

品味数学教与研

PINWEI SHUXUE JIAO YU YAN

数学是一门语言，提高高中生数学学习能力
从提高学生数学阅读能力做起

彭传志◎著

光明日报出版社

品味数学教与研

PINWEI SHUXUE JIAO YU YAN

数学是一门语言，提高高中生数学学习能力
从提高学生数学阅读能力做起

彭传志◎著

光明日报出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

品味数学教与研 / 彭传志著. -- 北京: 光明日报出版社, 2014. 9

ISBN 978 - 7 - 5112 - 7317 - 8

I. ①品… II. ①彭… III. ①中学数学课—教学研究—高中 IV. ①G633. 602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 224213 号

品味数学教与研

著 者: 彭传志

责任编辑: 陈 娜

责任校对: 张明明

封面设计: 中联学林

责任印制: 曹 诤

出版发行: 光明日报出版社

地 址: 北京市东城区珠市口东大街 5 号, 100062

电 话: 010 - 67078248 (咨询), 67078870 (发行), 67078235 (邮购)

传 真: 010 - 67078227, 67078255

网 址: [http: //book. gmw. cn](http://book.gmw.cn)

E - mail: gmcbs@gmw.cn chenna@gmw.cn

法律顾问: 北京天驰洪范律师事务所徐波律师

印 刷: 北京天正元印务有限公司

装 订: 北京天正元印务有限公司

本书如有破损、缺页、装订错误, 请与本社联系调换

开 本: 710 × 1000 毫米 1/16

字 数: 208 千字

印 张: 14. 5

版 次: 2015 年 1 月第 1 版

印 次: 2015 年 1 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978 - 7 - 5112 - 7317 - 8

定 价: 38. 00 元

版权所有 翻印必究

前 言

数学不只是符号、图形的重复呈现，也不只是定理、公式的复杂关联。数学拥有一套最简洁的符号语言，它用最简洁的方式揭示自然的客观规律，构建数学的大厦。自古以来，就有无数的数学人为之痴迷，著名数学家陈省身说：“数学好玩”。

我国中学的数学教育在世界上是领先的，但还是有大部分中学生对数学学习痛并快乐着，快乐是因为数学好玩，痛是因为没有完全感到数学好玩，还在为数学中的符号、图形、定理、公式困扰。作为数学教师，我们一直努力帮助学生走出困境，帮助学生感悟数学的魅力，体会到数学好玩。现实中数学教师一直在以备课、上课、批改作业为主要的工作方式，甚至是生活方式，有的教师都感到数学教学工作繁重而枯燥，怎么让学生体会好玩？改变这一状态，首先应是教师感到教学工作有趣。我从一名高中数学教师成长为一名数学教研员，深刻的感到数学教师的工作方式还应该反思教学过程，审视学生行为，观摩同行讲课，研究并交流教学中出现的问题、困惑、发现与感悟。从数学活动的现实出发。总结和分析教学经验，探讨和运用教学规律，改变观念、改善教学行为、优化教学活动等等。那么所有这些事情综合起来，也就是我们说的教学研究。从教学研究的高度看待我们的工作，数学教师会感到工作的有趣。

我在从数学教师到数学教研员的工作经历中，对高中数学教学和教研有一些点滴积累，由于得到领导的鼓励和同事的帮助，想将这些积累汇编成册，分为教学篇和教研篇，提供一点教学的经验和教研的心得体会，如果能对数学教师在教学研究中提供些许帮助，将是我的不胜荣幸。

目 录

CONTENTS

第一篇 教学篇	1
浅谈数学教学中阅读能力培养	3
数学课堂用“问题”促进学生学会学习	11
谈初高中衔接数学能力培养	15
谈数学学习要养成的好习惯	19
加强高一学生对函数定义域的理解	25
运用均值不等式解题需要注意的三个问题	30
求轨迹方程的基本方法	39
浅谈导数的几点应用	44
向量教学后的一点思考	50
在解析几何解题中巧用平面几何知识	57
一道考题引发的教学思考	63
浅谈高中数学作业组织与设计	68
为高三学生梳理数学知识迎接高考	73

