

第三次修订版

丛书主编 希 扬

主 编 李丽琴 屠新民

同步
导读

走向
清华
北大

初三数学



龍門書局

www.sciencep.com

走向清华北大·同步导读

(第三次修订版)

初三数学



主编	李丽琴	屠新民	
编者	凯 临	屠新民	袁生海
	李丽琴	兰社云	屠新虹
	马建民	杜 瑜	郦 新
	岳林宝		

主编寄语

清华北大是科学家的摇篮——上清华北大，初中打好基础。

——希扬

龍 門 書 局

北 京

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，
凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64034160 13501151303(打假办)

邮购电话：(010)64000246

图书在版编目(CIP)数据

走向清华北大同步导读. 初三数学/希扬主编;李丽琴,屠新民分册主编. —修订版. —北京:龙门书局,2003

ISBN 7-80111-958-4

I. 走… II. ①希…②李…③屠… III. 数学课—初中—
教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 006716 号

责任编辑:曾晓晖 夏少宁

封面设计:郭建

龙门书局出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

化学工业出版社印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2000年6月第一版 开本:890×1240 A5

2003年6月第三次修订版 印张:13 3/4

2003年6月第十一次印刷 字数:420 000

印数:276 001—356 000

定价:16.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

走向清华北大·同步导读



丛书编委会

主 编：希 扬

副 主 编：(以姓氏笔画为序)

王宏朋 王振中 王崇华

卢浩然 许维钊 孙红保

杨冬莲 张 锐 季广生

赵银堂 屠新民 程 里

编 委：吴振民 刘金安 岳自立

刘炳炎 樊学兵 金永强

牛尔为 德 生 向 荣

王鸿尤 梁 丰 济 群

执行编委：曾晓晖



品牌越世纪，书香二百年

——《走向清华北大·同步导读》修订版序

“我要上清华！”“我要上北大！”这是时代的强音，是立志成才报效祖国的莘莘学子发自心底的呼声。1998年，在文教图书界享有盛誉的龙门书局应时推出了鼓舞人心、大气凝重的《走向清华北大·高考阶梯训练》丛书，在强手如林、竞争激烈的图书市场异军突起，好评如潮。丛书主编曾应邀在北京图书大厦及全国各大城市中心书店签名售书，又掀起一股股小波澜。

2000年，为了响应教育部全面推行素质教育、培养创新人才的号召，龙门书局又隆重推出了《走向清华北大·高考阶梯训练》丛书的姊妹篇——《走向清华北大·同步导读》丛书。

《走向清华北大》以她特有的风采，风风火火地走过了五个春秋，其销售量已达50余万套，她响亮的名字给人以鼓舞、她厚重的内容给人以自信、她所激发的灵感给人以无穷的智慧。无数莘莘学子因为有了她步入了理想的殿堂——圆梦重点高中、重点大学。

这套与现行教材同步的丛书，以能力培养为目的，以教育部最新教改精神为准绳，以最新教材为依据，精心编纂，自成一家。她具有“三名”“一新”的显著特色。

“三名”即名家策划、名师主笔、名社出版。

为了编纂一套高质量的教辅书，以便为全国重点院校培养更多人才，龙门书局特邀了教育界有影响的专家学者研究、策划，并编制蓝图与提纲；又聘请了多位工作在教学第一线的“高分老师”，尤其聘请了辅导高考卓有成效，每年都为清华北大等名校输送很多新



生的特、高级教师撰稿；再由久负盛名的龙门书局出版，构成了本书的“三名”特色。

“一新”即体例新，使本书别具一格，书香四溢。

在铺天盖地的教辅书世界里，最难作假，最逃不过读者明眼的，应该是书的质量。龙门书局在广泛调查文教图书市场之后，引发了新的思考，在博采众长的基础上，设计了科学、高效、实用、创新的新体例。同时，将试题中基础题、中等题和难题的比例设计为5:3:2，以便拉开档次，使高材生脱颖而出。50余万套的销量正是这套丛书质量的体现。

2003年新版的《走向清华北大·同步导读》丛书，将以崭新的面貌走到读者面前，请接受她的爱吧，您的学习将因为有她而变得更加精彩。

希 扬



修订版前言

2003年是教育改革和教材改革力度最大的一年,中学教材进行了较大的改革和更新。《走向清华北大·同步导读》紧跟教改形式,保持了与现行最新教材同步到节(课)的特点,以全新的教学理念指导丛书的全面修订与内容更新,必将成为广大中学生不可多得的教学辅导用书。

