

尖子生联合打造

高考笔记

用我们的方法为你奠基
用我们的经验助你一臂之力
希望高考之后
你的笑容更加美丽



北 京 教 育 出 版 社
文 津 出 版 社

尖子生联合打造

高考笔记

$$2S=2v_0t+at^2$$

$$a_n=a_1+(n-1)d$$



北京教育出版社
天津出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高考笔记. 理科/王言若等编. —北京: 北京教育出版社,
2003. 8

ISBN 7-5303-3206-6

I. 高… II. 王… III. 理科(教育) — 课程 — 高中 — 升学参
考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 070453 号

高考笔记·理科

GAOKAO BIJI·LIKE

王言若等 编

*

北 京 教 育 出 版 社 出 版

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码: 100011

北 京 出 版 社 总 发 行

新华书店北京发行所经销

北京彩虹印刷有限责任公司印刷

*

880×1230 16 开本 18.75 印张 375 千字

2003 年 10 月第 1 版 2003 年 10 月第 1 次印刷

印数 1-20 000

ISBN 7-5303-3206-6

G·634 定价: 22.00 元

前 言

本书是北京市实验中学理科实验班数名尖子生的呕心沥血之作，是他们高中三年的课堂笔记、备考笔记，是他们从自己的做题心得中总结和提炼出来的知识重点及学习方法。同时本书也得到了实验中学多位名师的精心点拨，使本书集高考实战经验和名师思路点拨于一身，既是高中三年理科知识的系统归纳和整理，同时也是如何应战高考的临战秘笈。本书的读者对象：

高三学生：

1. 在系统复习，梳理完每章每节的知识后找到此笔记中相应的内容，借助此笔记中的内容对重点知识回顾，用自己习惯的符号标出你认为考前还需要再看一遍的内容，并在留白处添加你认为需要重点提示自己的内容。

2. 在每次临考前一天或两门考试之间的时间浏览你曾标出的内容和自己添加的内容。

3. 在每次考试后将自己出错的内容总结概括添加入笔记中相应内容旁的留白中，为高考前的复习做好充分准备。

高一、高二学生：

1. 在学完一个内容后，认真通读教材，然后找到笔记中的相关内容，对重点知识进行回顾，并在留白处加入你个性化的提示。

2. 在考试前浏览教材及笔记中相关提示。

3. 考后总结试卷上出现过的问题，将试卷中出现过错误的内容总结成为个性提示添加于相应内容旁的留白处。

希望我们的笔记可以真的帮助大家减轻一点复习时的负担，那将是我们最大的荣幸。

在此我们要感谢北京师范大学实验中学的三年培养，感谢许静、李宇炜、王江慈、李世瑜老师对本书的精心指点，感谢北京教育出版社、文津出版社编辑的大力支持，没有他们的帮助和发掘，这本书是不可能成书并出版的。由于初次出书，虽是切身经验之谈，也多番斟酌修改，但稚嫩之处，仍在所难免，欢迎老师、同学们批评指正。

作 者

2003. 8. 14

目 录

数 学

第一部分	函数	(3)
第二部分	三角函数、反三角函数和简单三角方程	(13)
第三部分	不等式	(26)
第四部分	数列、极限、数学归纳法	(35)
第五部分	复数	(47)
第六部分	排列、组合、二项式定理	(55)
第七部分	直线和平面	(60)
第八部分	多面体和旋转体	(70)
第九部分	直线	(79)
第十部分	圆锥曲线	(87)
第十一部分	参数方程、极坐标	(103)

生 物

第一部分	生命的物质基础	(112)
第二部分	生命活动的基本单位——细胞	(117)
第三部分	生物的新陈代谢	(129)
第四部分	生命活动的调节	(151)
第五部分	生物的生殖和发育	(156)
第六部分	遗传和变异	(165)
第七部分	生物的进化	(181)
第八部分	生物与环境	(185)
第九部分	生态环境的保护	(196)
第十部分	实验	(198)

