

Chuzhong Shuxue

初中数学

升学
指导

核心
丛书

上海科技教育出版社
上海市南洋模范中学 编

Shengxue
Zhidao
Hexin Congshu

升学指导核心丛书

初中数学

上海市南洋模范中学 编

上海科技教育出版社

升学指导核心丛书

初中数学

上海市南洋模范中学 编

上海科技教育出版社出版发行

(上海冠生园路 393 号 邮政编码 200233)

各地新华书店经销 商务印书馆上海印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 12.25 字数 275 000

1998 年 1 月第 1 版 1998 年 2 月第 2 次印刷

印数 20 001—30 000

ISBN7-5428-1622-5/O·156

定价: 11.90 元

如有质量问题,请与厂质量科联系。T: 56628900×13

前 言

作为一个初中毕业班的学生,必须在有限时间内有条不紊地复习初中阶段所学知识,既要抓住重点,又不能漏掉知识点,以达到全面复习的目的.为此,我社组织编写了一套“升学指导核心丛书”,分初中语文、数学、英语、物理、化学等五册.

本丛书根据国家教委制定的教学大纲和中考大纲要求编写,内容充实,实用性、针对性强,能帮助学生有计划、有步骤地进行中考各科的总复习.

每册根据该学科具体的复习要求分为若干单元,每一单元又分成三个部分.

第一部分“核心知识”,是将本单元知识进行梳理归纳,简明扼要地列出基本概念、基本定义、定理、公式,并提纲挈领地提出本单元的重点、难点、常见考点,让学生对本单元的大致内容一目了然.

第二部分“核心范例”,精选了能涵盖本单元要点的典型例题,通过分析、解、说明等不同形式,以点带面地进行全方位的辅导,其中不乏作者在长期的教学实践中总结出来的学习规律和解题妙法.这一部分是全书的精华所在,能指导学生牢固掌握并灵活运用所学知识,事半功倍地解决各种类型的问题.

第三部分“核心练习”又分“巩固练习”(以毕业为要求)和“迁移练习”(以升学为要求),着意选编了一些有梯度的习题,达到循序渐进、举一反三的目的.

最后还附有 5~10 套初中阶段的综合测试题,相当于重点中学的教学水平,让学生在经过本书的复习后,自测对该学科知识的掌握程度。

本丛书约请了享有盛名的上海市南洋模范中学具有丰富教学经验的教师精心编撰而成,书中凝结着他们经多年积累、提炼而成的行之有效的学习方法和解题捷径,将成为广大初中毕业班学生复习迎考的良好益友。

本书由甄正观老师编写。

目 录

第一部分 代数	1
一、实数	1
有理数	1
数的开方	10
统计初步	20
二、代数式	30
整式的加减	30
整式的乘除	38
因式分解	45
分式	53
二次根式	63
三、方程和不等式	75
一元一次方程	75
二元一次方程组	89
一元一次不等式	100
一元二次方程	109
一元二次方程的应用	119
四、函数	135
正比例函数与反比例函数	135
一次函数	146
二次函数	156
锐角的三角比(三角函数)	167
第二部分 几何	181

一、基础知识	181
线段、角和三角形	181
平行线	189
轴对称与等腰三角形	198
旋转与圆	208
中心对称与平行四边形	217
全等三角形	224
二、几何证明、作图与计算	235
几何证明	235
几何作图与几何计算	244
三、四边形	257
四、相似形	271
五、圆	287
第三部分 综合测试	310
综合测试一	310
综合测试二	315
综合测试三	320
综合测试四	325
综合测试五	330
综合测试六	335
综合测试七	340
综合测试八	345
综合测试九	350
综合测试十	355
参考答案	360

第一部分 代数

一、实数

有理数

本单元建议复习 1 课时.

【核心知识】

基本知识

1. 有理数的意义 整数和分数统称有理数.