丛书发行五年来,销量已达数十万套,颇受广大读者欢迎与厚爱。此次修订在保持内容的新颖性、同步性的基础上,对丛书的有关栏目、例题、习题进一步更新并加以整合,突出名师和读者的互动关系,形成作者与读者之间零距离的交流,使之更加贴近学生实际。修订后丛书的主要特点有:

每章依照课本的节(课)同步写成。每节(课)中设有“知识要点聚焦”、“重点问题点拨”、“高(中)考样题例释”、“高(中)考误区警示”和“创新互动训练”五个栏目,解读高(中)考的考点,剖析知识学习的重点与难点,点拨典型题型的解法,介绍解题技巧与方法,使读者在阅读典型例题以及创新互动训练过程中,形成渐悟、顿悟,最终大彻大悟,提升学识与能力。

每章的结尾附一套“考名校检测题”,用于检测学习效果与能力,指导读者循序渐进,脚踏实地,一步一个脚印地考上清华北大等中华名校。

总之,在修订中我们全面吸收了近五年高(中)考试题和各省、市模拟题的精华,充实到本丛书中,并且将我们数十年教学经验和指导学生所积累的宝贵资源倾囊而授,盼读者从本书中汲取知识精华,百尺竿头更进一步,跃上龙门,金榜题名。



目 录

代 数 部 分

第十二章 一元二次方程	1
引言	1
12.1 用公式法解一元二次方程	2
12.2 用因式分解法解一元二次方程	10
12.3 一元二次方程的根的判别式	14
12.4 一元二次方程的根与系数的关系	19
12.5 二次三项式的因式分解	30
12.6 一元二次方程的应用	34
12.7 可化为一元二次方程的分式方程	44
12.8 由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成 的方程组	51
12.9 由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二 元一次方程的方程组成的方程组	60
考名校检测题	66
第十三章 函数及其图象	69
引言	69
13.1 平面直角坐标系	70
13.2 函数	74
13.3 函数的图象	81
13.4 一次函数	85
13.5 一次函数的图象和性质	89
13.6 二次函数 $y = ax^2$ 的图象	100
13.7 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象	104
13.8 反比例函数的图象及性质	116



[专题辅导]初中函数知识的应用	125
考名校检测题	135
第十四章 统计初步	139
导言	139
14.1 平均数	140
14.2 众数和中位数	146
14.3 方差	153
14.4 频率分布	163
考名校检测题	176

几 何 部 分

第六章 解直角三角形	181
导言	181
6.1 正弦与余弦	182
6.2 正切与余切	188
6.3 解直角三角形	196
6.4 解直角三角形的应用	207
考名校检测题	216
第七章 圆	221
导言	221
7.1 圆	222
7.2 过三点的圆	228
7.3 垂直于弦的直径	232
7.4 圆心角、弧、弦、弦心角间的关系	238
7.5 圆周角	243
7.6 圆内接四边形	251
7.7 直线与圆的位置关系	259
7.8 切线的判定和性质	265
7.9 三角形的内切圆	272
7.10 切线长定理	279
7.11 弦切角	287



7.12 和圆有关的比例线段	294
7.13 圆和圆的位置关系	305
7.14 两圆的公切线	313
7.15 相切在作图中的应用	326
7.16 正多边形和圆	328
7.17 正多边形的有关计算	332
7.18 画正多边形	337
7.19 圆周长、弧长	340
7.20 圆、扇形、弓形的面积	344
7.21 圆柱和圆锥的侧面展开图	352
考名校检测题	355
模拟试题(一)	359
模拟试题(二)	362
参考答案	365

