

# 新编数学辅导与测试

——周周练·单元练·综合练

高中三年级（上）

（第二版）

孙 琪 主编

名师出题 直击高考

新的题型  
新的理念



同济大学出版社

# 新编数学辅导与测试

——周周练·单元练·综合练

高中三年级(上)

(第二版)

孙 琪 主编

同济大学出版社

## 第二版前言

### 2. 满足

(A)是根据《中学数学教学大纲》并结合上海市中学课程教学改革的实践编写的。它内容新颖,针对性强,编排合理,有前瞻性,有利于学生掌握数学知识和提高解题能力。

在数学教育领域内,一般能力通常包括学习新的数学知识的能力、探究数学问题的能力、应用数学知识解决实际问题的能力。本书在培养学生能力上下了功夫,出了新型题。

本书供使用上海数学教材的学生使用。内容编排基本与教学进度同步,采用“一周一练”这一辅导与测试模式,融知识、方法和能力为一体。本书有三个特点:第一,实用性强。本书分年级、按进度同步编写,每个年级分上、下两个分册以A卷、B卷形式出现。每周的测试题涵盖了本周的教学内容,由浅入深,层层推进。第二,针对性强。每周的测试题前有“知识要点”,简述本周的重点和难点。A卷是帮助学生掌握和巩固教材中的要点,其难易程度与教材中的习题相同或略高。B卷侧重于知识的拓展和延伸,其难易程度比教材中的习题要高,水平接近高考试题,为后一阶段继续学习做好了准备。第三,前瞻性强。本书考虑到上海教学改革的发展趋势,为适应高考的改革,增加了开放性问题、探索性问题、实际应用问题。书中最后附参考答案,而高三年级的大部分试题还有较为详细的解题过程,以供学生练习后自检。

该书的出版得益于同济大学出版社缪临平副编审对本书的策划与组稿,在此,我们表示衷心的感谢。

本书由孙琪主编。高一年级(上)参加编写的有卢明、孙琪,高二年级(上)参加编写的有程与增、秦亮、方凤玲、林浩然,高三年级(上)参加编写的有陈无忌、裴婉儿。全书由孙琪统稿。

限于编者水平,不妥之处,我们真诚地希望使用本书的老师、学生和家長能将意见以及使用情况反馈给我们,以便今后进一步修改完善。

编者

# 目 录

|      |                   |      |
|------|-------------------|------|
| 第一周  | 集合与简易逻辑(A卷)       | (1)  |
| 第一周  | 集合与简易逻辑(B卷)       | (5)  |
| 第二周  | 函数与反函数            | (9)  |
| 第二周  | 函数的定义域和值域         | (13) |
| 第三周  | 二次函数的讨论           | (17) |
| 第三周  | 函数的性质             | (21) |
| 第四周  | 幂函数、指数函数、对数函数     | (25) |
| 第四周  | 抽象函数及函数的应用        | (29) |
| 第五周  | 任意角的三角比           | (33) |
| 第五周  | 三角函数的性质与图像        | (37) |
| 第六周  | 反三角函数与简单三角方程      | (41) |
| 第六周  | 三角函数的综合应用         | (45) |
| 第七周  | 复数(A卷)            | (49) |
| 第七周  | 复数(B卷)            | (53) |
| 第八周  | 解不等式              | (57) |
| 第八周  | 绝对值不等式            | (61) |
| 第九周  | 不等式的性质与应用(A卷)     | (65) |
| 第九周  | 不等式的性质与应用(B卷)     | (69) |
| 第十周  | 等差数列与等比数列         | (73) |
| 第十周  | 数列与数学归纳法          | (77) |
| 第十一周 | 数列的极限             | (81) |
| 第十一周 | 数列的应用             | (85) |
| 第十二周 | 排列组合、二项式定理、概率(A卷) | (89) |
| 第十二周 | 排列组合、二项式定理、概率(B卷) | (93) |