化 学

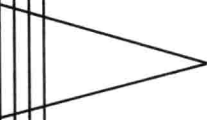
第一部分	碱金属	(205)
第二部分	卤素	(208)
第三部分	硫、硫酸	(212)

第四部分	硅	(217)
第五部分	氮和磷	(219)
第六部分	镁、铝、铜、铁	(223)
第七部分	基本概念及基本理论	(226)
第八部分	有机化学	(236)
第九部分	化学实验	(245)

物 理

第一部分	力学	(251)
第二部分	电磁学	(264)
第三部分	热学	(285)
第四部分	光学	(289)
第五部分	原子物理	(295)

高考笔记



数 学

复习指南

导 语

数学部分是我自己在数学学习过程中总结出的一些经验。这部分内容在一定程度上还不太全面，它是出自课堂的听课笔记、课后关于练习、考试的思考，主要是想寻找出一些简便易行而且正确率高的学习方法。无论怎样，结合自己三年来的学习经验，我想，在学习过程中寻找捷径并不是我们最重要的目的，真正的目的应是掌握基础知识，也就是我们通常所讲的通法。惟有很好地掌握了基础知识，才能对所学知识形成自己清晰的脉络，才能对综合题有正确的认识。

下面，介绍一下数学部分的内容及作用：

1. 在每一个章节中都有一部分知识是涉及基础的——大家在阅读的时候，可以同时回顾一下，主要目的还是想要增强大家对基础知识的重视。

2. 书中主要涉及的是重点知识——一般列出专题，并附一些典型题及解法，有的还会给出多种解法。这样，就给大家多种解题思路，再通过日常的练习，希望能帮助大家找到快速、准确、有针对性的解题方法。

3. “●”引出的是重点且易出错或易被忽略的内容——突出这样的知识点，尤其在考前复习时，“●”后的内容是很有必要强化注意的。

4. 书中的“记忆法”是在日常的学习过程中，老师和同学摸索出的规律及自创的一些记忆窍门——使得知识点更形象化，记忆效果更好，同时还可以避免由于记忆的不当造成不必要的错误。

5. 书中的“注意”引出的是知识点中需要引起重视的部分，以及考试中容易出错的考点——引起大家的重视，避免在考试中犯类似的错误。

6. 书中的“建议”是关于一些重点内容或考点给大家提出的一些供参考的学习方法——使考试前的复习能够有的放矢。

7. “留白”部分：希望大家能够在此处记录下自己在阅读时提炼出的关键内容，以及自己在学习过程中的心得、方法等，最终使这本高考笔记成为自己独特的备考笔记。

作者：崔 晔

第一部分

函数

一、预备知识

1. 集合的有关概念

子集：对于两个集合 A 与 B ，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的子集。

并集：一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 、 B 的并集。

交集：一般地，由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 、 B 的交集。

补集：已知全集 I ，集合 $A \subseteq I$ ，由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在集合 I 中的补集。

(1) ●在解决有关集合与集合之间关系的题时，最好配合图形。

如：某车间 120 人，其中乘电上班的 84 人，乘汽车上班的 32 人，两车都乘的 18 人，求不乘车的人数。

解：用韦恩图表示题中的所给条件

阴影表示不乘车的人数。

如图所示，只乘电车的人数为

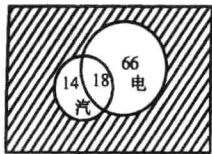
$$84 - 18 = 66 \text{ (人)}.$$

只乘汽车的人数为

$$32 - 18 = 14 \text{ (人)}.$$

则不乘车的人数为

$$120 - (66 + 14 + 18) = 22 \text{ (人)}.$$



(2) 区别集合中元素的形式。如点集，数集等。

●同时在解题时注意 $\emptyset$ 的存在，切记 $\emptyset$ 是任意非空集合的真

学习笔记



如: $A = \{x | 2x^2 - 9x + 4 \leq 0, x \in \mathbb{N}\}$.

$B = \{(x, y) | x + y = 1, x \in A\}$. 求 B 的子集个数.

