移民美国的奈奎斯特(H. Nyquist)发表论文,采用图形的方法来判断系统的稳定性。在其基础上伯德(H. W. Bode)等人建立了一套在频域范围设计反馈放大器的方法。这套方法,后来也用于自动控制系统的分析与设计。

与此同时,反馈控制原理开始应用于工业过程。1936年英国的考伦德(A. Callender)和斯蒂文森(A. Stevenson)等人给出了PID控制器的方法。PID(P: proportional,比例;I: integrative,积分;D: derivative,微分)控制是在自动控制技术中占有非常重要地位的控制方法。PID控制的含义是将经过反馈后得到的误差信号分别进行比例、积分和微分运算后再叠加得到控制器输出信号。这种控制方式适合相当多的被控对象,目前仍然广泛地运用于多数自动控制系统。

1942年哈里斯(H. Harris)引入了传递函数的概念。1948年伊万斯(W. R. Evans)在进行飞机导航和控制时,在应用频域方法时遇到了困难,因此他又回到特征方程的思路并提出了根轨迹法。

1948年,数学家维纳(N. Wiener)的《控制论》一书的出版,标志着控制论的正式诞生。这本书的出版被认为是自动控制科学的一个里程碑。

在这段时间,自动控制理论的主要数学工具是微分方程、复变函数和拉普拉斯氏变换。

本书可以当作一本入门读物,也可以当作高校工科数学的教材,笔者读后

觉得其最大特点是视角的不同,以往这类书都过度追求数学的抽象性和简洁性.关键之处,不谈背景材料与历史沿革平铺直叙,使读者感到会的不用悟,不会的悟不会,大家写的居高临下不属于谈具体思想.平庸之辈东抄西拼,以其昏昏,使之昭昭.而符云锦这本书写得是以一个初学者的角度,展示了理解这一理论的心路历程,不求高深、不怕露怯、实实在在,既不东拉西扯以示博学,也不生搬硬套以显不凡,取材平实,讲法自然,实用性较强,唯一不足是稍显数学素养不足,假以时日,定可成才.

反正在写作这件事上,笔者是比较虚无的.如果你是一个平庸的人,你就是一个平庸的人,也高级不起来;如果你是一个不平庸的人,你想平庸也平庸不了,平谈会出头的!

刘培杰

2014年5月20日于哈工大

◎ 前言

这本书是作者研究含参变量的拉普拉斯变换时所编著的书籍,是一部专门讲解拉普拉斯变换的书籍,也是作者梦寐以求的书籍,经过3年的努力,现终于问世了。

谈起拉普拉斯变换,应从作者读大二时说起。作者从小就爱好数学,至今也一直停留在数学的系列研究。然而,恰恰当作者读大二时,其数学教师阳凌云教授(以下称阳教授)的常微分方程课使作者深受感触,常微分方程的教学内容也颇有心得,那时阳教授发现了作者的优点,便主动找到作者,谈论了学习常微分方程的心得,并询问作者是否愿意合作撰写论文。作者经过再三熟思,同意了阳教授的请求。

在学习常微分方程这门课程时,作者也曾思考过诸多问题,尤其是关于变系数线性微分方程组的基本解组的探索,当一步步跨入学术研究的同时,作者也进入了关键研究时期。2009年,正是作者读大二的时候,也正是作者研习常微分方程的时候。于是,在作者学习常微分方程的同时,也产生了一些思想,并撰写成文,经过和阳教授的讨论,阳教授承认文章的研究成果是正确的,并要求以论文格式排版写好,以便发表。但遗憾的是,编辑部并没有采用,而是推脱文中一些“误解”。可喜的是,正碰上湖南省数学会2009年年会暨第二十一届大学数学研讨会在学校召开,于是作者把撰写的论文投给了研讨会进行研讨,最终论文被评为“优秀论文二等奖”,并发表在湖南工业大学学报的2010年第24卷第1期上,研究成果终于被专家承认,也让作者的研究没有成为“白忙”的。于是,

