工业和信息化部"十二五"规划教材

计算多物理场
——有限体积方法应用

Jisuan Duowulichang

明平剑　张文平　编著

北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

工业和信息化部“十二五”规划教材

计算多物理场
——有限体积方法应用

明平剑　张文平　编著

北京航空航天大学出版社

内容简介

本教材根据作者多年从事数值计算的经验和开展计算多物理场教学的体会而编写，尽量避免复杂的数学理论推导，侧重数值计算实现的方式、方法；作为多物理场计算程序开发的教材，满足当前多场耦合计算技术教学的需要，内容尽量涵盖近年来多物理场方面研究的最新进展。全书共分9章，前5章为数值计算基本方法，包括基本控制方程、网格生成、离散方法基础以及代数方程组求解；后4章为耦合计算方法，包括热流耦合、流声耦合、结构声耦合以及热应力耦合计算方法。

本书内容丰富，涉及多种物理场耦合模拟方法。它可以作为高等院校动力工程及工程热物理、轮机工程等专业的研究生教材，也可以供相关专业的教师、科研人员和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

计算多物理场：有限体积方法应用 / 明平剑，张文平编著. -- 北京：北京航空航天大学出版社，2015.8

ISBN 978-7-5124-1401-3

Ⅰ. ①计… Ⅱ. ①明… ②张… Ⅲ. ①物理学—数值计算—计算方法 Ⅳ. ①O41

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 171982 号

计算多物理场——有限体积方法应用
明平剑 张文平 编著
责任编辑 刘晓明

北京航空航天大学出版社出版发行
北京市海淀区学院路37号(邮编100191) http://www.buaapress.com.cn
发行部电话：(010)82317024 传真：(010)82328026
读者信箱：goodtextbook@126.com 邮购电话：(010)82316936
北京兴华昌盛印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本：787×1 092 1/16 印张：13 字数：333千字
2015年8月第1版 2015年8月第1次印刷 印数：2 000册
ISBN 978-7-5124-1401-3 定价：39.00元

前　言

随着制造业数字化时代的到来，软件的重要性日趋显现，并起着举足轻重的作用，计算科学发展成为影响国家利益与国家安全的战略性问题。一些国家将计算机建模与仿真列为优先发展的服务于国家利益的关键技术。有国内学者指出，应将自主CAE软件的开发提高到战略发展的高度。关于计算多物理场方法及软件开发的相关著作较少，因此作者及团队在多年研究和积累的基础上撰写了本教材。本教材最初为团队内从事软件开发的研究生培训材料，2011年开始在哈尔滨工程大学内为研究生开设计算多物理场课程，并形成初稿。

一般来说，物理现象中各种作用都不是单独存在的，物理系统的耦合就是我们所说的多物理场相互作用，其分析比单独一个物理场要复杂得多。常见的耦合问题有热流耦合、流固耦合、热应力耦合、结构声耦合、流声耦合等。物理系统中每增加一个耦合的物理场，就意味着数值计算时增加一个或多个未知的物理变量，同样的离散条件下，自由度数将会扩大。20世纪90年代以前，由于计算机资源的缺乏，多物理场模拟仅仅停留在理论阶段，仿真建模也局限于单个物理场，最常见的是力学、传热、流体以及电磁场模拟。经过数十年的努力，计算科学的发展为我们提供了更灵巧、更简洁而又更快速的算法，强劲的硬件配置，使得对多物理场的模拟成为可能。新兴的有限体积方法为多物理场分析提供了一个新的机遇，满足了工程师对真实物理系统的求解需要。以流固耦合来说，它是流体力学与固体力学两者之间相互作用产生的，其研究对象是固体在流场作用下的各种行为以及固体变形或运动对流场的影响。

多物理场耦合计算方法是一门交叉学科，到目前为止，还未见到相关的教材。本教材尽量避免复杂的数学理论推导，侧重数值计算实现的方式、方法；作为多物理场计算程序开发教材，它可满足当前多场耦合计算技术教学的需要，内容尽量涵盖近年来多物理场方面研究的最新进展。

全书共分9章，前5章为数值计算基本方法，包括基本控制方程、网格生成、离散方法基础以及代数方程组求解；后4章为耦合计算方法，包括热流耦合、流声耦合、结构声耦合以及热应力耦合计算方法。