解: A 中元素为自然数; B 中元素为点.

$A = \{1, 2, 3, 4\}$.

B 中当 $x = 1, 2, 3, 4$ 时, y 分别为 $0, -1, -2, -3$.

则 B 的元素为 $(1, 0), (2, -1), (3, -2), (4, -3)$

$\therefore B$ 的非空子集有 $\{(1, 0)\} \{(2, -1)\} \{(3, -2)\} \{(4, -3)\}$
 $\{(1, 0), (2, -1)\} \{(1, 0), (3, -2)\} \{(1, 0), (4, -3)\} \{(2, -1), (3, -2)\}$
 $\{(2, -1), (4, -3)\} \{(3, -2), (4, -3)\}$
 $\{(1, 0), (2, -1), (3, -2)\} \{(1, 0), (2, -1), (4, -3)\} \{(2, -1), (3, -2), (4, -3)\} \{(1, 0), (3, -2), (4, -3)\} \{(1, 0), (2, -1), (3, -2), (4, -3)\}$ 共15个.

●而 $\emptyset \subset B$.

$\therefore B$ 的子集为 16 个.

(3) 注意检验, 解得的结果是否全为集合中的元素.

如: 已知集合 $A = \{x | x^2 + ax + 1 = 0\}$, $B = \{1, 2\}$. 且 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是 ()

A. $a = -2, a = -\frac{5}{2}$

B. $-2 \leq a < 2$ 或 $a = -\frac{5}{2}$

C. $-2 \leq a < 2$

D. $-2 \leq a \leq 2$

解: 当 $x = 1$ 时, $a = -2$

$x = 2$ 时, $a = -\frac{5}{2}$

A 为 $\emptyset$ 时, $-2 < a < 2$.

但当 $a = -\frac{5}{2}$ 时

$A = \left\{2, \frac{1}{2}\right\} \quad \frac{1}{2} \notin B$.

$\therefore a \neq -\frac{5}{2}$.

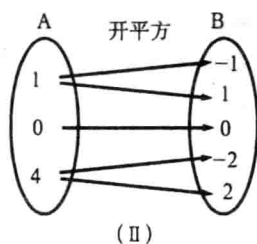
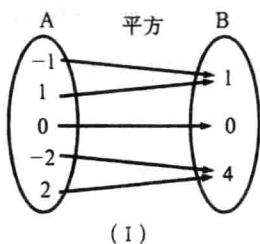
$\therefore -2 \leq a < 2$ 选 C

●注意: 此题同样不能忽略 $\emptyset \subset B$.

2. 辨析映射与函数的概念.

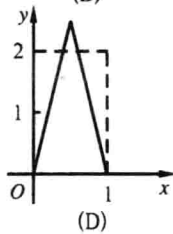
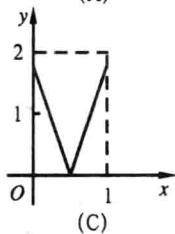
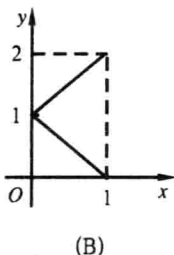
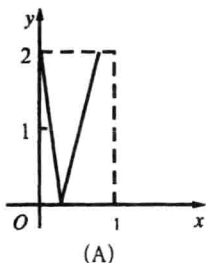
(1) ●映射中, 多个原象可以对应一个象, 即“多对一”如 (I) 所示, 但不可以一个原象对应多个象, 即“一对多”, 如 (II) 所示.





(2) 在映射基础上，函数要求①A、B 集合非空. ②值域中的元素必有原象.

如：设集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$, $B = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$. 由以下图形给出的对应 f 中，能构成从 A 到 B 的映射 $f: A \rightarrow B$ 的是 ()



解：(A) A 中存在元素在 B 中找不到对应的象.

(B) 为“一对多”的情况，一个 x 有两个 y 值与之对应.

(D) A 经过 f 对应的元素不属于 B.

$\therefore$ 选 C.