有理数都可以表示成 $\frac{a}{b}$ (a, b 为整数, 且 $b \neq 0$) 的形式.

2. 数轴 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴. 任何一个有理数都可以用数轴上的一个点来表示.

3. 互为相反数 在数轴原点的两旁, 离开原点距离相等的两个点表示的两个数, 叫做互为相反的数.

4. 绝对值 一个数 a 的绝对值等于它在数轴上表示的点到原点的距离, 并用记号“ $|a|$ ”表示. 一般来说, 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 零的绝对值是零.

5. 有理数的大小比较

正数都大于 0, 也大于一切负数.

负数都小于 0, 也小于一切正数.

两个正数比较, 绝对值大的较大, 绝对值小的较小.

两个负数比较,绝对值大的反而小,绝对值小的反而大.

6. 有理数的运算

在有理数范围内,加、减、乘、除和乘方运算都能完全进行.

(1) 有理数加、减、乘、除运算法则列表如下:

原数 法 则 运 算	同 号		异 号	
	符 号	绝 对 值	符 号	绝 对 值
加 法	保持原号	相 加	同绝对值 较大的	相 减
减 法	减去一个数等于加上它的相反数,然后按加法法则运算			
乘 法	+	相 乘	-	相 乘
除 法	+	相 除	-	相 除

(2) 有理数混合运算顺序 先乘方,再乘、除,后加、减;有括号时,要先算括号里面的;同级运算从左到右进行.

7. 正整数指数幂 乘方运算的结果 a^n 叫做幂,其中 n 为正整数, a^n 叫做正整数指数幂.

幂的运算法则,设 m, n 都是正整数,那么

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n};$$

$$(a^m)^n = a^{mn};$$

$$(ab)^m = a^m b^m;$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0).$$

8. 近似数、有效数字,科学记数法

如果一个近似数是用四舍五入法取得的,那么取到哪一位就说这个近似数精确到哪一位.这时从左边第一个不是零的数字起,到精确到的数位为止,所有的数字都叫做这个数的

有效数字.

科学记数法: $a \times 10^n$ (其中 $1 \leq a < 10, n$ 为整数).

重点难点

1. 重点: 有理数的意义; 有理数的绝对值以及有理数可用数轴上的点表示; 有理数的加、减、乘、除运算法则.

2. 难点: 利用绝对值和数轴进行有理数的大小比较; 有理数运算的顺序和符号问题.

3. 常见考点: 有理数四则运算和科学记数法.

【核心范例】

例 1 用四舍五入法, 把下列各数保留三个有效数字:

(1) -0.040548 ; (2) 0.01997 ;

(3) 80310 .

解 (1) $-0.040548 \approx -0.0405$;

(2) $0.01997 \approx 0.0200$;

(3) $80310 \approx 8.03 \times 10^4$.

说明 用四舍五入法截取近似数, 保留有效数字时, 要注意: (1) 保留几个有效数字, 就在精确度要求的数位后一位四舍五入, 而不能从末位连续四舍五入; (2) 在第一个不为零的数字后的零的个数要计入有效数字; (3) 不能明确反映近似数的精确度时, 应用科学记数法表示.

例 2 当 a 是什么数时, 有

(1) $|a-2|=3$; (2) $|a-2|=0$;

(3) $|a-2|=-3$.

解 (1) $\because |a-2|=3$,

$\therefore a-2=3$ 或 $a-2=-3$.

$\therefore a=5$ 或 $a=-1$.

(2) $\because |a-2|=0$,

$$\therefore a-2=0 \quad \text{即} \quad a=2.$$

(3) 因为任何数的绝对值都是非负数, 所以无论 a 取什么数, $|a-2| \neq -3$.

说明 由于绝对值表示的是数轴上的点到原点的距离, 所以除绝对值等于零以外, 一般来说, 数轴上总能找到两个点到原点的距离符合题意. 因此解(1)时要注意不能遗漏 $a-2=-3$ 这种情况.

