

特级教师指导学习丛书

数学中考攻关

王占聪 主编

内容精要
范例解析

重点难点
考题荟萃



安徽科学技术出版社

特级教师指导学习丛书

数学中考攻关

主编 王占聪

编者 束从武 胡志杰
金崇明 许晓天

安徽科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学中考攻关/王占聪主编;束从武等编. —合肥:安徽科学技术出版社,1999.2

(特级教师指导学习丛书)

ISBN 7-5337-1730-9

I. 数… II. ①王…②束… III. 数学课-初中-升学参考资料 IV. G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 02173 号

*

安徽科学技术出版社出版

(合肥市跃进路 1 号新闻出版大厦)

邮政编码:230063

新华书店经销·宿县地区印刷厂印刷

*

开本:850×1168 1/32 印张:15.125 字数:366 千

2000 年 1 月第 2 次印刷

印数:8 000

ISBN 7-5337-1730-9/G·251 定价:16.00 元

(本书如有倒装、缺页等问题请向本社发行科调换)

出版者的话

本书是《特级教师指导学习丛书·数学高考攻关》的姊妹篇,由著名数学特级教师主编,参加编写的有近年来从广大中青年数学教师中评选出的合肥市及安徽省的教坛新星,有在教学上取得过优异成绩、具有丰富教学经验的第一线的数学教师。

本书以《中学教学大纲》和人民教育出版社出版的九年制义务教育教材《初中数学》为编写依据,并且考虑到最近国家要求各省、市、自治区对初中教材内容适当降低难度和调整的意见。

与同类书相比,本书有下述特点:一是内容精炼,文字简洁明了,突出重点,揭示规律;二是注重学生分析问题和解决问题能力的培养和训练。对各部分精选的范例除进行透彻分析和规范解答外,还对其进行了“评注”,使学生在知识上能融会贯通,举一反三,有画龙点睛之效果。书末所附的综合训练试题是作者根据自己多年的辛勤教学经验,并吸取外地之精华精心拟出的,对于各地的中考具有较强的导向性。

本书既适合于初中各年级学生的同步学习训练,也适合于初三数学的总复习,是一本较好的课外辅助参考材料。

目 录

代 数 部 分

第一章 代数初步知识	1
一 代数式、列代数式和代数式的值	1
二 公式、简易方程	4
第二章 有理数	9
一 有理数的意义	9
二 有理数的运算	12
第三章 整式的加减	19
第四章 一元一次方程	26
一 等式和方程、一元一次方程和它的解法	26
二 一元一次方程的应用	30
第五章 二元一次方程组	37
一 二元一次方程组及其解法	37
二 三元一次方程组的解法及一次方程组的应用	42
第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组	50
一 不等式和它的基本性质 不等式的解集	50
二 一元一次不等式(组)及解法	53
第七章 整式的乘除	59
一 整式的乘法	59
二 乘法公式	62
三 整式的除法	65
第八章 因式分解	72
一 提取公因式法和运用公式法	72

二 分组分解法和十字相乘法	75
第九章 分式	82
一 分式的概念和性质	82
二 分式的运算	86
三 分式的简单应用	92
第十章 数的开方	102
一 平方根	102
二 立方根	105
三 实数	108
第十一章 二次根式	114
一 二次根式的概念和性质	114
二 二次根式的化简	118
三 二次根式的运算	124
第十二章 一元二次方程	132
一 一元二次方程的概念和解法	132
二 一元二次方程的根的判别式及根与系数的关系	138
三 可化为一元二次方程的分式方程、无理方程	144
四 简单的二元二次方程组	150
五 一元二次方程的应用	156
第十三章 函数及其图象	164
一 平面直角坐标系	164
二 函数和函数图象	168
三 一次函数的图象和性质	173
四 二次函数及其图象和性质	178
五 反比例函数的图象和性质	185
第十四章 统计初步	193
一 平均数、众数、中位数	193
二 方差	197
三 频率分布	202