二、函数的性质

1. 函数的单调性：

●复合函数的单调性 $y = f[g(x)]$

若 $y = f(u)$ $u = g(x)$ 同增或同减 $y = f[g(x)]$ 为增函数

若 $y = f(u)$ $u = g(x)$ 一增一减 $y = f[g(x)]$ 为减函数

2. 函数的奇偶性：



(1) ●若 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上为奇函数, 应马上联想到 $f(0)=0$.

(2) ●求函数奇偶性时, 注意对原函数的变化.

如: 设 $a>0$, 且 $a\neq 1$.

$f(x) = (a^3 - 1) \cdot \left(\frac{1}{a^x - 1} + \frac{1}{2} \right) \cdot g(x)$ 是偶函数, 求 $g(x)$ 的奇偶性.

$$\text{解: 设 } h(x) = \frac{1}{a^x - 1} + \frac{1}{2} = \frac{a^x + 1}{2(a^x - 1)}$$

$$\begin{aligned} h(-x) &= \frac{1}{a^{-x} - 1} + \frac{1}{2} = \frac{a^{-x} + 1}{2(a^{-x} - 1)} = \frac{1 + a^x}{2(1 - a^x)} \\ &= -\frac{a^x + 1}{2(a^x - 1)} = -\left(\frac{1}{a^x - 1} + \frac{1}{2} \right) = -h(x) \end{aligned}$$

$\therefore f(x)$ 是偶函数,

$$\begin{aligned} \therefore f(-x) &= h(-x) \cdot g(-x) = -h(x) \cdot g(-x) = f(x) \\ &= g(x) \cdot h(x) \end{aligned}$$

$$\therefore g(-x) = -g(x)$$

$\therefore g(x)$ 为奇函数.

(3) 对函数奇偶性的补充

① ●既奇又偶的函数有: $f(x) = 0, x \in (-a, a)$ 其中 $a>0$ 或 $x \in [-a, a]$ 其中 $a>0$.

② $F(x) = f(x) + g(x)$ ($x \in \mathbf{R}$) 的奇偶性

$f(x)$	$g(x)$	$F(x)$
奇	奇	奇
奇	偶	不一定
偶	偶	偶

③ $F(x) = f(x) \cdot g(x)$ ($x \in \mathbf{R}$) 的奇偶性

$f(x)$	$g(x)$	$F(x)$
奇	奇	偶
奇	偶	奇
偶	偶	偶

3. 函数的周期性:

(1) 通过条件求已知函数的周期时, 应注意辨别求函数周期



的等式与求函数对称性的等式之间的差别.

如: 已知 $f(x+a) = f(a-x)$ 可推出 $f(x)$ 图像关于 $x=a$ 对称.

而由 $f(x+a) = f(x-a)$ 可推出 $f(x-a+2a) = f(x+a)$
 $\therefore f(x)$ 是周期为 $2a$ 的周期函数.

(2) 函数周期的特殊判定

① 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数若有两条对称轴

$$x=a, x=b (b>a)$$

则 $T=2(b-a)$ (T 不一定为最小正周期)

② 已知一条对称轴 $x=a$ 和一个对称中心 $(b,0) (b>a)$

则 $T=4(b-a)$

(3) 周期函数的周期并不惟一, 但若有在最小正周期, 则最小正周期惟一.

(4) 周期函数的定义域一定为无限集.

4. 函数图像的对称性:

(1) 辨别

● 由 $f(x+a) = f(a-x)$ 可知 $f(x)$ 的图像关于 $x=a$ 对称.

● 由 $f(x+a) = -f(a-x)$ 可知 $f(x)$ 的图像关于 $(a, 0)$ 中心对称.

(2) ● 证明函数图像关于 $y=x$ 对称的方法.

法 (I): 若 $f(x) = f^{-1}(x)$ 则 $f(x)$ 的图像关于 $y=x$ 对称.

法 (II): 若 (x,y) 在 $f(x)$ 上, (y,x) 也在 $f(x)$ 上, $f(x)$ 关于 $y=x$ 对称.