|      |               |       |
|------|---------------|-------|
| 第十三周 | 综合训练(A卷)      | (97)  |
| 第十三周 | 综合训练(B卷)      | (101) |
| 第十四周 | 直线与平面(A卷)     | (105) |
| 第十四周 | 直线与平面(B卷)     | (109) |
| 第十五周 | 多面体、向量(A卷)    | (113) |
| 第十五周 | 多面体、向量(B卷)    | (117) |
| 第十六周 | 直线、圆、椭圆(A卷)   | (121) |
| 第十六周 | 直线、圆、椭圆(B卷)   | (125) |
| 第十七周 | 双曲线、抛物线(A卷)   | (129) |
| 第十七周 | 双曲线、抛物线(B卷)   | (133) |
| 第十八周 | 参数方程、极坐标(A卷)  | (137) |
| 第十八周 | 参数方程、极坐标(B卷)  | (141) |
| 第十九周 | 轨迹问题、最值问题(A卷) | (145) |
| 第十九周 | 轨迹问题、最值问题(B卷) | (149) |
| 第二十周 | 圆锥曲线综合问题(A卷)  | (153) |
| 第二十周 | 圆锥曲线综合问题(B卷)  | (157) |
| 参考答案 |               | (161) |

# 第一周 集合与简易逻辑

## 【知识要点】

1. 集合元素的无序性、互异性、确定性.
2. 元素和集合之间的关系用“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”表示,集合和集合之间的关系用“ $\subseteq$ ”、“ $\supseteq$ ”或“ $=$ ”表示.
3. 两个集合的交、并、补运算方法可用定义法、韦恩图法和数轴法.
4. 常用集合记号: $\mathbf{N}$  自然数集, $\mathbf{N}^*$  不包含零的正整数集, $\mathbf{Z}$  整数集, $\mathbf{Q}$  有理数集, $\mathbf{R}$  实数集, $\mathbf{C}$  复数集.
5. 几个否定形式:

$\alpha$  且  $\beta$   $\bar{\alpha}$  或  $\bar{\beta}$ ; 都是 不都是; 一定是 一定不是; 至多一个 至少两个

## (A 卷)

姓名 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

### 一、填空题(4分 $\times$ 6=24分)

1.  $\lg x^2 - \lg(x+2) = 0$  的解集 \_\_\_\_\_.
2. 命题“若  $x^2 + y^2 + 2x + 1 = 0$ , 则  $x = -1$  且  $y = 0$ ”的否命题是 \_\_\_\_\_.
3. 已知集合  $A = \{-1, 2, 3, 4\}$ , 集合  $B = \{y | y = x^2 - 2x + 2 \quad x \in A\}$ , 若用列举法表示集合  $B$ , 则集合  $B =$  \_\_\_\_\_.
4. 已知  $P$  是  $q$  的必要不充分条件, 那么, 非  $P$  是非  $q$  的 \_\_\_\_\_ 条件.
5. 设集合  $A = \{x | |x| < 4\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 4x + 3 > 0\}$ , 则集合  $\{x | x \in A \text{ 且 } x \notin A \cap B\}$  = \_\_\_\_\_.
6. 已知集合  $A = \{(x, y) | y = \sqrt{1-x^2}\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = x + m \quad m \in \mathbf{R}\}$ , 若  $A \cap B$  是单元素集合, 则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

### 二、选择题(4分 $\times$ 8=32分)

1. 设  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$  均为非零实数, 不等式  $a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0$  和  $a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0$

的解集分别为集合  $M$  和  $N$ , 那么,  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  是  $M=N$  的 ( )

- (A) 充分非必要条件; (B) 必要非充分条件;  
(C) 充分必要条件; (D) 既非充分又非必要条件.

2. 满足条件  $M \cup \{1\} = \{1, 2, 3\}$  的集合  $M$  的个数 ( )

- (A) 4; (B) 3; (C) 2; (D) 1.

3. 设  $A, B, I$  均为非空集合且满足  $A \subseteq B \subseteq I$ , 则下列各式中, 错误的是 ( )

- (A)  $(\complement_I A) \cup B = I$ ; (B)  $(\complement_I A) \cup (\complement_I B) = I$ ;  
(C)  $A \cap (\complement_I B) = \emptyset$ ; (D)  $(\complement_I A) \cap (\complement_I B) = \complement_I B$ .

4. 已知三个不等式  $ab > 0, bc - ad > 0, \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$  ( $a, b, c, d \in \mathbf{R}$ ) 用其中两个不等式作条件, 余下一个不等式作结论, 组成一个命题, 可组成正确的命题的个数是 ( )

- (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3.

