奥林匹克模拟试卷

全国初中

初三数学

中小学学科奥林匹克编辑部组编

奥林匹克出版社

全国初中
奥林匹克模拟试卷

（初三数学）

主　编　王向东　韩普宪
编　委　王永乐　王金梅
　　　　王向东　韩普宪
　　　　崔秋歌　石永生

奥林匹克出版社

责任编辑:荷　风
封面设计:周春林

图书在版编目(CIP)数据
全国初中奥林匹克模拟试卷:初二数学/王向东 编.
—北京:奥林匹克出版社,2000.5
ISBN 7-80067-087-2

Ⅰ.全… Ⅱ.王… Ⅲ.数学课-初中-竞赛题. Ⅳ.G632.479
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 06970 号

奥林匹克出版社出版发行
(北京西城西外北滨河路 11 号)
邮政编码:100044
新　华　书　店　经　销
北京国防印刷厂印刷

850×1168 毫米　32 开本　10 印张　200 千字
2001 年 1 月第 2 版　2001 年 1 月第 1 次印刷
印数 1—5000
ISBN 7-80067-087-2/G·55
定价:　11.00 元

前　言

目前，在我国举办的中小学各学科奥林匹克的竞赛宗旨，都是在课堂所学知识的基础上，引导那些学有兴趣、学有余力的学生在该学科得以继续提高、拓展。另一方面，学科奥林匹克的开展，又反过来促使许多一时还没有学习兴趣或一时学习能力较差的学生在学习能力方面发生量或质的变化。我国每年的在校中小学生达2亿，每个人的内在、外在条件千差万别，受家庭、学校客观条件的限制，设想让这么众多学生的学习能力齐步走，是不现实的。因此就有众多的学生在现行教材的基础上去寻觅更多的科学知识；这正是学科奥林匹克及学科奥林匹克图书这么“火”的主要原因。

奥林匹克出版社去年出版的学科奥林匹克图书，得到了广大中小学生的厚爱，在此，我们向广大的读者表示真诚的谢意。为适应广大读者的需求，今年我们将陆续推出20多个品种的奥林匹克图书，包括《学科奥林匹克模拟试卷》(小学数学卷，共4册；初中数、理、化、语、英卷，共12册)、《初中语文奥林匹克ABC卷及解析》(共3册)、《数学奥林匹克典型题一题多解》(分小学册、初中册、高中册，共3册)以及《近年国际数学奥林匹克试卷汇编及解析》(一册)。

《学科奥林匹克模拟试卷》的编写，特别注重了对学生的期中、期末或升学考试有很强的针对性。因此，该丛书不仅仅可供参赛选手在参赛之前强化训练用，更重要的是使学生能对该学科课堂知识的掌握程度作一次检测。书后的解答或辨析部分给读者提供了扎实的基础知识，灵活的解题技巧与方法，以大幅度地提高学生的学习素质。由于各学科参赛学生的比例不同，各科模拟试卷的形式及难易程度也略有差异，其目的是为了更好地适合广大读者的学

习需求。

奥林匹克出版社出版的系列奥林匹克图书，是为了让亿万中小学生能获得更多因才施教的好读物。我们做了许多尝试和努力，但肯定存在着不足之处，我们正在不断地改进提高，希望能得到您的帮助。

中小学科奥林匹克编辑部

目　录

试卷/答案

模拟试卷一 …………………………………………… (1)(82)
模拟试卷二 …………………………………………… (4)(90)
模拟试卷三 …………………………………………… (7)(101)
模拟试卷四 …………………………………………… (10)(111)
模拟试卷五 …………………………………………… (13)(122)
模拟试卷六 …………………………………………… (15)(133)
模拟试卷七 …………………………………………… (18)(143)
模拟试卷八 …………………………………………… (22)(153)
模拟试卷九 …………………………………………… (25)(162)
模拟试卷十 …………………………………………… (29)(172)
模拟试卷十一 ………………………………………… (33)(182)
模拟试卷十二 ………………………………………… (40)(191)
模拟试卷十三 ………………………………………… (46)(201)
模拟试卷十四 ………………………………………… (52)(211)
模拟试卷十五 ………………………………………… (55)(222)
模拟试卷十六 ………………………………………… (58)(233)
模拟试卷十七 ………………………………………… (61)(242)
模拟试卷十八 ………………………………………… (64)(253)
模拟试卷十九 ………………………………………… (67)(263)
模拟试卷二十 ………………………………………… (70)(272)
模拟试卷二十一 ……………………………………… (73)(282)
模拟试卷二十二 ……………………………………… (76)(293)
模拟试卷二十三 ……………………………………… (79)(303)

模拟试卷一

一、选择题（本大题共 6 个试题，每小题有一个正确答案，选对得 5 分，选错、不选或多选均得 0 分）.