第二篇 教研篇 81

- 教研员工作的理解与思考 83
- 提高高三数学备考的实效性 89
- 在教研中成长 在教研中提升 93
- 研读《高考试题分析》 97
- 图形计算器与我区数学教学 125
- 例谈高中数学考试及其命题技术 136
- 区域教研促进教师专业成长 172
- 青年数学教师成长的一些因素和做法 177
- 谈数学课堂教学的“舍”与“得” 189
- 新课程标准下的教师听课与评课 196
- 教研员怎样听评课 207
- 教研员要成为教师教研路上的朋友 217

参考书目 222

后 记 223

01

第一篇

| 教学篇 |

1992~2009年我一直在怀柔二中从事高中数学的教学工作，期中共带八届高三毕业班教学工作，会考、高考教学成绩优异，高考数学成绩多次超市平均，教学中积累了一些经验。本篇根据自己的教学工作经历，在高中数学教学实践中，谈谈教师要注意的一些问题和方法，如：数学是一门语言，提高高中生数学学习能力，从提高学生数学阅读能力做起。高一新生对数学学习不适应，要做好初高中衔接数学能力的培养，帮助学生养成良好的数学学习习惯。教师在教学过程中要注意作业的组织与设计，做好分层教学。对高中数学中的重点和难点教学，如不等式问题、导数问题、定义域问题、向量问题、轨迹问题，解析几何问题做一些方法上的总结。希望自己的点滴积累能和同仁们分享，并从中得到一点启发。

浅谈数学教学中阅读能力培养

一、数学阅读能力是学习数学的基本能力要求

科学技术的迅速发展，特别是信息时代的到来，要求人们具有更高的数学修养。我国在新颁布的全日制普通高级中学数学大纲中写明“随着社会的发展，数学应用越来越广泛，它已经成为人们参加社会生活、从事生产劳动的需要。它是学习和研究现代科学技术的基础；它在培养和提高思维能力方面发挥着特有的作用；它的内容、思想、方法和语言已成为现代文化的重要组成部分。”

数学作为一种交流形式，它是自然语言的补充，所以数学不仅是一门科学，而且数学也是一种语言。生活中需要越来越多的数学语言，各种统计图表、数学符号向各行各业普通老百姓传递着大量信息，数学语言是每个人都必须学习、使用的语言。

语言的学习是离不开阅读的。数学阅读不同于一般地阅读，它是以语文中的阅读为基础，包括语言符号（文字、数学符号、术语、公式图表等）的感知和认读、新概念的同化和顺应、阅读材料的理解和记忆等各种心理活动因素，同时也是一个不断假设、证明、想象、推理的积极能动的认知过程。很多读过名著的人，再看以名著为题材的影视剧，总会感到有些不尽如人意的地方，失去了读时的味道，这并非眼光太过挑剔，而是因为阅读更能给人以想象的空间。在学习上失去想象力是可怕的，那么在

教学中就不能没有阅读能力的培养。

教学是一种“教”与“学”的双边活动。同时又要求突出学生的主体作用，要把培养学生的创新意识和实践能力作为基础目标，鼓励学生独立思考，增强数学的意识，逐步学会用已有的数学知识去探索新的数学问题，学会将实际问题抽象为数学问题，并加以解决。做到这些，要求学生能有效地进行数学交流，能够自主学习，这正是以阅读理解为基础。在教学中，教师加强对学生的阅读能力的培养，不仅利于教师的“教”，更有利于学生的“学”，为培养发展学生自学能力和创新意识打下基础。

二、学生在学习中应掌握阅读方法，提高阅读技能。

人有视、听、味、嗅、触等多种感觉器官，可以在直接经验中接受各种各样的信息，但由于个人活动范围局限，经历事情有限，要获得丰富的知识，还必须通过听、读接受别人经历过的间接信息。阅读是间接、高效地获取信息的主要方式，只有依靠阅读，人们才能在短时间内获得高质量的丰富知识。阅读能力在很大程度上决定了学习的质和量，影响一个人的认知水平。数学书籍富有逻辑性，更加抽象和难读，读数学书需要更强的阅读能力。