三、幂、指、对函数及一些特殊函数

1. 幂函数: 一般地, 函数 $y=x^a$ 叫做幂函数, 其中 x 是自变量, a 是实常数.

(1) ● 幂函数自变量的系数必须为 1, 即 $y=x^a$; 若 $y=2x^a$ 则不为幂函数.

(2) 幂函数的定义域由指数限制. 如 $y=x^{\frac{q}{p}}$ (p, q 互质, p 为偶数), 则 $x \in [0, +\infty)$.

2. 指数函数: 一般地, 函数 $y=a^x$ ($a>0, a \neq 1$) 叫做指数函数, 其中 x 是自变量, a 是一个大于零且不等于 1 的常数.



●注意: $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) 与不等式结合解题时要分类讨论 a 的范围.

3. 对数与对数函数

(1) 定义: 函数 $y = \log_a x$ 叫做对数函数, 其中 a 是一个大于零且不等于 1 的常量, 函数的定义域为 $\mathbf{R}^+$.

指数函数 $y = a^x$ 和对数函数 $y = \log_a x$ 互为反函数, 它们的图像关于直线 $y = x$ 对称.

(2) 对数恒等式

$$\log_a a^k = k \quad (a > 0, a \neq 1) \quad a^{\log_a N} = N \quad (a > 0, a \neq 1)$$

(3) ●对数换底公式的推论:

$$\log_a n^b = \frac{1}{n} \log_a b$$

$$\log_a n^{b^m} = \frac{m}{n} \log_a b$$

(4) 常用对数与自然对数

对数 $\log_a N$ ($a > 0, a \neq 1$) 中, 当底数

① $a = 10$ 时, 叫做常用对数, 记作 $\lg N$.

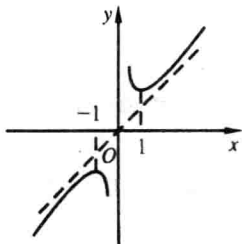
② $a = e$ 时, 叫做自然对数, 记作 $\ln N$.

(5) 建议背下 $\lg 2, \lg 3, \lg 5$ 的值, 便于选择题估值.

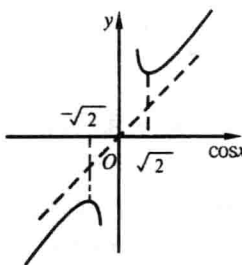
$$\lg 2 \approx 0.3010 \quad \lg 3 \approx 0.4771 \quad \lg 5 \approx 0.6990$$

$$\lg 2 = \lg \frac{10}{5} = \lg 10 - \lg 5 = 1 - \lg 5$$

4. 其他重要函数. [形如 $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$) 的函数]



(1) 如: $f(x) = x + \frac{1}{x}$. 若比较任意 x_1, x_2 ($x_1, x_2 \neq 0$) 对应的 $f(x_1), f(x_2)$ 的大小, 为求严谨, ●应先将函数的定义域分段, 再讨论 $f(x_1), f(x_2)$ 的大小.



(2) 注意定义域对最大、最小值的影响.

如: 求 $y = \cos x + \frac{2}{\cos x} \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 的最小值

解: $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right), \cos x \in (0, 1]$ 若



$y = t + \frac{2}{t}$ 当且仅当 $t = \frac{2}{t}$ 时, 即 $t = \sqrt{2}$ 时取到最小值 $y = 2\sqrt{2}$.

但 $\cos x$ 的值不能取到 $\sqrt{2}$, 且在 $(0, 1]$ 内, $y = \cos x + \frac{2}{\cos x}$ 单调递减.

$\therefore$ 当 $\cos x = 1$ 时, $y_{\min} = 3$.

四、函数的应用及其他应注意的问题

1. 关于反函数

(1) ●有反函数的函数必须保证自变量与因变量“一一对应”.

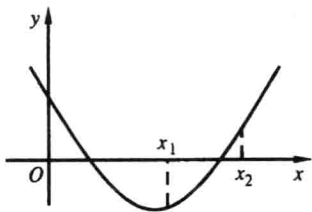
(2) ●单调的函数必有反函数, 但有反函数的函数不一定单调. 如: $y = \frac{1}{x} (x \neq 0)$.