1. 在 40 与 50 之间能整除 $7^{24}-1$ 的数是（　　）.

A. 41、48　　B. 45、47　　C. 43、48　　D. 41、47

2. 设 $N=8888^{8888}$ 写成十进制数时，它的各位数字之和是 A，而 A 的各位数字之和是 B，B 的各位数字之和是 C，则 C 是（　　）.

A. 11　　B. 7　　C. 9　　D. 4

3. 为了给一本书的各页标出页码，在计算机排版录入时，录入员需击打数字键 3645 次，这本书的页数是（　　）.

A. 1187　　B. 1188　　C. 1189　　D. 非上述答案

4. 设 $a_1,a_2,\cdots,a_8$ 是 8 个互异的整数，$\bar{a}$ 是它们的算术平均数. 如果 r 是下面方程：

$$(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_8)+1980=0$$

的整数解，则 r 等于（　　）.

A. $\bar{a}+1$　　B. $\bar{a}+2$　　C. $\bar{a}-2$　　D. $\bar{a}+2$ 或 $\bar{a}-2$

5. 甲、乙二人同时解根式方程 $\sqrt{x+a}+\sqrt{x+b}=7$. 抄题时，甲错抄成 $\sqrt{x+a}+\sqrt{x-b}=7$，结果解得一根是 12；乙错抄成 $\sqrt{x+d}+\sqrt{x+b}=7$，结果解得一根是 13. 已知二人除抄错题之外，解题过程无误，则 d 的值有（　　）个.

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

6. 已知 $x_1,x_2,x_3,\cdots,x_{10}$ 都是正整数，$x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{10}=x_1x_2x_3\cdots x_{10}$，且其中一个取得最大值，则 $x_1+x_2+\cdots+x_{10}$ 的值等于（　　）.

A. 19　　　B. 20　　　C. 21　　　D. 22

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 5 分）

1. 已知将整数 N 的个位数字写在最高位得另一整数 M，且 $M=5N$. 则 N 最小是________.

2. 已知 $\sqrt{a^2-1996}$ 是整数，则 a 等于________.

3. 已知 a、b、c 都是整数，$m=a^2+b^2$，$n=c^2+d^2$. 则 mn 也可表示为两个整数的平方和，且有 $m\cdot n=$________.

4. 已知 $3p+9q=51$，且 p、q 为素数，则 $\log_{13}\dfrac{p}{5q+1}=$________.

5. 某城市在一次为残疾人募捐发行的彩票 999999 张. 每张彩票上印有一个六位数字的号码. 从 000001 到 999999 号. 如果号码的前三位数字之和等于后三位数字之和，则称这张彩票为“幸运票”. 例如 112031，因 $1+1+2=3+1$，所以号码为 112031 的彩票为幸运票. 已知幸运票总共有 N 张. 则该城市这次发行的彩票中，所有幸运票号码之和可表示为________.

6. 由七个数字 0,1,2,3,4,5,6 组成的，且能被 55 整除的最小的七位数是________.

三、解答题

1.（8 分）能否将①$1999^{1999}$；②$1999!$ 表示成 1999 个连续的奇自然数之和？

2.（8 分）证明

(1)若 2^n-1 为素数(这样的素数称为梅森素数)，则 n 也是素数.

(2)当 n 为奇素数时，2^n-1 与 2^n+1 不能同时为素数.

3.（10 分）求对于任何自然数 n 总能整除 $n^4+2n^3+11n^2+10n$ 的最大自然数 m.