阅读有浏览、粗读和精读几种方式，而数学阅读需要的是“慢嚼吃透”的精读方式，宋代大学问家朱熹说：“读书之法，读一遍，又思量一遍；思量一遍，又读一遍。”就是要在思量中加深对读物的理解。华罗庚先生提倡读书要“由薄到厚”、“由厚到薄”也体现了数学阅读的3个阶段。

(1) 概读阶段

概读就是在学习开始时把学习内容概略的读一读。概读有利于统揽学习材料，有助于后续学习中的理解和概括。不同时期概读的基本要求也有所不同，对一本书要知道全书分成几个大的知识单元，每个大单元的主要内容是什么，学习每个知识单元时，要略读一个大单元分成几章，每章要解决什么问题，学习新的一章则看它分成几节，学习几个概念，几个规

律，解决什么问题。知道了知识的概要，对书的初步感觉就是“薄”。

(2) 细读阶段

细读是读书的主要阶段，主要指对每一节教材的阅读，在略读基础上进行细读，要静下心来，细细地一句一句地读，重要语句，重要符号表示，看不明白的段落要反反复复读，可以采用勾画重点、难点、关键词词语，写一些批注、理解来帮助自己把书“吃透”，细读时要勤于思考，有思考，理解才能深入下去，要特别注意联想中的反例，那往往是理解难点的关键，或者将把你引向发现，可以把类似内容加以比较，问其异同，把认识引向深入，有时可能所读的观点、思路与自己的认识和思路有距离、有矛盾、想不通，对书提出质疑，这更会加深对知识的理解。在细读过程中，联系到的内容越来越多，书就渐渐变“厚”了。

(3) 复读阶段

复读是指复习阅读，在数学阅读中是必不可少的。首先复读可以帮助学生巩固记忆，生疏了的重要知识要多花一点时间唤起记忆，疑难的地方则要下功夫弄通弄懂，可以通过课本上的勾画和笔记重温 and 体验知识的重要、难点和关键，通过某些典型的例题，自己原来易于出错的习题上总结经验，灵活运用。

复读绝不是简单的重复，复读的重要作用在于激活各部分知识，在此基础上引起对知识的归纳和升华。如果说细读是钻进去理解知识，那么复读就是从部分知识中跳出来，从高处回看知识整体，在复读中理清知识间的逻辑关系，使知识条理化。

教学中的某些知识结构核心内容，不是别人告诉就能理解的，它需要领悟发现基本内容并理解基本内容和一般内容之间的关系，这就是所谓的“基本”，经过反复阅读后，掌握了书本知识的结构，领悟到知识中的基本，熟练了运用知识的技能，也就感觉到书变得越来越薄。

三、教学中指导学生阅读应注意的几个问题：

数学教材是学习数学基础知识，形成基本技能的“蓝本”。

指导学生阅读教材是培养阅读能力的重要手段。教材是根据教学大纲的要求编写而成的,是教与学的依据,不仅所选例题具有典型性与可读性,起着书写示范的作用,而且数学定义、定理、法则、公式的叙述都是学生学习过程中必须掌握的内容,教材本身的严谨性又使得指导阅读更具意义,因此培养阅读能力,必须指导学生阅读教材,充分发挥教材的作用,将之作为学生学习材料的来源而不仅仅是教师讲课的材料来源。

(1) 步骤安排得当,循序渐进

教学中应根据教材做好指导学生阅读的工作。实践中,首先应培养学生预习的习惯,预习可以提高学生听课的效率,对培养阅读能力有潜移默化的作用。而学生对要预习的知识章节是陌生且未知的,不知道重点、难点在何处,因此需要教师给出一定的预习提纲做好准备工作。

学生带着问题去学习一课时,有目标,有目的,使得预习不盲目,而且增加了大部分学生解决问题的求知欲。预习提纲中有些问题本身可以浅显,大部分学生都会找到它的结论。也可以使问题灵活,给学生以空间,使每个同学都尽可能去通过阅读来得到一些自己的感想。