本书的出版得到了工业和信息化部“十二五”规划教材出版基金的资助，同时部分内容由国家自然科学基金（51206031、51479038）、国库基本科研业务费（HEUCF100307、HEUCF130302）等项目资助完成，在此深表谢意！作者还要特别感谢倪大明博士、宣领宽博士和龚京风博士在流声耦合、声固耦合以及热应力耦合计算方法研究方面开展的相关工作。感谢团队中已毕业及在读的研究生为

本书的出版付出的辛勤劳动！

由于计算多物理场涉及多个学科，计算方法发展速度较快，编写内容难免挂一漏万；另外，作者学识水平有限，书中难免出现谬误和不妥之处，恳请读者及同行批评指正。

明平剑
于哈尔滨工程大学
2015 年 4 月

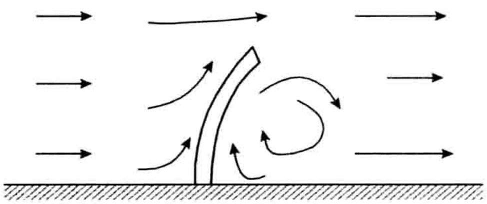
目　　录

第1章 绪 论

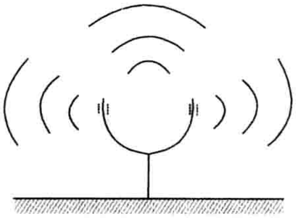
在实际工程问题中，通常包括多种物理场的叠加和耦合作用，如温度场、压力场、速度场、热辐射、组分以及浓度场等。计算多物理场是利用数值计算方法研究多物理场耦合问题的一门新兴交叉学科分支。数值模拟技术以其独特的优势在多物理场耦合问题研究方面快速发展，形成了计算多物理场新兴的研究方向，成为提高人们认识这些耦合作用的机理和装备优化设计的重要工具和手段。计算多物理场的核心，是研究和探索利用计算机求解多物理场耦合问题的方法和技术。计算多物理场研究涉及计算机、数值计算方法、力学、声学、光学、电磁学以及化学等多学科，其应用范围广泛，包括热能、动力、化工、核能、制冷、石油、冶金、汽车、船舶、航空航天、电子设备等重要领域。

一般来说，物理现象中各种相互作用都不是单独存在的，多物理场常指两种或者两种以上物理场的耦合作用。计算多物理场就是用数值计算方法研究多物理场的耦合作用，研究过程比单独分析一个物理场要复杂得多。常见的耦合问题有热流耦合、流固耦合、热应力耦合、结构声耦合、流声耦合等。从耦合机理上来看，多物理场耦合可以分为两大类：第一类的特征是耦合作用发生在界面上，物理方程上也是在界面处满足平衡和协调关系，称为界面耦合；第二类的特征是两种物理场全域或部分重叠的耦合，不能明显分开，控制方程要针对具体的物理现象建立，称为全场耦合。物理系统中每增加一个耦合的物理场，就意味着数值计算的时候增加一个或多个未知的物理变量，同样的离散条件下，计算的自由度数将会扩大。20世纪90年代以前，由于计算机资源的缺乏，计算多物理场仅仅停留在理论阶段，仿真建模也局限于对单个物理场的模拟，最常见的是力学、传热、流体以及电磁场的模拟。经过数十年的努力，计算科学的发展为我们提供了更灵巧、更简洁而又更快速的算法，强劲的硬件配置，使得对多物理场的模拟成为可能。新兴的有限体积方法为多物理场分析提供了一个新的机遇，满足了工程师对真实物理系统的求解需要。以流固耦合来说，它是流体力学与固体力学两者之间相互作用产生的，其研究对象是固体在流场作用下的各种行为以及固体变形或运动对流场的影响。

图1.1给出了几种不同耦合问题的例子，图1.1(a)和图1.1(b)分别为流固耦合和声固耦合，属界面耦合问题；图1.1(c)和图1.1(d)分别为热流耦合和热化学反应耦合，属全场耦合问题。工程应用中还有很多类似的多场耦合问题。