2. 二次函数

(1) ●注意: 形如 $y = ax^2 + bx + c$ 这样带字母的函数, 题目若注明为二次函数, 则 $a \neq 0$, 若没注明, 应分类讨论 a 的范围.

$a = 0$ 时, 退化为一次函数,

$a \neq 0$ 时, 为二次函数.



(2) 根据题目所给的条件求已知二次函数中的字母系数时, 要注意利用函数中隐含的单调性条件.

如: 函数 $y = ax^2 + bx + c$, 当方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 在 $x \in (x_1, x_2)$ 范围内有解时, 且图像在 (x_1, x_2) 内单

调增, 则 $f(x_1) < 0, f(x_2) > 0$, 即可解出 a, b, c 范围.

(3) 函数的最值, 可根据函数单调性及二次函数性质来求.

如: $f(x) = \lg(x^2 + ax - a - 1)$, 若 $f(x)$ 有最小值, 求 a 的取值范围.

解: 令 $f(x) = \lg u, u = x^2 + ax - a - 1$

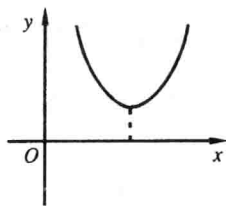
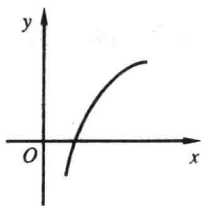
$\therefore f(x) = \lg u$ 为增函数 且 $u \in (0, +\infty)$

$\therefore$ 若 $f(x)$ 有最小值, 则, $u = x^2 + ax - a - 1$ 在 $(0, +\infty)$ 有最小值.

$\therefore \Delta = a^2 + 4(a + 1) < 0$.

解得 $-2 - \sqrt{3} < a < -2 + \sqrt{3}$





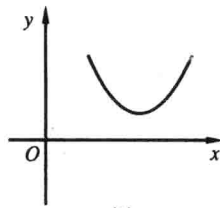
3. 有关方程的问题

(1) ●注意解方程时要考虑多种可能.

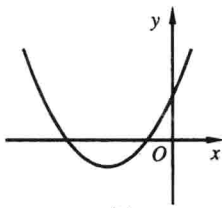
①若方程 $kx^2 = 3$ 无解, 那么, 有两种可能

$k < 0$ 与 $k = 0$ ($k = 0$ 易被忽略).

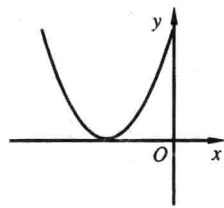
②二次函数 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$) 的解集交 $\mathbf{R}^+$ 为 $\emptyset$ 时, 则有这几种可能.



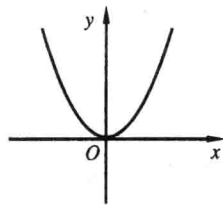
(1)



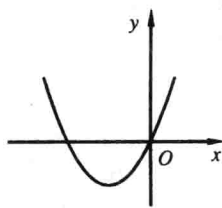
(2)



(3)



(4)



(5)

③●没有负根 $\Leftrightarrow$ 无根或有正根及零根

注意: 无根的情况常被忽略

(2) ●用换元法解方程时, 注意: 换元后新方程与原方程的定义域不一定相同, 定义域的范围有可能发生变化.

如: 方程 $3 \cdot (3)^{2x} + 2m \cdot 3^x + (1+m) = 0$ 有两个不等实根, 令 $y = 3^x$, 换元后, 原方程化为 $3y^2 + 2my + (1+m) = 0$, 此关于 y 的方程有两不等正根.

(3) 注意简化解题过程

如: 二次方程 $y = ax^2 + bx + c$ 有两不等正根,

$$\Leftrightarrow x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} > 0 \quad \text{不必再计算}$$