代数部分

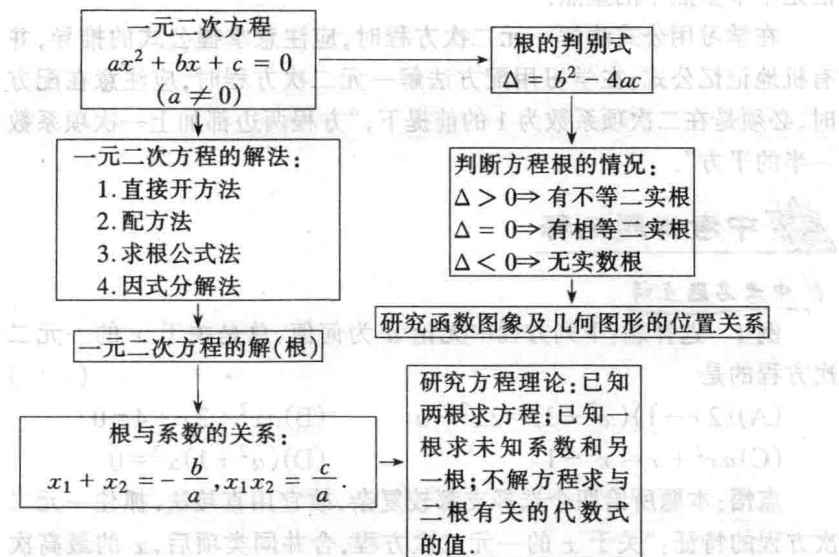


第十二章 一元二次方程



导言

本章的主要内容是一元二次方程的解法和列方程解应用题,一元二次方程的根的判别式、根与系数的关系,以及与一元二次方程有关的方程(分式方程、无理方程)的解法等.此外,还介绍了简单的二元二次方程组的解法.



本章的重点是一元二次方程及无理方程的解法. 本章的难点是配方法和列方程解应用题.



12.1 用公式法解

一元二次方程



知识要点聚焦

1. 整式方程和一元二次方程的概念;
2. 灵活运用三种解法解一元二次方程;
3. 解含字母系数的一元二次方程.



重点问题点拨

掌握解一元二次方程的直接开方法;配方法;求根公式法是本节的重点.这是由于一般的一元二次方程都能用求根公式来解,并且配方法在以后学习中还会经常用到.这也充分说明了求根公式法、配方法是本节重点中的重点.

在学习用公式法解一元二次方程时,应注意掌握公式的推导,并有机地记忆公式;在学习用配方法解一元二次方程时,应注意在配方时,必须是在二次项系数为1的前提下,“方程两边都加上一次项系数一半的平方”.



中考样题例释

中考名题点评

例1 选择题:下列方程中无论 a 为何值,总是关于 x 的一元二次方程的是 ()

(A) $(2x-1)(x^2+3)=2x^2-a$

(B) $ax^2+2x+4=0$

(C) $ax^2+x=x^2-1$

(D) $(a^2+1)x^2=0$

点悟:本题所给四个选择支都较复杂,故宜用直接法.抓住一元二次方程的特征:“关于 x 的一元二次方程,合并同类项后, x 的最高次数必须是2,且 x^2 的系数不等于零”,对四个选择支一一剖析即可.

解:(A)是一元三次方程;(B)当 $a=0$ 时,是 x 的一次方程;(C)当 $a=1$ 时,也是 x 的一次方程;再观察(D),由于恒有 $a^2+1 \neq 0$,虽然它



没有一次项和常数项,仍为 x 的一元二次方程.

∴ 应选(D).

例 2 选用适当方法解下列方程:

$$(1) 4(x-1)^2 = 225;$$

$$(2) 2x^2 + 8x - 3 = 2x + x^2;$$

$$(3) (a^2 - b^2)x^2 - 4abx + b^2 - a^2 = 0 (a \neq \pm b);$$

解: (1) $2(x-1) = \pm 15,$

即 $2x - 2 = \pm 15,$

$$\therefore x = \frac{2 \pm 15}{2}, \text{ 即 } x_1 = \frac{17}{2}, x_2 = -\frac{13}{2}.$$

(2) 整理, 得 $x^2 + 6x - 3 = 0,$

$$x^2 + 6x + 9 = 12, (x+3)^2 = 12.$$

$$x+3 = \pm 2\sqrt{3},$$

$$\therefore x = -3 \pm 2\sqrt{3}.$$

即 $x_1 = -3 + 2\sqrt{3}, x_2 = -3 - 2\sqrt{3}.$

$$(3) \because \Delta = (-4ab)^2 - 4(a^2 - b^2)(b^2 - a^2)$$

$$= 4a^4 - 8a^2b^2 + 4b^4 + 16a^2b^2$$

$$= 4a^4 + 8a^2b^2 + 4b^4$$

$$= 4(a^2 + b^2)^2$$

$$\therefore x = \frac{4ab \pm \sqrt{4(a^2 + b^2)^2}}{2(a^2 - b^2)}$$

$$= \frac{4ab \pm 2(a^2 + b^2)}{2(a^2 - b^2)}$$

$$= \frac{2ab \pm (a^2 + b^2)}{a^2 - b^2}$$

$$\therefore x_1 = \frac{a+b}{a-b}, x_2 = \frac{b-a}{a+b}.$$

点拨: 本例主要考查与训练做题者思维的选择性. 仔细观察题目结构特点, 选用最适合本题的解法. (1) 题宜用直接开平方法; (2) 题整理为一元二次方程的一般形式后既可用公式法也可用开平方法, 显然用开平方法较简便; (3) 题因含有字母系数, 可用公式法, 但事实上仔细研究后是可用因式分解法的. 这种方法在后面将介绍到.