平 面 几 何 部 分

第一章 线段、角	207
一 直线、射线、线段	207
二 角	211
第二章 相交线、平行线	217
一 相交线、垂线	217
二 平行线	222
三 命题、定理、证明	227
第三章 三角形	237
一 三角形	237
二 全等三角形	242
三 尺规作图	249
四 等腰三角形	252
五 角的平分线、线段的垂直平分线及轴对称和轴对称 图形	257
六 直角三角形及勾股定理	261
第四章 四边形	269
一 四边形	269
二 平行四边形	272
三 矩形和菱形	276
四 正方形、中心对称、中心对称图形	280
五 梯形	285
六 平行线等分线段定理 三角形、梯形的中位线	289
第五章 相似形	296
一 比例线段	296
二 平行线分线段成比例定理	299
三 相似三角形及其判定	304
四 相似三角形的性质及相似多边形	309

第六章 解直角三角形	316
一 正弦和余弦	316
二 正切和余切	320
三 解直角三角形	324
第七章 圆	332
一 圆、垂径定理	332
二 圆心角与圆周角的性质	337
三 直线和圆的位置关系	342
四 切线长定理、和圆有关的比例线段	347
五 圆和圆的位置关系	352
六 正多边形和圆	359
七 弧长、扇形计算、圆柱、圆锥的侧面展开图	363
附 1 综合训练试题	373
附 2 练习、自测题、综合训练题解答提示和参考答案	409

代数部分

第一章 代数初步知识

本章知识是初中代数的准备知识,主要内容是代数式的一些初步概念及简单应用.代数式概念的建立,是由具体的数抽象为用字母表示,由具体的数量关系抽象化为代数式的过程.由数 $\rightarrow$ 字母 $\rightarrow$ 式,这是认识论上的一次飞跃.列代数式是本章学习的重点,应明察其重要性,为后继的学习奠定基础.

一 代数式、列代数式和代数式的值

(一)知识要点

本节主要掌握字母表示数,了解代数式、代数式值的概念,会列代数式表示简单的数量关系,会求代数式的值.

(二)释疑解难

1. 列代数式之关键是正确理解数量关系,弄清运算顺序及括号的使用,并做到语、式互译.

2. 求代数式的值,一要弄清运算符号;二要注意运算顺序;三要注意代数式里字母所取的值,不应使代数式或代数式表示的实际数量关系失去意义.

(三)典型范例解析

例 1 用字母表示:(1)乘法分配律; (2)梯形面积公式.

解: (1) $a(b+c) = ab+ac$

(2) 若用 S 表示梯形的面积,上、下底和高分别用 a 、 b 和 h 来表示,则 $S = \frac{1}{2}(a+b)h$.

评注:(1)字母表示数,表达简明,应用广泛;

(2)表达代数式时,应注意书写格式.

例 2 用代数式表示:

(1)比 x 的倒数小 6 的数;(2) a 与 b 的和除以 c 的商;(3) a 、 b 两数差的平方与 a 、 b 两数平方差的积;(4) a 的相反数的平方与 b 的倒数的绝对值的和.

解:(1) $\frac{1}{x} - 6$ (2) $\frac{a+b}{c}$ (3) $(a-b)^2(a^2-b^2)$

(4) $(-a)^2 + \left| \frac{1}{b} \right|$

评注:(1)列代数式是列方程的基础,关键是要弄清关键字、词、数量关系及运算顺序;

(2)列代数式的结果不能化简.

例 3 求代数式的值;

(1) $\frac{x^2+1}{x-1}$, 其中 $x=2$

(2) a^2-b^2 , 其中 $a=12, b=7$

(3) $c-(c-a)(c-b)$, 其中 $a=2, b=1, c=3$

解:(1) 当 $x=2$ 时, 原式 $= \frac{2^2+1}{2-1} = 5$

(2) 当 $a=12, b=7$ 时, 原式 $= 12^2 - 7^2 = 95$

(3) 当 $a=2, b=1, c=3$ 时, 原式 $= 3 - (3-2)(3-1) = 1$

评注:求代数式值时,应注意运算顺序:先算平方、立方,再算乘除,最后算加减.若有括号,先算括号里面的.