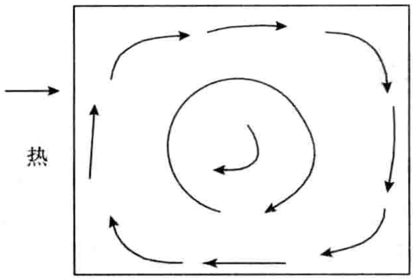


(a) 流固耦合

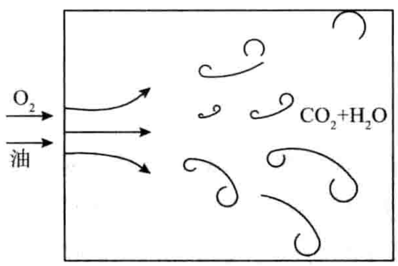


(b) 声固耦合

图1.1 多物理场耦合示意图



(c) 热流耦合



(d) 热化学反应耦合

图 1.1　多物理场耦合示意图(续)

1.1　计算多物理场应用

多场耦合问题应用广泛，随着研究的深入和计算能力的不断提高，多物理场耦合研究从简单到复杂，从解耦到弱耦合再发展到强耦合。

1933 年，美国的 H. M. Westergaard 结合美国地震区建坝的需要，发表了题为 *Water pressure on dams during earthquakes* 的著名论文，流固耦合（Fluid Structure Interaction）振动问题由此被提出来[1]。同年，英国科学家 Thom 应用手摇计算机完成了一个外掠圆柱流动的数值计算[2]。到 60 年代，应用计算机和数值方法求解流动及传热问题在全世界范围内形成规模而且得出了有益的结果，在近些年得到快速发展。多物理场常指两种或者两种以上物理场的耦合作用，常见的有热流耦合、流固耦合、热应力耦合、结构声耦合以及流声耦合等。图 1.1 给出了热流耦合和流固耦合示意图，一些参考文献对热流耦合[3-4]以及流固耦合[5]进行了详细阐述。下面仅对热应力耦合、结构声耦合和流声耦合进行介绍。

1.1.1　热应力耦合

热应力耦合研究是计算多物理场中的一类重要应用问题。1988 年 Demirdžić 等人[6]首次提出将有限体积方法应用于数值模拟焊接工件的热机械变形过程。1993 年 Demirdžić 和 Martinović[7]成功将该方法用于求解热弹塑性问题，并分析了该方法的准确性、稳定性及有效性。该方法在用于离散弹性方程时，多数项采用显格式计算，这样可能导致收敛速度缓慢。针对这个问题，Jasak 和 Weller[8]通过调整弹性方程的离散形式，将更多的项归入隐式求解部分，加快求解的收敛速度，并通过与有限元方法（Finite Element Method，FEM）比较，验证方法的有效性和准确性。Bijelonja 等人[9]通过引入压力变量结合质量守恒方程解决自锁问题，采用 SIMPLE 算法解决耦合问题，从而扩展该方法用于求解不可压问题。经过一系列的发展和完善，Demirdžić 等人提出的方法已被成功用于求解快速裂纹扩展问题等。

1991 年，Fryer 等人[10]提出基于格点型有限体积方法求解二维非结构化稳态热应力问题，由于采用分离解法迭代求解位移，因此给定的初始场及松弛因子都会影响收敛速度。通过数值测试发现：与高斯赛德尔迭代法相比，共轭梯度法能明显加快收敛速度，控制容积非结构化网格方法（Control Volume Unstructured Mesh，CV-UM）的计算时间是传统有限元方法的 2～3 倍，但基于相同的网格 CV-UM 法的计算精度明显高于传统有限元方法。随后 Fryer 发

展该方法用于求解二维轴对称问题、摩擦问题、金属浇铸问题。Slone 等[11]提出一种新的 Newmark 预测-修正隐格式，将 CV-UM 方法用于求解结构动力学问题，从而进一步将该方法用于求解动态流固耦合问题。

1.1.2　结构声耦合

结构声耦合的数值方法可分为能量方法和离散方法。能量方法主要包括统计能量方法和能量有限元方法。能量方法适用于中高频激励作用下模态密集结构振动与声的计算分析。离散方法主要包括有限元方法、有限体积方法和边界元方法，一般对结构采用有限元方法和有限体积方法离散，而对声学域可采用有限元方法、有限体积方法、边界元方法、无限元方法等离散，离散方法适用于中低频激励作用下的复杂结构振动与声的计算分析。