例 3 如果 a, b, c 三个有理数在数轴上的对应

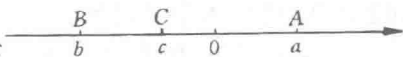


图 1-1-1

点为 A, B, C , 其位置如图 1-1-1 所示.

- (1) 用“ $<$ ”号连接 a, b, c ;
- (2) 判断 $a+b, c-a, c-b$ 的符号;
- (3) 化简 $|a+b| + |c-a| - |c-b|$.

解 (1) 由题图可知, $b < c < a$.

(2) $a+b < 0, c-a < 0, c-b > 0$.

$$\begin{aligned} (3) \quad \text{原式} &= -(a+b) - (c-a) - (c-b) \\ &= -a-b-c+a-c+b \\ &= -2c. \end{aligned}$$

说明 有理数都能在数轴上用对应的点表示出来. 数轴上右边的点所表示的数大于左边的点所表示的数; 在 origin 右侧的点所对应的数是正数, 在 origin 左侧的点所对应的数是负数; 在数轴上距离 origin 较远的点的绝对值较大. 因此解这一类型的问题, 通常可利用数轴来增加直观性.

例 4 计算:

$$\frac{3}{2} \div \frac{3}{4} \times (-0.2) \times \frac{7}{4} \div (-1.4) \times \left(-\frac{8}{5}\right).$$

$$\text{解} \quad \text{原式} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \left(-\frac{1}{5}\right) \times \frac{7}{4} \times \left(-\frac{5}{7}\right) \times \left(-\frac{8}{5}\right)$$

$$= -\frac{3 \times 4 \times 1 \times 7 \times 5 \times 8}{2 \times 3 \times 5 \times 4 \times 7 \times 5}$$

$$= -\frac{4}{5}.$$

说明 在有理数乘除运算中,应先把算式化成乘积的形式,然后确定积的符号:当负数个数是偶数时,乘积为正;当负数个数是奇数时,乘积为负.

例 5 计算:

$$\left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)^2 \times 40 \frac{1}{2} \div 0.5 \div \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$$

$$- [2^3 + (-2)^3]^2 \times \frac{3}{5}.$$

解 原式 $= \left(-\frac{1}{6}\right)^2 \times \frac{81}{2} \times 2 \times \frac{4}{3} \times \frac{1}{3} - (8-8)^2 \times \frac{3}{5}$

$$= \frac{1}{36} \times \frac{81}{2} \times 2 \times \frac{4}{3} \times \frac{1}{3} - 0$$

$$= 1.$$

说明 在有理数的混合运算中,算式中有小数和分数时,通常把小数化为分数,把带分数化为假分数,这样计算较为方便. 同样还应注意运算顺序:先乘方,再乘除,后加减;有括号的先做括号内运算;同级运算从左到右进行.

例 6 计算:

$$\left(\frac{7}{9} - \frac{5}{6} + \frac{7}{18}\right) \times 18 - 1.45 \times 6 + 3.95 \times 6.$$

解 原式 $= \frac{7}{9} \times 18 - \frac{5}{6} \times 18 + \frac{7}{18} \times 18 - 1.45 \times 6$

$$+ 3.95 \times 6$$

$$= 14 - 15 + 7 - 1.45 \times 6 + 3.95 \times 6$$

$$= 6 - 1.45 \times 6 + 3.95 \times 6$$

$$= 6(1 - 1.45 + 3.95)$$

$$=6 \times 3.5$$

$$=21.$$

说明 在有理数运算中,还应注意运算律的合理应用.

例7 计算:

$$0.625^6 \times 8^7 \times 64^{\frac{1}{3}} \times (\sqrt{5})^{-12}.$$

$$\begin{aligned} \text{解 原式} &= \left(\frac{5}{8}\right)^6 \times 8^7 \times 4 \times 5^{-6} \\ &= \left(\frac{5}{8} \times 8\right)^6 \times 8 \times 4 \times 5^{-6} \\ &= 5^6 \times 8 \times 4 \times 5^{-6} \\ &= 32. \end{aligned}$$

说明 解本题的关键是熟练运用幂的运算法则.