练习 1-1

1. 选择

(1) 表示 a 减去 b 的 2 倍的式子是 ()

(A) $a-2b$ (B) $a-b^2$ (C) $2(a-b)$ (D) $a-\frac{1}{2}b$

(2) 下面用语言叙述代数式 $\frac{1}{x} - 2$, 表达不正确的是 ()

(A) 比 x 的倒数小 2 的数 (B) 1 除以 x 的商与 2 的和

(C) 1 除以 x 的商与 2 的差 (D) x 的倒数与 2 的差

(3) 一项工程, 甲单独做 a 小时完成, 乙单独做 b 小时完成, 甲乙两人合做这项工程需要小时数是 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ()

(A) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ (B) $\frac{ab}{a+b}$ (C) $\frac{1}{ab}$ (D) $\frac{1}{a+b}$

(4) 甲种茶叶每千克价 m 元, 乙种茶叶每千克价 n 元, 现取甲种 a 千克, 乙种 b 千克, 混合而成的茶叶每千克价是 ()

(A) $\frac{a+b}{m+n}$ (B) $\frac{am+bn}{ab}$ (C) $\frac{am+bn}{a+b}$ (D) 以上均不对

2. 填空

(1) 一个矩形的周长为 80cm, 如果长为 a cm, 那么宽为 $40-a$ cm.

(2) 三个连续奇数, 最小的一个是 $2n-1$, 用代数式表示这三个连续奇数的平方和 $(2n-1)^2 + (2n+1)^2 + (2n+3)^2$

(3) 含盐 18% 的盐水 a 千克, 其中含纯盐 _____ 千克;

(4) 当 $a=0.1, b=0.01$ 时, $a^2 - b^2$ 的值是 _____.

3. 说出下列代数式的意义

(1) $(a-b)^2 - (a^2 - b^2)$ (2) $(\frac{1}{3}ab^2)^3$

4. 列代数式

(1) 4 除以某数的平方的商减 -5 的差;

(2) 比 a 除以 b 的商的 3 倍大 8 的数.

5. 求代数式的值

(1) 若 $a=3, b=\frac{1}{2}$, 求 $a^2 + 2ab + b^2$ 与 $(a+b)^2$ 的值;

(2) 已知 $a=4\frac{4}{7}, b=2\frac{2}{7}$, 求 $\frac{a^2 - 4b^2}{a^4 + a^2 + b^2 + b^4}$ 的值.

6. 苹果的批发价是每千克 2.5 元, 现购买 m 千克苹果需租用 5 个包装箱, 每个包装箱需交押金 4.50 元, 则共需付款多少元?

二 公式、简易方程

(一) 知识要点

本节是代数式的简单应用, 要求会解简单的方程, 能利用公式、会利用简易方程解决实际问题.

(二) 释疑解难

1. 常用的、基本的数量关系, 往往写成公式, 便于应用. 弄清公式中的字母含义, 然后由已知求未知;

2. 简易方程的解法依据等式性质, 解应用题抓住等量关系.

(三) 典型范例解析

例 1 已知长方形的长是宽的 1.6 倍, 如果用 a 表示宽, 那么这个长方形的周长 c 是多少? 当 $a = 12\text{cm}$ 时, 求 c .

分析: 先导出公式, 再代入.

$$\text{解: } c = 2(a + 1.6a) = 5.2a$$

当 $a = 12$ 时

$$c = 5.2 \times 12 = 62.4$$

评注: 派生公式应先推导, 再求值.

例 2 礼堂第一排有 a 个座位, 后面每排比前一排多 1 个座位. 第二排有几个座位? 第 3 排呢? 用 m 表示第 n 排的座位数, m 是多少? 求 $a = 20, n = 19$ 时, m 的值.

分析: 找规律探求一般式.

解: 第二排有: $(a + 1)$ 个

第三排有: $(a + 2)$ 个

第 n 排有: $(a + n - 1)$ 个 即 $m = a + n - 1$

当 $a = 20, n = 19$ 时, $m = 20 + 19 - 1 = 38$

评注: 对于与自然数有关的问题, 宜从前几项探求一般规律即得一般式.