统计能量法是目前解决高频、高模态密度的复杂系统宽带振动噪声问题最有效的方法。它采用能量的思想，在一个系统中同时研究分析振动和声学的问题。由于统计能量法假定激励和系统参数是概率分布的，即在一定频率带宽内的共振模态上是平均的，这就要求在这个频率带宽内必须具有足够多的共振模态，以便构成统计意义的模态总体，所以只适用于解决高频区的系统动力学问题。

能量有限元方法[12]是在统计能量法的基础上提出的，其思路是以波动理论为基础的能量流方法，视能量以波动形式在结构中传递，用有限元方法离散不同的结构件。该法可模拟大型结构的振动，模型比统计能量法简单，不必划分子结构，但目前在实际应用中相对较少。

有限元方法自 20 世纪 50 年代问世以来，一直受到广泛的关注，由于其对复杂结构适用性强，很快被广泛应用于解决工程问题。但对于三维空间声辐射问题，有限元方法需要在整个声场进行单元离散、变量插值，自由度数目庞大；此外，对于无限域中的外部声辐射问题，有限元方法在远场剖分边界难以确定，并会因此带来数值计算误差。

从 20 世纪 60 年代开始，边界元方法的出现弥补了有限元方法在处理无限域问题时的不足。边界元方法是求解边界积分方程弱解的一种数值方法，它在边界上放松了对未知量的连续性要求。但是边界元方法在实际的应用过程中也有其缺陷，如存在奇异积分与几乎奇异积分问题、满阵矩阵计算量大的问题、非唯一性问题和 Helmholtz 边界积分方程的多频计算问题。

无限元法是近年来发展的计算无限域的结构声问题的另一种新型数值方法，无限元方法的基本思想是希望在流体表面上获得近似的无反射声的边界条件，以便获得内部的声场和结构振动的足够精确的解，然后可利用弹性结构外表面的边界解，由 Helmholtz 积分方程计算外层流体子域内的声场，而对于直接计算的无限元节点上的声场的精度并不关心。无限元法也存在一些缺陷，如为保证数值计算的收敛性，包围弹性结构的流体子域的外表面一般应取为球面或椭球面，这样就会出现同 FEM 类似的数值计算较为繁琐而且计算量大的问题，因此无限元方法在工程上的成功应用还比较少。

20 世纪 70 年代以来，为了弥补有限元方法在处理无限域问题时的不足，许多专家、学者逐渐使用耦合有限元方法和边界元方法（或有限元方法和无限元方法）求解中低频激励作用下的结构声问题。这样，不仅能发挥有限元方法对复杂结构的良好适应性的优势，而且也能够充分利用边界元方法或无限元方法处理无限域问题时的优势。但正如前面所提到的，这种不采用统一方法处理多物理场问题的做法，会造成不同离散格式间数值信息的交换且会影响计算

的收敛，甚至造成计算发散。

自20世纪90年代以来，国外的一些研究机构和人员开始研究有限体积方法在结构及声场中的应用。有限体积方法是近年来发展非常迅速的一种数值方法，其特点是计算效率高，目前在计算流体力学（Computational Fluid Dynamics，CFD）领域得到了广泛应用且占据着绝对优势，大部分商用CFD软件都采用这种方法[12]。针对工程实际中结构声耦合统一求解问题的迫切需求，有限体积方法（FVM）逐渐成为一种可供选择的数值方法。

1.1.3 流声耦合

流体动力噪声的产生和传播与物理问题的流动模式密切相关，流体动力噪声计算必须依托计算流体力学平台，不管是从物理问题还是数值计算的角度来看，计算流体声学（Computational Fluid Acoustics，CFA）都有其自身的复杂性，通用的CFA程序的设计难度较大[13]。CFA与CFD有着本质的不同[14]，与CFD相比，CFA的复杂性主要体现在：

① 计算区域不同。CFA涉及噪声源、声传播以及声辐射计算三个方面，关注数个声波波长外的远场情况，CFA的计算区域要比CFD大得多。

② 数学模型不同。CFD仅涉及流场量；而CFA不仅求解流场量，还需求解声场量，同时噪声源计算需依托精确的CFD近场，对湍流模型的精度要求较高。CFA由于计算资源的限制，噪声源、声传播以及声辐射计算往往采用不同的数值方法。