4. （14 分） 若自然数 a、b、c 满足 $a^2+b^2=c^2$，就称 a、b、c 为一组勾股数. 试证任何一组勾股数 a、b、c 的乘积 abc 总能被 60 整除.

模拟试卷二

一、选择题（本大题共 6 个小题，每小题只有一个正确答案，选对得 5 分，选错、不选或多选均得 0 分）.

1. 已知方程 $x^2-5x+a+3=0$ 有两个正整数根，则 a 的值是（　　）.

A. $a=1$　B. $a=3$　C. $a=1$ 或 $a=3$　D. $a=1$ 或 $a=4$

2. 已知函数 $y=\dfrac{ax^2+6x+b}{x^2+1}$ 的最大值为 9，最小值为 1，则有（　　）.

A. $a=5,b=4$　B. $a=4,b=5$　C. $a=b=5$　D. $a=b=4$

3. 若方程 $x^4+6x^3+(9-3p)x^2-9px+2p^2=0$ 有且仅有一个实数满足，则 p 的值是（　　）.

A. $p=-\dfrac{9}{4}$　　B. $p=-\dfrac{9}{8}$

C. $p=-\dfrac{9}{4}$ 或 $p=-\dfrac{9}{8}$　　D. 不存在

4. 方程 $x^2+2ax+a-4=0$ 恒有二相异实根，方程 $x^2+2ax+k=0$ 也有二相异实根，且其二根介于上面方程二根之间，则 k 的取值为（　　）.

A. $k^2\leqslant a^2$　B. $k\geqslant a-4$　C. $a-4<k<a^2$　D. $a-4<k<a$

5. 已知 a、b、c 均为正实数，关于 x 的三个方程：

$x^2+2\sqrt{a+b}\,x+2c=0$

$x^2+2\sqrt{b+c}\,x+2a=0$

$x^2+2\sqrt{a+c}\,x+2b=0$

则这三个方程存在实根的情况是（　　）.

A. 均有实根　　B. 至少两个有实根

C. 至少一个有实根　　　　D. 都没有实根

6. 用集合 R_1、R_2 分别表示下列两函数的值域.

(1)$y=\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$;(2)$y=3-\dfrac{1}{x}-9x\ (x>0)$则有(　　).

A. $R_1=\{y:y\leqslant 3\}$，　$R_2=\{y:y\leqslant -3\}$

B. $R_1=\left\{y:\dfrac{1}{3}\leqslant y\leqslant 3\right\}$,$R_2=\{y:y\geqslant -3\}$

C. $R_1=\left\{y:\dfrac{1}{3}\leqslant y\leqslant 3\right\}$,$R_2=\{y:y\leqslant -3\}$

D. 非上述答案

二、填空题(本大题共有 6 个小题,每小题 5 分)

1. 已知方程 $x^2+2(1+a)x+(3a^2-6ab+9b^2+2)=0$ 有实根，则方程的根为________.

2. 已知方程$(|a|-1)x^2+2(a+1)x+1=0$ 恰有一个实数满足,则 a 的值为________.

3. 若方程$\dfrac{x}{x-3}+\dfrac{x-3}{x}+\dfrac{2x-a}{x(x-3)}=0$ 只有一个实根,则 a 的值为________.

4. 若方程组

$\begin{cases}(x+y)^2=a+x+2y\\(x-y)^2=a-x+2y\end{cases}$ 有解,但无不同的解,则 a 等于________.

5. 如图所示,在四边形 $ABCD$ 中,$AD=DC=1$,$\angle DAB=\angle DCB=90°$,$BC$、$AD$ 的延长线交于点 P,则 $AB\cdot S_{\triangle PAB}$的最小值是________.

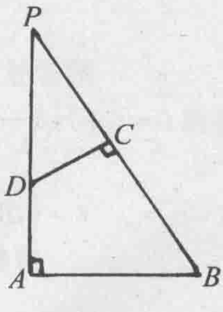

图 1-1

6. 设 $f(x)=x^2+x-2$, $g(x)=\dfrac{|f(x)|-f(x)}{2}$,当 $a\neq 0$ 时,直线 $y=ax+b$

与曲线 $y=g(x)$ 有三个不同的交点，则 a、b 的取值范围是________.