例3 甲、乙汽车同时从相距 90 千米的两地相向而行,两小时后相遇.已知甲车的速度为 25 千米/小时,求乙车的速度是多少?

分析:行程问题应在草稿本上画线段图,再寻等量关系.

解:设乙车的速度为 x 千米/小时,则

$$2 \times 25 + 2x = 90$$

$$2x = 40$$

$$x = 20$$

答:乙车的速度为 20 千米/小时.

评注:列方程(组)解应用题的一般步骤:审、设、列、解、验、答.列方程时要注意两边的数量和单位是否一致.

练习 1-2

1. 选择

(1) 方程 $2x + 1 = m$ 的解是 $x = \frac{1}{2}$, 则 m 的值是 ()

(A) $m = \frac{1}{2}$ (B) $m = 0$ (C) $m = 2$ (D) $m = 3$

(2) 下列四个方程:① $1.2x + 1.5 = 6.3$; ② $\frac{5+x}{2} - 1 = 3$; ③ $3x - 2 = 10$; ④ $3(5-x) = 6$ 解相同的是 ()

(A) ①③, ②④ (B) ②③, ①④ (C) ①②, ③④ (D) ①③

(3) 银行存款的月利率是 $n\%$, 存款 x 元, 半年的本息计算正确的是 ()

(A) $(n\% + x)$ 元 (B) $(x + n\%x)$ 元

(C) $6(x + n\%x)$ 元 (D) $(x + n\%x \cdot 6)$ 元

(4) 一个纸箱, 它的长为 a , 宽是 b , 高是 c , 那么它的表面积是 ()

(A) abc (B) $2ab + 2ac$ (C) $2ab + 2bc + 2ac$ (D) $ab + bc + ca$

2. 填空

(1) 棱长为 a 的正方体体积 $V =$ _____;

(2) 梯形的上底为 a , 下底为 b , 高为 h , 则该梯形的面积为 _____
—;

(3) x 乘以 2 加上 3, 得 6, 用方程表示为 _____;

(4) 当 $a=3$ 时, 方程 $ax=2a-3$ 的解是 _____.

3. 重量为 m 千克的茶叶, 售价是 p 元, 设单价是每千克 d 元, 写出单价的计算公式. 现在有两种盒装茶叶, 第一种 $m=0.25, p=3.14$; 第二种 $m=0.75, p=1$, 哪种茶叶便宜一些?

4. 解下列方程

(1) $12-x=5$

(2) $\frac{1}{3}x+2=4$

(3) $x+4=2x-6$

(4) $3(x-1)+1=4$

5. 一件工程甲单独干需 8 天完成, 乙单独干需 12 天完成, 甲乙先合干 2 天, 余下的由乙单独干, 还需几天可以完成?

6. 已知三个连续整数的和是 30, 求这三个连续整数.

自测题

(一) 选择题

1. a 与 b 的 4 倍的差是 ()

(A) $4(a-b)$ (B) $a-4b$ (C) $4a-b$ (D) 以上都对

2. $\frac{1}{2}(a+3b)$ 的意义是 ()

(A) a 加上 b 的 3 倍的和的 $\frac{1}{2}$

(B) a 加上 b 的 3 倍的和的 $\frac{1}{2}$

(C) a 的 $\frac{1}{2}$ 加上 b 的 3 倍

(D) a 加上 b 的 3 倍的一半

3. 当 $a=4, b=12$ 时, 代数式 $a^2-\frac{b}{a}$ 的值为 ()

(A)13 (B)1 (C)3 (D)以上都不对

4. 下列式子是方程的是 ()

(A) $\frac{x-3}{2}=1$ (B) $S=TV$ (C) $2x-3$ (D) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$

5. 如果甲数比乙数大 35, 将甲数用 a 表示, 则甲乙两数的积的代数式是 ()

(A) $a(a-35)$ (B) $a(a+35)$ (C) $a(35-a)$ (D) $35a$

6. 如果 $b < a < 0$, 则化简 $|a+b| + |b-a|$ 所得的结果是 ()

(A) $-2a$ (B) $-2b$ (C) $2a+2b$ (D) $2b$

7. 长方形的长是 b , 周长是 a , 则此长方形的面积是 ()