③ 涉及的计算尺度不同。CFD和CFA尺度差异极大，主要表现在能量和频率这两个方面，大多数情况下，声能量相比于流场能量要小得多，大致要小5～6个数量级，同时声频率要比流动频率大。

④ 数值格式不同。CFD和CFA涉及的计算尺度不同，CFA对数值格式的要求比CFD高，为了尽量减少或者避免对声波的色散和耗散，时间和空间离散精度要相应地提高；在提高精度的同时，要尽量满足原有的色散关系，相应的计算机的利用率要提高很多。

⑤ 边界条件不同。由于计算资源的限制，CFA计算区域肯定要比物理区域小得多，为了确保计算域内模拟结果的正确性，需增加难度较大的边界处理，如模拟声波多方向传播的边界条件以及无反射声波的边界条件。

目前，对流体动力噪声研究手段的多元化，包括理论、实验研究和数值模拟，使得流体动力噪声预测方法研究工作进入了全新的发展阶段。归纳起来，目前的流体动力噪声预测方法主要有以下三种：① 纯理论分析；② 半经验方法；③ 计算流体动力声学方法。纯理论方法主要针对简化的物理模拟进行流体力学和声学理论基础研究；半经验方法是在大量实验的基础上结合理论分析归纳总结出的经验性噪声预测方法；计算流体动力声学方法是采用数值方法研究流体动力噪声的产生机理和传播过程，主要包括流场计算部分和声场计算部分，流场是声场计算的基础。图1.2是计算流体动力声学的常用方法示意图。其中直接模拟耗资巨大。莱特希尔系列方法广泛应用于各类流动噪声的计算中，典型的有：莱特希尔声比拟法，以及FW-H、Kirchhoff、Curle等方法，而LEE和分解法是根据欧拉（Euler）方程和纳维-斯托克斯（Navier-Stokes，N-S）方程通过变量分解而得出的声计算方法。

1. 直接模拟

直接模拟是应用细网格、小时间步长对物理问题进行数值模拟，计算出压强脉动，然后计算出声学特性，这种方法需要很大的计算机内存。因此，目前直接模拟仅限于简单的流体动力

噪声计算，如低雷诺数下的圆柱绕流的气动噪声问题、混合层的气动噪声问题。流噪声问题的直接模拟还有双旋转极子、高速射流和空腔自激振荡等。

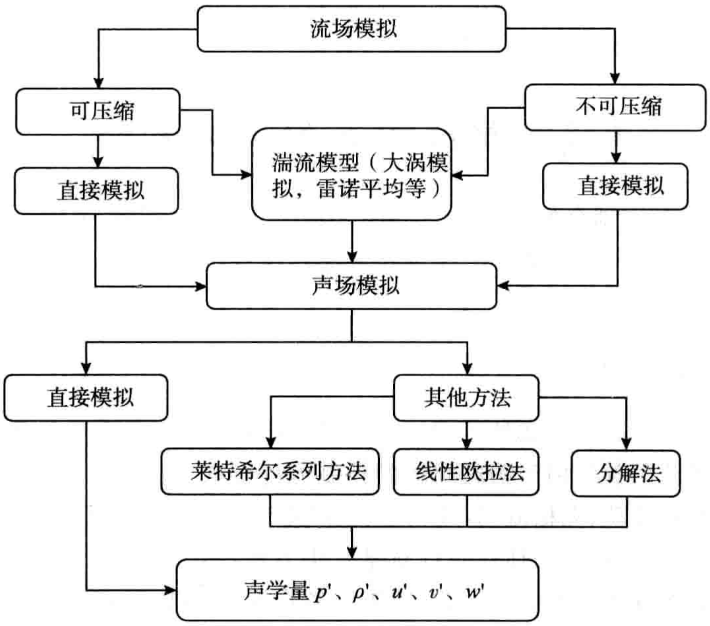


图 1.2　计算流体动力声学常用方法示意图

2. 莱特希尔分析法

1952 年，莱特希尔(Lighthill)为计算超声速飞机喷嘴处的气动噪声，根据流体力学理论，建立了声学模拟理论，揭示了声与流动相互作用的本质，以此奠定了流体动力声学的基础。莱特希尔方程是从流体力学基本方程 N－S 方程推导出来的，是一个典型的声学波动方程，可以用已成熟的古典声学办法来获得方程的解。莱特希尔提出，将方程右边的应力张量看成源项，通过实验或其他途径(比如从流体力学基本方程直接进行数值计算)来获得，对其进行离散傅里叶变换(Discrete Fourier Transform，DFT)得到声源频率分布，再在频率上求解时间谐波的 Helmholtz 方程，得到声场分布；但时间谐波方程不能求解宽频声学问题且其假定流场处于平均流无旋状态。