课堂中,教师可通过提问来检查预习效果如何,组织学生讨论来进一步地进行阅读指导。提问时,如果学生能用自己的语言进行直接叙述,说明对该问题已基本理解,而某些只能依靠教材朗读的同学在理解上还存在问题,教师可以和学生共同复习教材,边提问,边示范阅读解答问题。同时向学生说明预习后应该达到的程度,达到预习的真正目的。

教科书的语言通常是文字、符号、图表交融,严谨性强。数学阅读重在领会,将符号形式或图表表示转化为言语形式,以及将言语形式转化为数学符号或图表,正是数学阅读有别于其他阅读的主要方面。

阅读时充分注意对符号,图表的理解与认识。函数单调性定义中 x_1 , x_2 是自变量的值, $f(x_1)$, $f(x_2)$ 是它们所对应的函数值。分析清楚定义是通过自变量 $x_1 < x_2$, 得到函数值 $f(x_1)$, $f(x_2)$ 的大小变化,说明函数值的变化趋势。函数值的变化又可以通地对图像的升高、降低来观察,使问题更加直观。

阅读时对某些学生不能自己全面领会“弦外之音”的关键词要重点指导。“一般地，对于给定区间上的函数 $f(x)$ ”这句话在定义中有无作用？来引导学生讨论。（有说没用，是没有理解出它的作用，有说有用，可能是为了定义更完整，认识也较为肤浅。）教师可引导学生注意“区间”在定义中出现的次数，在文中相呼应，因此首先是“给定区间”，才有增（减）函数对函数，对理解单调区间这一概念也起了决定作用，完成了重点的突破。

在例题的阅读上，大部分同学能得到一种结论：要证函数在某区间上单调性，需从 $x_1 < x_2$ ，得到 $f(x_1) < (>) = f(x_2)$ ，这是应用定义，实际上是对定义模式的套用。教师在指导学习阅读时应启发提问，“ x_1 、 x_2 从何处来？”“为什么 $x_1 < x_2$ ？”“怎么比较 $f(x_1)$ 、 $f(x_2)$ 的大小？”这些问题指导清楚，学生对用定义证明单调性方可得心应手。

在指导阅读的过程中，预习可使用一些基本问题，课堂指导中，教师要抓住细节，做一定的示范，要求学生运用思考来解决问题，学会思维，通过对阅读内容的深加工来理解内容的内涵。课后保证学生有充足的阅读教材的时间，在回味中进一步理解。

（2）指导学生要有针对性，领会教材的深刻性。

数学教材的编写具有较强的严谨性，每个句子，每个名词术语、每个图表都应细致阅读分析、领会其内容、含义。这些特点决定了阅读中必须勤思多想。

学生是否会“精读”，是否能发现问题。通过思考理解问题，教师在指导学生阅读中需要加以关注，教学本身的特点决定数学阅读须“精读”，教师应引导或向学生示范从何处思考，深挖教材的思维因素，教会学生找问题来突破重点、难点或关键之处。

例如函数奇偶性一节（代数上册 P. 541. 10），“一般地，对于函数 $f(x)$ ：如果对于函数定义域内任意一个 x ，都有 $f(-x) = -f(x)$ ，那么函数 $f(x)$ 就叫作奇函数；如果对于函数定义域内任意一个 x ，都有 $f(-x) = f(x)$ ，那么 $f(x)$ 就叫作偶函数。”

学生对这一概念的阅读学习似乎问题不大,教师可通过阅读过程中设置问题帮助学生深挖教材的内涵。

“定义中任意一词如何理解?”

“ x 与 $-x$ 有何关系?”

“ x 在定义域内, $-x$ 是否也在定义域内?”