(A) ab (B) $b(a-2b)$ (C) $\frac{b(a-2b)}{2}$ (D) $\frac{ab}{2}$

8. 解方程 $\frac{1}{2}x-5=1$ 解得正确结果是 ()

(A) $x=12$ (B) $x=6$ (C) $x=3$ (D) $x=8$

9. 若 $2x+1=8$, 则 $\frac{4x}{2}+1$ 的值是 ()

(A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18

10. 关于 x 的方程 $\frac{m-1}{3}x=5$, 如果方程有唯一解, 则 ()

(A) $m \neq 0$ (B) $m = 1$ (C) $m \neq -1$ (D) $m \neq 1$

(二) 填空题

11. a 的平方与 b 的积的 $\frac{2}{3}$ 写成代数式是_____;

12. 一梯形的面积为 25cm^2 , 若上底为 $a\text{cm}$, 下底为上底的 2 倍, 则梯形的高为_____ cm ;

13. 浓度为 $a\%$ 的盐水 m 克, 加入 n 克水后, 其浓度为_____;

14. 代数式 $(a+b)(a-b)$ 的意义是_____;

15. 如果 $2x-5=9$, 那么 $\frac{x}{3}-2=$ _____;

16. 若方程 $ax - 3 = 0$ 与 $x - 1 = 0$ 同解, 那么 $a =$ _____.

(三)解答题

17. 用代数式表示:

(1) x 的 5% 与 y 的 6% 的和;

(2) 设甲数为 x , 乙数为 y , 那么甲数的 3 倍减去乙数的平方的差;

(3) 求比 x 、 y 的平方和的倒数大 c 的数;

(4) 一项工作甲单独做 x 天完成, 乙单独做 y 天完成, 甲、乙合做 3 天后, 乙再做 2 天, 问还剩下全工作的几分之几?

18. 求代数式的值

(1) 当 $x = 3, y = 5$ 时, $(x + y)^2 - (x^2 + y^2)$ 的值;

(2) 当 $a = 7, b = 2, c = 4, d = 3$ 时, $3a^2b - \frac{b^3}{c} + d$ 的值.

19. 解简易方程

(1) $3(x - 3) = 8$

(2) $0.2x - 1 = 1$

(3) $(1 - 75\%)x = 680$

(4) $\frac{3}{2} = \frac{5}{6}y - \frac{2}{3}$

20. 甲、乙两人同时从同地同向出发, 绕 400 米一圈的跑道赛跑, 如果甲跑一圈要 1 分钟, 乙跑一圈要 1 分 20 秒, 问甲、乙出发几分钟后才能再相遇?

第二章 有理数

本章的主要内容是有理数的有关概念及其运算. 重点是有理数的运算, 其混合运算又是难点. 有理数的运算是数学其他运算的基础. 具有正确、迅速的运算能力, 是一项重要要求.

一 有理数的意义

(一) 知识要点

本节主要了解有理数的意义, 数轴、相反数、绝对值等概念, 会用正、负数表示相反意义的量, 按要求给有理数分类, 会求有理数的相反数与绝对值, 掌握有理数大小比较的法则.

(二) 释疑解难

(1) 由算术数扩充到有理数后, 零是正、负数之间的界限, 是唯一的中性数, 具有丰富的含义;

(2) 建立数轴后, 使数与形结合, 形象直观地研究有理数的有关概念;

(3) 绝对值的几何意义: 表示这个数的点离开原点的距离, 因此 $|x| \geq 0$.

(三) 典型范例解析

例 1 如图 2-1, 数轴上 A、B 两点对应有理数为 a 、 b , 其中 0 为原点, 对照数轴在空白处填上“>”“<”或“=”号.

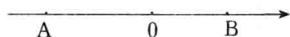


图 2-1

- (1) $|a|$ _____ $|b|$ (2) $-a$ _____ b (3) ab _____ 0
(4) $b+a$ _____ $b-a$ (5) $(a+b)^{2n+1}$ _____ 0 (n 是自然数)

分析: 从数轴上可看出两数的: (1) 大小; (2) 正负; (3) 绝对值的