三、解答题

1. (8 分)　已知 $a>b>c$，求证：

$(2b-c-a)^2-4(2a-b-c)(2c-a-b)=9(a-c)^2$

2. (8 分)　一艘船 A 停泊在距海岸 2 千米处的海面上，沿海岸有一座 B 城，距离岸上离船最近的 C 点 3 千米. 一位船员因事要到 B 城去. 已知他步行每小时走 5 千米，划船每小时行 3 千米，问此船员最快几小时到达 B 城？

3. (10 分)　已知 $c^2=a^2+b^2$，且 $a>0, b>0, c>0$，求证方程 $a(1-x^2)-2\sqrt{2}bx+c(1+x^2)=0$ 有两个不等的实根；若该方程的两根的平方和等于 6，求它的两根.

4. (14 分)　已知 a、b、c 都是正数，求证：

(1)若长度为 a、b、c 的线段可构成一个三角形，则对一切满足 $p+q=1$ 的实数，都有 $pa^2+qb^2>pqc^2$.

(2)若对于一切满足 $p+q=1$ 的实数，都有 $pa^2+qb^2>pqc^2$，则长度为 a、b、c 的线段可以构成一个三角形.

模拟试卷三

一、选择题(本大题共 6 个小题,每小题只有一个正确答案,选对得 5 分,选错、不选或多选均得 0 分).

1. 设方程 $x+\frac{1}{x}=1999$ 的两根为 a、b,则代数式 $a(\frac{1-b^3}{1-b})$的值是(　　).

A. 1998　　B. 1999　　C. 2000　　D. 2001

2. 已知方程 $x^2+ax+1=b$ 的根是自然数,则 a^2+b^2 是(　　).

A. 素数　　B. 合数　　C. 奇数　　D. 偶数

3. 已知实系数方程 $ax^2+2bx+c=0$ 有二实根 x_1、x_2,设 $a>b>c$,且 $a+b+c=0$,则 $d=|x_1-x_2|$的取值范围是(　　).

A. $0<d<\sqrt{3}$　　B. $0<d<2\sqrt{3}$

C. $\sqrt{3}\leqslant d<2\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{3}<d<2\sqrt{3}$

4. 已知 x_1、x_2 是方程 $x^2+mx+(m+3)=0$ 的二个实根,那么 x^2+y^2 的最小值是(　　).

A. 7　　B. 2　　C. 18　　D. 非上述答案

5. 已知方程 $x^2-x-1=0$ 的根是方程 $x^6-px^2+q=0$ 的根,则 p 与 q 的值是(　　).

A. $p=3,q=8$　　B. $p=8,q=3$

C. $p=3,q=8$ 或 $p=8,q=3$　　D. 不确定

6. 方程:

$(\sqrt{\sqrt{x^2-8x+9}+\sqrt{x^2-8x+7}})^x+(\sqrt{\sqrt{x^2-8x+9}-\sqrt{x^2-8x+7}})^x=2^{1+\frac{x}{4}}$的根是(　　).

A. 0、1、7　　B. 1、7　　C. 无解　　D. 非上述答案

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 5 分）

1. 已知方程 $x^2+px+q=0$ 的一个根是另一个根的 4 倍，则 p、q 所满足的关系式是________

2. 如果 α、β 是方程 $x^2+2(k+3)x+k^2+3=0$ 的二实数，则 $(\alpha-1)^2+(\beta-1)^2$ 的最小值是________.

3. 已知 x_1、x_2 是方程 $x^2-3x+1=0$ 的二根，那么 $x_1^4+\frac{1}{x_2^4}$ 等于________.

4. 要使方程 $kx^2+(k+1)x+(k-1)=0$ 的根都是整数，k 的值应等于________.

5. 已知方程 $ax^2+bx+c=0$ 的二根之差为 8，二根的算术平均数是 5，则方程 $ax^2-(6a-b)x+9a-3b+c=0$ 的根是________.

6. 已知 n 是自然数，方程 $x^2+n^2x+(n-1)=0$ 当 $n=2$ 时，二根为 a_2、b_2；当 $n=3$ 时，二根为 a_3、b_3；…；当 $n=100$ 时，二根为 a_{100}、b_{100}. 则代数式 $\frac{1}{(a_2-1)(b_2-1)}+\frac{1}{(a_3-1)(b_3-1)}+\cdots+\frac{1}{(a_{100}-1)(b_{100}-1)}$ 的值等于________.