研究进一步发展,并于同年又撰写了一篇论文,并发表在湖南工业大学学报的2011年第25卷第1期上。

由于作者的研究成果能得到专家承认和发表,使得作者研究更具有信心。之后,作者在研习常微分方程一书时,发现了利用拉普拉斯变换求解常系数线性微分方程的初值问题只能用于零初始条件,根据拉普拉斯变换的定义,也只能对零初始条件起作用,于是作者就此提出了关键问题,为什么任何初值条件不能用拉普拉斯变换呢?换句话说,我们能否改变拉普拉斯变换,导入新的变换来解决这一问题呢?

作者带着这样的疑问,一直思考下去,终于奇迹发生了。作者在学校自习室研习拉普拉斯变换时,发现在积分下限中导入一个参数,可以改变拉普拉斯原有的意义,可以在任何初值条件下,重新定义含参变量的拉普拉斯变换。随后,作者还利用原来的拉普拉斯变换所有具备的性质,相应的在含参变量的拉普拉斯变换中,同样的有着相应的性质。于是,这一发现,激发了作者对拉普拉斯变换的研究兴趣,尤其是含参变量的拉普拉斯变换。

发现这一结果后,作者立即撰写成论文,并与阳教授讨论,阳教授惊讶不已,有了含参变量的拉普拉斯变换,那些非零初始条件的常系数线性微分方程的初值问题就完全可以借助含参变量的拉普拉斯变换来解决了,其研究价值较大,值得去研究。而后,作者在学校图书室、杂志报刊以及中国知网这些收录网站查询有关含参变量的拉普拉斯变换的文章和专著,结果令作者十分的不满,在国内,有关拉普拉斯变换的论文很少,并且基本都是有关其应用的论文,而专著更少,基本都是渗杂在一些复变函数、控制论、信息论、工程基础等书籍中,且只占了1个章节的内容。从此,作者就想编一本专门讲解拉普拉斯变换的书籍。

当作者发现含参变量的拉普拉斯变换后,撰写成了论文,之后也发表在湖南工业大学学报2012年第26卷第1期上。尽管《含参变量的拉普拉斯变换》一文发表了,但作者一直没有停留过含参变量的拉普拉斯变换的研究。直到今年,经过3年多的研究,作者对含参变量的拉普拉斯逆变换、含参变量的拉普拉斯变换的应用等研究均有些成果,并编写成《拉普拉斯变换及其应用》一书,把作者研究含参变量的拉普拉斯变换的研究成果都写入该书中。

本书共分5章,第1章介绍拉普拉斯变换及其性质,第2章介绍拉普拉斯逆变换,第3章介绍含参变量的拉普拉斯变换及其逆变换,第4章介绍拉普拉斯变换在微积分方程(组)的应用,第5章介绍拉普拉斯变换在控制论中的应用,另外还附有习题参考答案、拉普拉斯变换表、主要参考文献和笔者后记。其中第1章、第2章、第4章、第5章的部分内容为作者编写的,第3章和第4章、第5章的部分内容为作者研究的成果。本书充实了拉普拉斯变换的理论,增添了新的一页。同时,本书中含有大量习题,供读者参考。

遗憾的是,由于时间有限,并限于作者的水平,书中没有深刻地研究拉普拉斯变换理论的应用,尤其是含参变量的拉普拉斯变换的理论,给读者带来了许多的不解之处,还望广大读者理解.但正是如此,该书中有含参变量的拉普拉斯变换的理论的研究和应用较少,可以给广大读者继续研究和完善,同时作者也会继续研究和完善含参变量的拉普拉斯变换的理论知识及其应用.

关于含参变量的拉普拉斯变换研究得到作者大学教师阳教授的帮助,在这里对他表示衷心地感谢;同时,还要感谢刘培杰老师及其数学工作室的大力支持.

限于作者的知识水平,书中不难会出现疏漏,敬请望广大读者批评与指正,同时希望提出宝贵的建议.

符云锦

2013年5月4日于凤凰古城