【核心练习】

巩固练习

一、填空题:

1. 规定了_____的直线,叫数轴.
2. 绝对值不大于3的所有整数的和是____,所有整数的积是_____.
3. 一个数的相反数是它本身,这个数是____;一个数的绝对值是它本身,这个数是____;一个数的倒数是它本身,这个数是_____.
4. 如果 a 的相反数是最大的负整数, b 是绝对值最小的数,那么 $a+b=$ _____.
5. 2的相反数与 $-\frac{1}{2}$ 的倒数的和的绝对值等于_____.
6. 当 $\frac{|a|}{a} = -1$ 时, a _____.
7. 用四舍五入法把0.6095精确到千分位是____,有____个

有效数字.

8. 用科学记数法表示 567000000000, 应是_____.
9. 如果 $2.401^2 = 5.765$, 那么 $240.1^2 =$ _____.
10. 一个数的 3 次幂是 8, 那么这个数的 4 次幂是_____.

二、选择题:

1. 用四舍五入法得近似数 $a = 2.4$, $b = 2.40$, 那么 a, b 的关系是().

(A) $a = b$ (B) $a > b$
(C) $a < b$ (D) 以上都不对

2. 比较 $0.01, -\frac{1}{3}, -3$ 三个数的大小, 应是().

(A) $-3 > -\frac{1}{3} > 0.01$ (B) $0.01 > -3 > -\frac{1}{3}$
(C) $-\frac{1}{3} > 0.01 > -3$ (D) $0.01 > -\frac{1}{3} > -3$

3. 如果两个有理数的和为正数, 积为负数, 那么这两个有理数().

(A) 是绝对值相等的一个正数, 一个负数
(B) 其中绝对值大的数是正数, 另一个是负数
(C) 其中绝对值大的数是负数, 另一个是正数
(D) 以上结论都不对

4. 一个有理数的偶次幂一定是().

(A) 正数 (B) 正整数
(C) 非负数 (D) 以上结论都不对

5. 已知有理数 $a, b (a \neq b)$, 那么 $a^2 + b^2$ ().

(A) 一定是非正数 (B) 一定是非负数
(C) 一定是正数 (D) 一定是负数

三、计算:

- $\left[(-2) - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8}\right] \cdot (-12)$;
- $\left(\frac{7}{9} - \frac{5}{6} - \frac{7}{18}\right) \times 36 - 0 \div \left(-45 \frac{1}{2} - 12 \frac{1}{4}\right)$;
- $|3-5| - |3 \times (-4)| + |2 \div (-10)| + \left|-9 + \frac{1}{5}\right|$;
- $\frac{1}{0.2^2} \div \left[2 \frac{1}{2} - \left(-1 + 2 \frac{1}{4}\right)\right] \times 0.4 \div (-8)$;
- $-0.25^2 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times (-1)^{21} + \left(1 \frac{3}{8} + 2 \frac{1}{3} - 3.75\right) \times 24$.

四、化简下列各题：

- 如果 $-2 < a < 0$, 化简: $|a| - |a-1|$;
- 如果 $x < -2$, 化简: $|3-x| - |2x+1| + |x+2|$.

迁移练习

一、填空题：

- $-1 \frac{1}{4}$ 的倒数与 $-3 \frac{1}{3}$ 的差是_____.
- 绝对值不小于 1 而小于 6 的质数的和是_____.
- 如果数轴上有一点 P 所对应的数是 -2 , 那么与点 P 距离等于 5 个单位的点所表示的数是_____.
- 绝对值不大于 $a (a > 0)$ 的所有整数的和等于_____.
- 如果 $|a-1| = 1-a$, 那么 a _____.
- 如果 $b > 2$, 那么 $\frac{2-b}{|b-2|} =$ _____.
- 如果 $|a|=3, |b|=5$, 且 $ab < 0$, 那么 $-(a-b) =$ _____.
- 如果 $1.732^2 = 3, 5.48^2 = 30$, 那么 $(\quad)^2 = 1.2$.
- 如果 $x > 0, y < 0$, 且 $|y| > |x|$, 那么 $x, y, |y|, -x$ 的大小关系是_____.