3. 变量分解法

变量分解法是将流场、声场分开计算，大致分为线性欧拉方程(Linear Euler Equation，LEE)和流声分解法。LEE 的基本思想是基于线性欧拉方程把流动变量分解成时间平均量和扰动量，再分别求解流动变量和扰动量；流声分解法的基本思想是，基于可压 N－S 方程把可压流动变量分解成不可压流动变量和扰动量，求解的不可压流场变量作为声场的输入，通过求解无粘的含不可压流场量的声扰动方程得到声场。

LEE 对流动噪声进行声学分析最先是由 Bogey 和 Bailly[15-17] 提出的，这一方法基本解决了直接模拟计算量过大的问题并克服了莱特希尔系列方法不能够充分考虑所有声源的缺点。线性欧拉法被应用于大量的流体动力噪声计算中，并得到了很好的计算结果[18]。

为了利用不同的数值格式和网格分别求解流场和声场，Hardin 和 Pope[19] 于 1994 年提出

了流声分解法，认为低速流动可近似成不可压缩流，利用整个不可压流场的信息，用不可压流场的解定义密度扰动，将可压 N－S 方程分解成流体动力项和扰动声项。流声分解法与莱特希尔系列方法类似，因为它把直接模拟方法分为不可压流问题和扰动问题，故该方法可以求解一维脉动球和二维空腔流的气动噪声问题得以验证。

1.2 数值方法的组成部分

本书侧重于多物理场耦合的数值计算方法，因此将详细介绍数值求解方法的主要组成部分，以便为开发新代码的高年级研究生或研究者提供参考，而不再详细介绍一些商业代码的使用方法。

1.2.1 数学模型

应用任何数值方法的首要问题便是建立数学模型，包括积分或微分方程的选用及边界条件的处理。在第 2 章将给出各种用于物理问题的控制方程形式，选取其中一种近似模型来进行应用，如不可压流动、湍流流动、无粘流动，或二维、三维流动。正如前面所提到的，这类模型可能包括对精确守恒率的简化，求解方法往往是针对某一类方程特殊设计的。要想试着设计一种通用的求解方法求解所有物理场是不切实际的，正如大多数通用工具，不能适合所有用途一样。

1.2.2 离散方法

选好数学模型后，下一步的关键便是选择合适的离散方法，将微分方程在时间及空间上离散为固有变量的代数方程组。目前有许多方法可以达到这个目的，其中最重要及常用的有：有限差分法、有限体积法及有限元法。有关这三种方法的主要特性将在本章最后说明。其他方法如谱方法、边界元方法等都是针对特定问题的方法。

当网格足够精细时，每种方法都能得到相同的结果。然而一些方法针对某些问题可能更加合适。这个选择常常取决于开发者。本书主要介绍有限体积方法。

1.2.3 坐标及向量系统

守恒方程可以写成许多不同的形式，这依赖于坐标系统及基本向量形式的应用。可以选择笛卡儿坐标、圆柱坐标、球坐标、正交曲线坐标或非正交坐标系统，并且可以是固定的或移动的。这些都取决于所研究流动的性质、离散方法的选择以及网格类型的使用。

另一个需要考虑的问题就是基本的向量及张量的定义形式，它们可以是常量或变量，以及协变的或逆变的、物理或非物理上的坐标分量。本书将使用笛卡儿坐标系统。

1.2.4 数值网格

如果将需要计算的变量定义在空间离散位置，即根据所研究的问题将几何区域进行分解，形成控制单元，则需要数值网格来完成。通常采用的数值网格有如下几种。

结构化网格由网格线组组成，且这些网格线互不交叉，与其他网格线组只相交一次。这允许对给定的线段进行连续排列。任何网格点或控制体在区域中的空间位置都由一系列二维或三维的标号唯一确定。