本例说明,一题在手,努力寻求最佳解法对于思维能力的训练是大有裨益的.

创新题型导学

例3 若关于 x 的方程 $x^2 - ax - 3a = 0$ 的一个根是 -2 , 求它的另一个根. (2002 年天津)

点悟: 应先将 $x = -2$ 代入方程来求 a 的值.

解: 将 $x = -2$ 代入已知方程, 得

$$(-2)^2 - a \times (-2) - 3a = 0,$$

$$\text{即 } 4 + 2a - 3a = 0, \therefore a = 4.$$

$$\text{得 } x^2 - 4x - 12 = 0,$$

$$\text{即 } x^2 - 4x + 2^2 - 16 = 0,$$

$$\therefore (x-2)^2 = 16, x-2 = \pm 4.$$

$$\therefore x_1 = 6, x_2 = -2.$$

$\therefore$ 原方程的另一根为 6.

点拨: 配方法的一般步骤是: 先把方程化成一般形式; 再把二次项系数化为 1; 第三步, 把常数项移到等号的右边; 第四步, 方程两边同加上一次项系数一半的平方, 把左边配成一个完全平方式; 第五步, 用直接开方法求出解(条件是右边为非负数).

例4 解方程: $3y^2 + 1 = 2\sqrt{3}y$.

点悟: 此题有两种解法. 一是利用求根公式, 需认清 a 、 b 、 c 代入求根公式即可; 二是移项配方后解之.

解法1 移项, 得

$$3y^2 - 2\sqrt{3}y + 1 = 0,$$

$$\therefore a = 3, b = -2\sqrt{3}, c = 1,$$

由求根公式, 得

$$y = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{(-2\sqrt{3})^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{0}}{6},$$

$$\therefore y_1 = y_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

解法 2 移项,得

$$3y^2 - 2\sqrt{3}y + 1 = 0,$$

$$\text{即 } (\sqrt{3}y)^2 - 2\sqrt{3}y + 1 = 0.$$

$$\therefore (\sqrt{3}y - 1)^2 = 0.$$

$$\therefore \sqrt{3}y - 1 = 0.$$

$$\text{故 } y_1 = y_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

点拨:利用解法 1 求解时,确定 a 、 b 、 c 的值时,要注意符号.

例 5 解关于 x 的方程

$$(x+m)(x-n) + (x-m)(x+n) = 2m(mx-n).$$

点拨:先将原方程整理成一元二次方程的一般形式,然后在确定 $b^2 - 4ac \geq 0$ 的情况下,把 a 、 b 、 c 代入求根公式求根.

解:展开,整理得

$$2x^2 - 2m^2x = 0,$$

$$\therefore a = 2, b = -2m^2, c = 0,$$

$$b^2 - 4ac = 4m^4 \geq 0,$$

$$\therefore x = \frac{2m^2 \pm \sqrt{4m^4}}{4} = \frac{2m^2 \pm 2m^2}{4},$$

$$\therefore x_1 = m^2, x_2 = 0.$$

点拨:方程 $2x^2 - 2m^2x = 0$, 即 $x^2 - m^2x = 0$, 也可以这样解:

$$x(x - m^2) = 0,$$

$$\therefore x = 0 \text{ 或 } x - m^2 = 0,$$

$$\therefore x_1 = 0, x_2 = m^2.$$

这种解法叫做因式分解法. 下节我们将给予详细介绍.

例 6 方程 $(m-2)x^{m^2-5m+8} + (m-3)x + 5 = 0$

(1) m 取何值时, 是一元二次方程, 并求此方程的解;

(2) m 取何值时是一元一次方程.

点拨:此题应注意对 x 项的指数与系数的讨论.