5. 定义  $A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ , 若  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{2, 3, 5\}$ , 则  $A - B$  等于 ( )

- (A)  $A$ ; (B)  $B$ ; (C)  $\{2\}$ ; (D)  $\{1, 7, 9\}$ .

6. 若不等式  $4x^2 + 9x + 2 < 0$  和不等式  $ax^2 + bx - 2 > 0$  的解相同, 则实数  $a, b$  的值为 ( )

- (A)  $a = -8, b = -10$ ; (B)  $a = -1, b = 9$ ;  
(C)  $a = -4, b = -9$ ; (D)  $a = -1, b = 2$ .

7. 图 1 中阴影部分所表示的集合是 ( )

- (A)  $\complement_I (A \cap B)$ ;  
(B)  $\complement_I (A \cup B)$ ;  
(C)  $(\complement_I A) \cap (\complement_I B)$ ;  
(D)  $((\complement_I A) \cap B) \cup (A \cap (\complement_I B))$ .

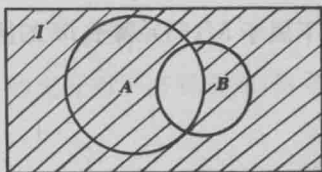


图 1

8.  $a=1$  是函数  $y = \cos^2 ax - \sin^2 ax$  的最小正周期为  $\pi$  的 ( )

- (A) 充分不必要条件; (B) 必要不充分条件;  
(C) 充要条件; (D) 既非充分又非必要条件.

三、解答题(8分 $\times$ 4+12分=44分)

1. 已知  $A=\{x, xy, \lg(x \cdot y)\}$ ,  $B=\{0, |x|, y\}$ , 且  $A=B$ , 求  $x, y$ .

2. 已知集合  $A=\{y|y=x^2+1, x \in \mathbf{N}^*\}$ ,  $B=\{s|s=t^2-6t+10, t \in \mathbf{N}^*\}$ , 试确定集合  $A$  与  $B$  的关系, 并证明你的结论.

3. 设  $M=\{a|a=x^2-y^2 \quad x, y \in \mathbf{Z}\}$ , 求证: (1) 一切奇数属于  $M$ ; (2) 偶数  $4k-2$  ( $k \in \mathbf{Z}$ ) 不属于  $M$ ; (3) 属于  $M$  的两个整数其积仍属于  $M$ .





4. 对于满足  $0 \leq P \leq 4$  的一切实数, 不等式  $x^2 + Px > 4x + P - 3$  恒成立, 求  $x$  的取值范围.

5. 对于在  $[m, n]$  上有意义的两个函数  $f(x)$  与  $g(x)$ , 如果对任意  $x \in [m, n]$  均有  $|f(x) - g(x)| \leq 1$ , 则称  $f(x)$  与  $g(x)$  在  $[m, n]$  上是接近的, 否则称非接近的, 现有两个函数  $f_1(x) = \log_a(x - 3a)$  与  $f_2(x) = \log_a \frac{1}{x - a}$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ) 给定区间  $[a + 2, a + 3]$ .

(1) 若  $f_1(x)$  与  $f_2(x)$  在给定区间  $[a + 2, a + 3]$  上都有意义求  $a$  的取值范围;

(2) 讨论  $f_1(x)$  与  $f_2(x)$  在给定区间  $[a + 2, a + 3]$  上是否是接近的.

# 第一周 集合与简易逻辑

## (B 卷)

姓名\_\_\_\_\_ 班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

### 一、填空题(3 分 $\times$ 12=36 分)

1. 若集合  $A = \{x | 3\cos 2\pi x = 3^x, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{y | y^2 = 1, y \in \mathbf{R}\}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_.

2.  $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$ ,  $N = \left\{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$ , 则  $M$  \_\_\_\_\_  $N$ . (请填

上  $M, N$  的关系)

3. 设  $A = \{5, \log_2(a+3)\}$ , 集合  $B = \{a+1, b\}$ , 若  $A \cap B = 2$ ,  $A \cup B = \{2, 3, 5\}$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_.

4. 命题“ $a=2$  且  $b=3 \Rightarrow a+b=5$ ”的否命题是\_\_\_\_\_, 此否命题是\_\_\_\_\_ (真、假)命题.