三、解答题

1. （6 分）已知 $ab\neq1$，且

$$5a^2+787643150a+7=0$$

$$7b^2+787643150b+5=0$$

求 $\frac{a}{b}$.

2. （10 分） 设 m 是有理数，二次方程

$$x^2+(3+\sqrt{2})x+m\sqrt{2}-4=0$$

有异号二实根，其中一根为有理数，试作一方程，缺少一次项，使它的两个根各比原方程两根大同一个数.

3. （10 分） 若方程 $x^2+ax+b=0$ 有两个不同的实根. 求证：方程 $x^4+ax^3+(b-2)x^2-ax+1=0$ 有四个不同的实根.

4. （14 分）在梯形 $ABCD$ 中，已知 $AB/\!/CD$，$\angle ABC=90°$，以 AD 为直径作圆交 BC 于 E，求证：

（1）$AB \cdot DE+BE \cdot AE=BC \cdot AE$

（2）$BE \cdot DE=CD \cdot AE$

模拟试卷四

一、选择题（本大题共 6 个小题，每小题有一个正确答案，选对得 5 分；选错、不选或多选均得 0 分）

1. 对任意两个实数 a、b，用 $\min(a,b)$ 表示其中较小的数，那么方程 $x\min(x,-x)=1-2x$ 的根是(　　).

A. $-1,\sqrt{2}-1$　　　　B. $1,-1-\sqrt{2}$

C. $-1,1-\sqrt{2}$　　　　D. $1,\sqrt{2}-1$

2. 方程 $3x^2-6x-6-x\sqrt{x^2-2x-2}=0$ 的实根的个数是(　　)个.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3. 方程 $\dfrac{4x}{x^2+x+3}+\dfrac{5x}{x^2-5x+3}=-\dfrac{3}{2}$ 的根是(　　).

A. $\dfrac{1}{2}(3\pm\sqrt{21})$　　　　B. $\dfrac{1}{2}(5\pm\sqrt{13})$

C. $\dfrac{1}{2}(-3\pm\sqrt{21})$　　　　D. $\dfrac{1}{2}(-5\pm\sqrt{13})$

4. 方程 $\sqrt{\dfrac{x}{2-x}}+\sqrt{\dfrac{2}{x}-1}=\dfrac{25}{12}$ 的根是(　　).

A. $\dfrac{18}{25}$　　B. $\dfrac{32}{25}$　　C. $\dfrac{18}{25},\dfrac{32}{25}$　　D. 非上述答案

5. 已知关于 x 的方程 $x^4-22x^2-48x-23=0$ 和 $a=\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}$，$b=\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}$，$c=\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{6}$，$d=\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}$，则下列结论正确的是(　　).

A. a、b 是方程的根，c、d 不是方程的根

B. c、d 是方程的根，a、b 不是方程的根

C. a、d 是方程的根，b、c 不是方程的根

D. b、c 是方程的根，a、d 不是方程的根

6. 方程组

$$\begin{cases} x+y-z=4 \\ x^2+y^2-z^2=12 \\ x^3+y^3-z^3=34 \end{cases}$$

的解共有(　　)组.

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 6

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 5 分）

1. 方程 $\sqrt{9x-5}-\sqrt{9x-6}=\sqrt{5x-1}-\sqrt{5x-2}$ 的根是________.

2. 方程 $x^5-3x^4+x^3-x^2+3x-1=0$ 的根是________.

3. 满足方程 $x=(x-\frac{1}{x})^{\frac{1}{2}}+(1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{2}}$ 的 x 值有________.

4. 方程组

$$\begin{cases} x+7y+3z+5t=16 \\ 8x+4y+6z+2t=-16 \\ 2x+6y+4z+8t=16 \\ 5x+3y+7z+t=-16 \end{cases}$$

的解是________.

5. 方程组

$$\begin{cases} (x+2y)(x-2z)=24 \\ (y+2x)(y-2z)=-24 \\ (z-2x)(z-2y)=-11 \end{cases}$$

的解是________.

6. 由方程组