学生对这些问题进行思考、理解,就不难总结出定义域关于原点对称,是函数是奇函数或偶函数的必要条件了。对于所总结出的结论,教师再继续启发学生找它的逆否命题;定义域不关于原点对称的函数不是奇函数,也不是偶函数。这对于判断函数奇偶性问题,可先考察其定义域区间是否关于原点对称。如 $y = x_2x \in [-3, 8]$ 既不是奇函数也不是偶函数,学生就易于理解了。

在数学教学中,教师往往有“只好意会不好言传”的感觉。而学生也往往学习教师的“言传”而没有深层的思维活动。教师应善于把思维活动的方法作为深层教学目标,指导学生的阅读,使学生亲自体验问题思考与解决的过程,学生就能在不断发展认知结构的同时,逐步学会思考方法,发展思维能力。

(3) 师生交流是阅读教学中的重要组成。

指导学生阅读,首先要了解学生自己阅读后的效果如何,这须从学生回答教师提问中反馈。组织学生对问题逐一讨论,不仅可以帮助学生理解、掌握好有关内容,而且提问题本身也是在向学生示范如何阅读教材。

教师向学生提问,为了帮助学生完成学习任务,实现教学目的,同样在学生讨论问题后也应留有时间,由学生向教师提问。

教师让学生带有问题去阅读,还应要求学生将预习中遇到的问题及与材料中不同看法记录下来。(阅读做笔记是数学阅读学习中的一个重要方法),在课堂上,教师通过提问和组织学生讨论,大部分学生所遇到的问题便迎刃而解了,可是由于学生阅读水平和学生个体差异,还会有一些学生有着或多或少,这样那样的问题,因此教师必须留有时间来解答这些学生的疑问。而教师在答疑过程中一定要耐心、具体。能使释然。有的

学生所提问题可能很小,也没有代表性,但同样需给予完整详细的解释。这不仅是解答问题,同样也是给学生以展示的机会,更主要是增强学生“做数学”的信心和勇气。从而做好师生间的交流,实现教学这种双边活动。

师生交流的正常有序,首先对教师提出了更高的要求。要求教师要精心备课,备课时要花更多的时间去钻研教材,设计问题,在重点难点处下功夫,在关键之外做文章。做到引导有方,提问得当。还需要知识全面,思维敏捷,对学生提出的问题能“随机应变”。学生提出具有典型性的问题能够“当机立断”,“彻底剖析”,直接服务于教学目的,又可发出警示,防患于未然。

师生交流和谐,还需要教师具有一定的组织能力,为学生创造出参与的环境,创设好的问题情境,力求激起学生参与的热情,这是为学生所创造的认知环境。教师同时还要调动学生的积极性,创造出一种使学生积极主动发表个人见解的宽松的课堂气氛。学生能够敞开心扉、自由地、热烈地进行讨论,交流思想。通过自己的思维活动,发现问题,解决问题,从而进行学习活动。

(4) 激发学生兴趣,鼓励学生持之以恒。

指导学生阅读教材的过程中,求胜之心不可太切。应以鼓励、表扬为主。学生的点滴进步都应加以肯定,予以鼓励。学生在阅读学习过程中都会有一些经验、教训,适时组织学生交流,使同学间能取长补短,集思广益,也是激发学生阅读兴趣的一种手段。兴趣是最好的老师,因此通过某阶段的学习,在学生感到通过阅读自己学会了一些东西,自己自学能力有所提高时,适时地向学生推荐有关数学参考书,来丰富知识、开阔视野。最好还能向学生做出一些阅读示范,进一步培养学生的自学能力,使阅读的训练和指导贯穿于整个学习活动,天长日久,定会取得事半功倍的效果。

指导学生阅读,培养学生阅读能力,不是一朝一夕的事情。有些教师对阅读能力的培养重视不够,指导学生阅读仅表现在审题训练上,这是片

面的。虽然数学课堂不单纯是阅读、提问、解答这种简单的模式，但从发展能力，提高学生素质上讲，“讲读练”相结合的教学方式，“读”是万万不能丢、不能少的。学生不会阅读，或者不具有一定的阅读能力，就谈不上发展思维，解决问题。教师不注重阅读能力培养，而又一味地向学生强调要会分析，要会审题，临时报佛脚，学生在解题时马上会暴露出这样那样的不足。只有通过培养学生数学阅读能力，学生的数学语言水平不断提高，能够进行较快的思维转换，学生的能力才会真正提高起来。

教师要教会学生方法，给学生以能力，通过指导学习阅读，提高学生的阅读能力，学生才可能会思维。自己会学习，将是一生受用的。实现“教是为了不教”这需要广大教师在不断的摸索中共同努力！