5. 有甲、乙、丙、丁四位歌手参加比赛, 其中一位获奖. 有人访问这四位歌手, 甲说: “是乙或丙获奖”; 乙说: “甲未获奖, 丙也未获奖”; 丙说: “我获奖了”; 丁说: “是乙获奖”. 四位歌手中有两人说的是真话, 则获奖的歌手是\_\_\_\_\_.

6. 写出  $a > b$  且  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  的一个充分非必要条件\_\_\_\_\_, 一个必要非充分条件\_\_\_\_\_.

7.  $f(x)$  是定义在实数集  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 在  $x \in [0, \infty)$  上是增函数, 且  $f\left(\frac{1}{3}\right) = 0$ , 则满足  $f(\log_8 x) > 0$  的  $x$  取值范围是\_\_\_\_\_.

8. 不等式  $\frac{1}{x-1} \geq \frac{1}{x^2-1}$  的解集\_\_\_\_\_.

9. 非空集合  $M \subseteq \{m \in \mathbf{N}^* \mid m \leq 10\}$ , 且当  $m \in M$  时  $8-m \in M$ , 则这样的集合  $M$  共有\_\_\_\_\_个.

10. 在空间: ① 若四点不共面, 则四点中, 任何三点都不共线; ② 若两条直线没有公共

点,则这两条直线是异面直线.

以上两个命题中,逆命题为真命题的是\_\_\_\_\_.

11. 若集合  $A = \{(x, y) | y = x^2\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 全集  $I = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_;  $A \cap (\complement_I B) =$  \_\_\_\_\_.

12. 设集合  $M = \{(x, y) | y = x - 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $N = \{(x, y) | y = [x], x \in \mathbf{R}\}$ , 其中  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, 则  $M \cap N =$  \_\_\_\_\_.

## 二、选择题(4分 $\times$ 7=28分)

1. 设集合  $A = \{x | x^2 - 1 > 0\}$ ,  $B = \{x | \log_2 x > 0\}$ , 则  $A \cap B$  等于 ( )

(A)  $\{x | x > 1\}$ ;

(B)  $\{x | x > 0\}$ ;

(C)  $\{x | x < -1\}$ ;

(D)  $\{x | x < -1, \text{或 } x > 1\}$ .

2.  $A = \{x | 2\lg x = \lg(8x - 15) \ x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \left\{x \left| \cos \frac{x}{2} > 0 \ x \in \mathbf{R} \right.\right\}$ , 则  $A \cap B$  的元素个数是 ( )

(A) 1;

(B) 2;

(C) 4;

(D) 0.

3. 设  $A = \{x | x = \sqrt{5k+1} \ k \in \mathbf{N}\}$ ,  $B = \{x | x \leq 6 \ x \in \mathbf{Q}\}$ , 则  $A \cap B$  等于 ( )

(A)  $\{1, 4\}$ ;

(B)  $\{1, 6\}$ ;

(C)  $\{4, 6\}$ ;

(D)  $\{1, 4, 6\}$ .

4. 已知数列  $\{a_n\}$ , 那么, 对任意的  $n \in \mathbf{N}^*$ , 点  $P_n(n, a_n)$  都在直线  $y = 2x + 1$  上, 是“ $\{a_n\}$ ”为等差数列的 ( )

(A) 必要而不充分条件;

(B) 充分而不必要条件;

(C) 充分必要条件;

(D) 既非充分又非必要条件.

5. 命题  $P$ : 若  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则  $|a| + |b| > 1$ , 是  $|a + b| > 1$  的充分而不必要条件; 命题  $q$ : 函数  $y = \sqrt{|x-1| - 2}$  的定义域是  $(-\infty, -1] \cup [3, \infty)$ , 则 ( )

(A)  $P$  或  $q$  为假;

(B)  $P$  且  $q$  为真;

(C)  $P$  真、 $q$  假;

(D)  $P$  假、 $q$  真.

6. 设全集  $I = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ ,  $A = \left\{(x, y) \left| \frac{y-3}{x-2} = 1 \right.\right\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = x + 1\}$ , 则  $(\complement_I A) \cap B$  ( )

(A)  $A$ ;

(B)  $B$ ;

(C)  $\emptyset$ ;

(D)  $\{(2, 3)\}$ .

7. 函数  $f(x) = x(x+a) + b$  是奇函数的充要条件是 ( )

(A)  $ab = 0$ ;

(B)  $a + b = 0$ ;

(C)  $a = b$ ;

(D)  $a^2 + b^2 = 0$ .