- 如果数 a, b, c 在数轴上的对应点为 A, B, C , 如图

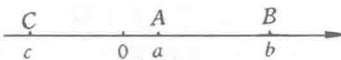


图 1-1-2

1-1-2所示,那么 $|a+c|+|a-b|-|b-c|=\underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题:

1. 如果两个数的和为负数,那么().
- (A) 这两个加数都是负数
- (B) 两个加数中一个是负数,另一个是零
- (C) 一个是正数,一个是负数,且负数的绝对值大于正数的绝对值
- (D) 以上三种情况都可能

2. 如果 a, b 都是有理数,且 $a < b < 0$,那么下列式子不能成立的是().

- (A) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ (B) $-\frac{1}{a} > -\frac{1}{b}$
- (C) $ab > 0$ (D) $|a| > |b|$

3. 如果 $a < \frac{1}{a}$ ($a \neq 0$)能够成立,那么 a 的取值范围是().

- (A) $-1 < a < 0$ (B) $a < -1$
- (C) $0 < a < 1$ (D) $0 < a < 1$ 或 $a < -1$

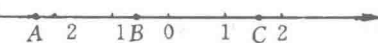
4. 如图 1-1-3,数轴上有  A、B、C 三点,那么下列说法中正确的是().

图 1-1-3

- (A) B 点所表示的数的相反数小于 0
- (B) C 点所表示的数大于 A 点所表示的数的绝对值
- (C) C 点所表示的数的相反数大于 A 点所表示的数
- (D) A 点所表示的数与 B 点所表示的数的和是正数
5. 下列说法正确的是().

- (A) 绝对值相等的两个数必相等
- (B) 绝对值较大的数也较大
- (C) 较大的数的绝对值也较大

(D) 两个负数,绝对值大的反而小

三、计算:

$$1. \left(\frac{2}{3}\right)^2 - (-6.5) \times \frac{4}{13} + (-2)^4 \div [(-2)^3 + 2];$$

$$2. (-1)^5 \times \left\{ \left[4 \frac{2}{3} \div (-4) + \left(-1 \frac{1}{4} \right) \times (-0.4) \right] \div \left(-\frac{1}{3} \right) - 2 \right\};$$

$$3. |-2^2 + (-2)^2| - |(-3)^2 + (-3)^3| + |-7^2| + \left| \frac{1}{3} \right| - |5 \div (-6)|;$$

$$4. \frac{(-2)^3 \times (-1)^4 - 12 \div \left[-\left(\frac{1}{2}\right)^2 \right]}{0.25 \times 4 + [1 - 3^2 \times (-2)]};$$

$$5. \frac{4}{3 - \frac{7}{2 \frac{1}{3} \times 5}};$$

$$6. \left(3 \frac{1}{2} \right)^{-2} - (-6.8)^0 + \left(1 \frac{7}{9} \right)^{0.5} - (0.125)^{\frac{1}{3}}.$$

四、求解下列各题:

$$1. \text{ 已知 } |a| = 1 \frac{1}{2}, |b| = 2 \frac{1}{3}, \text{ 求 } a+b \text{ 的值};$$

$$2. \text{ 已知 } (-2)^{99} + (-2)^{100} = 2^n, \text{ 求 } n \text{ 的值};$$

$$3. \text{ 计算: } -\frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{20} - \cdots - \frac{1}{90}.$$

数的开方

本单元建议复习 1 课时.

【核心知识】

基本知识