解:(1) 当 $m^2 - 5m + 8 = 2$ 且 $m - 2 \neq 0$ 时, 方程为一元二次方程.

$$\text{由 } m^2 - 5m + 8 = 2,$$



解得 $m_1=2, m_2=3$,

又 $\because m-2 \neq 0$, 得 $m \neq 2$.

$\therefore m=3$ 时方程为一元二次方程.

将 $m=3$ 代入原方程,

得 $x^2+5=0$, 方程无实数解.

(2) 由 $m-2=0$, 得 $m=2$, 且 $m-3 \neq 0$, 这时方程为一元一次方程.

($m-2 \neq 0$ 时, $m^2-5m+8=1$ 和 $m^2-5m+8=0$ 均无解.)

点拨: 解一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 时, $a \neq 0$ 是关键, 在二次项系数是含字母的代数式时, 应特别注意这一条件.

综合题型巧解

例 7 已知 $x=1$ 是方程 $x^2-mx+1=0$ 的根, 化简 $\sqrt{m^2-6m+9} - \sqrt{1-2m+m^2}$.

点悟: 可将方程的根 $x=1$ 代入方程, 求出 m 的值, 再代入已知代数式化简之.

解: 将 $x=1$ 代入方程

得 $1^2-m \cdot 1+1=0$,

解得 $m=2$.

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{m^2-6m+9} - \sqrt{1-2m+m^2} &= \sqrt{2^2-6 \cdot 2+9} - \sqrt{1-2 \cdot 2+2^2} \\ &= \sqrt{1}-\sqrt{1} \\ &= 1-1 \\ &= 0. \end{aligned}$$

例 8 下列关于 x 的整式方程, 是什么方程:

(1) $ax^2+bx+c=0$;

(2) $(x+a)(x-a)=(kx-1)^2$;

(3) $m^2x^2+kx=(1-x)(1+x)$.

解: 对(1)可分类如下:

$$ax^2+bx+c=0 \begin{cases} a \neq 0 \text{ 二次方程} \begin{cases} bc \neq 0, \text{ 完全的二次方程;} \\ b \neq 0, c=0, \text{ 缺常数项的二次方程;} \\ b=0, c \neq 0, \text{ 缺一次项的二次方程;} \\ b=0, c=0, \text{ 平凡的二次方程.} \end{cases} \\ a=0 \begin{cases} b \neq 0, \text{ 一元一次方程;} \\ b=0, \text{ 不再是方程.} \end{cases} \end{cases}$$

对(2),应用乘法公式,得

$$x^2 - a^2 = k^2 x^2 - 2kx + 1,$$

$$\text{即 } (1 - k^2)x^2 + 2kx - (a^2 + 1) = 0.$$

当 $k = \pm 1$ 时,它是一次方程;

当 $k \neq \pm 1$ 时,它是二次方程.

对(3),原方程可化为

$$(m^2 + 1)x^2 + kx - 1 = 0,$$

$\therefore$ 对任何实数 $m, m^2 + 1 \geq 1 > 0$,

$\therefore$ (3)是一元二次方程.

点拨:在题中所给的三个方程中,对字母系数没有作任何限制,所以在解答时,要通过分类讨论和论证,来加以判定.

例9 解下列方程:

$$(1) abx^2 - (a^4 + b^4)x + a^3b^3 = 0 (ab \neq 0);$$

$$(2) 10a^2x^2 + 13abx - 3b^2 = 0 (a \neq 0 \text{ 且 } b \neq 0).$$

解:(1) $ab \neq 0$, 即 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$. 有

$$\Delta = (a^4 + b^4)^2 - 4a^4b^4$$

$$= (a^4 - b^4)^2 \geq 0,$$

方程有实根,实根是

$$x = \frac{a^4 + b^4 \pm \sqrt{(a^4 - b^4)^2}}{2ab}$$

$$= \frac{a^4 + b^4 \pm (a^4 - b^4)}{2ab}.$$

$$\therefore x_1 = \frac{a^3}{b}, x_2 = \frac{b^3}{a}.$$

(2) $a \neq 0$, 方程为二次方程. 有

$$\Delta = (13ab)^2 + 4 \times 10a^2 \times 3b^2$$

$$= (169 + 120)a^2b^2$$

$$= 289a^2b^2 > 0.$$

方程有不相等的实根. 实根是

$$x = \frac{-13ab \pm \sqrt{\Delta}}{2 \times 10a^2}$$

$$= \frac{-13ab \pm 17ab}{20a^2}.$$