三、解答题(7分×4+8分=36分)

1. 已知实数集  $A$ , 满足  $x \in A$  且  $x \neq \pm 1, 0$ , 则  $\frac{1+x}{1-x} \in A$ . (1) 求证: 当  $2 \in A$  时,  $A$  中还有 3 个元素; (2) 设  $\pm 1, 0 \notin A$ , 问非空数集  $A$  中, 至少有几个元素.

2.  $A = \left\{ x \mid -\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6} \right\}$ ,  $B = \left\{ y \mid y = -\frac{1}{2} \cos 2x - 2a \sin x + \frac{3}{2}, x \in A \right\}$ , 其中,  $\frac{\pi}{6} \leq a \leq \pi$ , 若  $B \subseteq A$ , 试求实数  $a$  的取值范围.

3. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ ,  $A = \{(x, y) \mid x = n, y = na + b, n \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{(x, y) \mid x = m, y = 3(m^2 + 5), m \in \mathbf{Z}\}$ ,  $C = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 144\}$  是平面  $xOy$  内点集, 讨论是否存在  $a$  与  $b$  使 (1)  $A \cap B \neq \emptyset$ ; (2)  $(a, b) \in C$ .

4. 已知集合  $A = \{x | x^2 - (2a+1)x + (a+2)(a-1) \geq 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - a(a+1)x + a^3 < 0\}$ , 是否存在这样的实数  $a$ , 使  $A \cup B = \mathbb{R}$ ? 为什么?

5. 已知  $a > 0$ , 函数  $f(x) = ax - bx^2$ , (1) 当  $b > 0$  时, 若对任意  $x \in \mathbb{R}$  都有  $f(x) \leq 1$ , 证明:  $a \leq 2\sqrt{b}$ ; (2) 当  $b > 1$  时, 证明对任意  $x \in [0, 1]$ ,  $|f(x)| \leq 1$  的充要条件是  $b-1 \leq a \leq 2\sqrt{b}$ ; (3) 当  $0 < b \leq 1$  时, 讨论对任意  $x \in [0, 1]$ ,  $|f(x)| \leq 1$  的充要条件.

## 第二周 函数与反函数

### 【知识要点】

1. 函数与其反函数的定义域、值域间关系为互相交换关系, 函数  $y=f(x)$  与其反函数  $y=f^{-1}(x)$  的图像关于直线  $y=x$  对称.
2. 求反函数的一般步骤: 由 (1)  $y=f(x)$  解出  $x=f^{-1}(y)$ ; (2) 求  $y=f(x)$  的值域得反函数的定义域; (3) 将  $x, y$  对换得反函数, 习惯表达式  $y=f^{-1}(x)$ .
3. 求分段函数的反函数, 可分别求得各段反函数, 再合成.
4. 注意结合图像解答, 即数形结合.

姓名\_\_\_\_\_ 班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

### 一、填空题(5分 $\times$ 6=30分)

1. 函数  $f(x)=-x^2$   $x \in (-\infty, -2]$  的反函数  $f^{-1}(x)=$ \_\_\_\_\_.
2. 函数  $y=x^2-2ax-3$  在区间  $[1, 2]$  上, 存在反函数的充分必要条件是\_\_\_\_\_.
3. 函数  $y=3^{-x}-1$  ( $x \leq 0$ ) 的反函数是\_\_\_\_\_.
4. 已知函数  $y=f(x)$  的反函数  $f^{-1}(x)=\sqrt{x}-1$  ( $x \geq 0$ ), 那么, 函数  $y=f(x)$  的定义域是\_\_\_\_\_.

### 5. 下列四组函数

- (1)  $f(x)=\lg x^2$ ,  $g(x)=2\lg x$ ;
- (2)  $f(x)=x-2$ ,  $g(x)=\sqrt{x^2-4x+4}$ ;
- (3)  $f(x)=\log_a a^x$  ( $a>0, a \neq 1$ ),  $g(x)=\sqrt[3]{x^3}$ ;
- (4)  $f(x)=\frac{1}{x}$ ,  $g(x)=f^{-1}(x)$ .

表示相同函数的序号是\_\_\_\_\_.

6. 已知函数  $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$  ( $x>0$ ) 和定义在  $R$  上的奇函数  $g(x)$ , 当  $x>0$  时,  $g(x)=f(x)$ , 则  $g(x)$  的反函数是\_\_\_\_\_.

## 二、选择题(4分×6=24分)

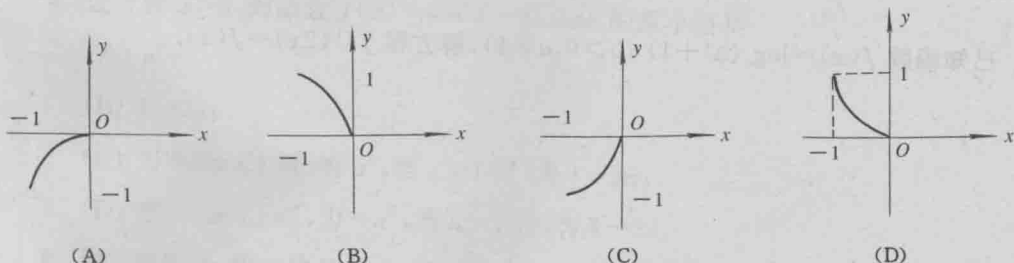
1. 若函数  $f(x)=3+2^{x-1}$  的反函数图像过点  $P$ , 则点  $P$  的坐标可能是 ( )

- (A) (2,5); (B) (5,2);  
(C) (1,3); (D) (3,1).

2.  $y=e^{2x} (x \in \mathbf{R})$  的反函数为 ( )

- (A)  $y=2 \ln x (x>0)$ ; (B)  $y=\ln(2x) (x>0)$ ;  
(C)  $y=\frac{1}{2} \ln x (x>0)$ ; (D)  $y=\frac{1}{2} \ln(2x) (x>0)$ .

3. 函数  $f(x)=\sqrt{1-x^2}-1 (0 \leq x \leq 1)$ , 则  $f^{-1}(x)$  的图像是 ( )



4. 函数  $y=ax+b$  与它的反函数是同一函数, 则  $a, b$  必满足条件 ( )

- (A)  $a=1, b=0$ ;  
(B)  $a=-1, b=0$ ;  
(C)  $a=\pm 1, b=0$ ;  
(D)  $a=1, b=0$  或  $a=-1, b \in \mathbf{R}$ .

5. 设函数  $f(x)=\frac{1-2x}{1+2x}$ , 若函数  $g(x)$  的图像与函数  $y=f^{-1}(x+1)$ , 关于直线  $y=x$  对

称, 则  $g(2)$  的值是 ( )

- (A) -2; (B)  $-\frac{8}{5}$ ;  
(C)  $-\frac{4}{5}$ ; (D)  $-\frac{2}{5}$ .

6. 设函数  $f(x)$  是函数  $g(x)=\frac{1}{2^x}$  的反函数, 则  $f(4-x^2)$  的单调递增区间为 ( )

- (A)  $[0, \infty)$ ; (B)  $(-\infty, 0]$ ;  
(C)  $[0, 2)$ ; (D)  $(-2, 0]$ .

### 三、解答题(9分×4+10分=46分)

1. 设函数  $f(x)$  定义域关于原点对称, 且满足: (1)  $f(x_1 - x_2) = \frac{f(x_1)f(x_2) + 1}{f(x_2) - f(x_1)}$ ; (2) 存在正常数  $a$  使  $f(a) = 1$ . 求证: (1)  $f(x)$  是奇函数; (2)  $f(x)$  是周期函数, 并且有一个周期是 4.

2. 已知函数  $f(x) = \log_a(a^x + 1)$  ( $a > 0, a \neq 1$ ), 解方程  $f^{-1}(2x) = f(x)$ .

3. 如图 1 所示, 已知函数  $y = f(x)$ , 请写出它的解析式并作出  $y = f(|x|)$ ,  $y = |f(x)|$  及  $y = f^{-1}(1-x)$  的图像.

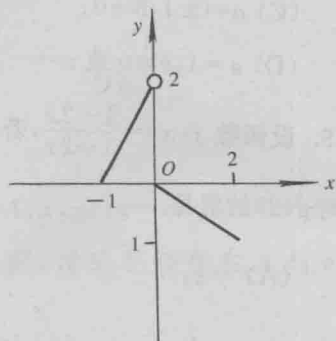


图 1



